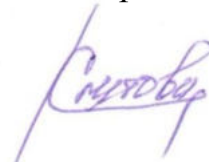


ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи



Крутова Вероника Александровна

**НАУЧНОЕ ОБОСНОВАНИЕ СПОСОБОВ СНИЖЕНИЯ
ВИБРОАКУСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МОСТОВЫХ КРАНОВ
ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ И ЭКСПЛУАТАЦИИ**

Специальность 1.3.7 – Акустика

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени
доктора технических наук

Научный консультант:
доктор технических наук,
профессор Месхи Б. Ч.

Ростов-на-Дону

2023

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
1. СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ.....	11
1.1. Источники шума мостовых кранов	11
1.2. Моделирование виброакустической динамики рельса на участке пути с балластным слоем.....	12
1.3. Моделирование виброакустической динамики рельса на шпалах	20
1.4. Моделирование виброакустической динамики узла колесных пар.....	34
1.5. Выводы по главе. Задачи исследования	37
2. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕКТРОВ ШУМА И ВИБРАЦИИ, СОЗДАВАЕМЫХ МОСТОВЫМИ КРАНАМИ В ПРОИЗВОДСТВЕННОМ ПОМЕЩЕНИИ	39
2.1. Оценка акустических характеристик, создаваемых мостовыми кранами при их эксплуатации.....	39
2.2. Модели источников шума мостовых кранов.....	44
2.3. Оценка виброскоростей при колебаниях рельса в процессе движения мостового крана.....	46
2.4. Вывод зависимостей скоростей колебаний узла колесных пар	66
2.5. Вывод зависимостей уровней виброскорости на рабочем месте крановщиков	78
2.6. Выводы по главе.....	79
3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ВИБРОАКУСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КРАНОВ В УСЛОВИЯХ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ.....	80
3.1. Измерительная аппаратура и методика проведения экспериментальных исследований	80

3.2. Экспериментальные исследования вибраций на рабочих местах крановщиков мостовых кранов.....	85
3.3. Экспериментальные исследования вибраций элементов несущей системы мостового крана.....	89
3.4. Экспериментальные исследования шума мостовых кранов в производственных помещениях.....	92
3.4.1. Результаты измерений уровней звукового давления кранов в производственных помещениях при неработающем технологическом оборудовании.....	92
3.5. Экспериментальные исследования спектров шума в кабинах козловых кранов	105
3.6. Экспериментальные исследования вибраций на рабочих местах мостовых кранов и уровней шума в кабинах козловых кранов.....	110
3.7. Выводы по главе.....	116
4. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВИБРАЦИЙ СТЕРЖНЕВЫХ КОНСТРУКЦИЙ НА ПРИМЕРЕ НЕСУЩИХ РАМ МОСТОВЫХ КРАНОВ И ЭЛЕМЕНТОВ КАБИН С БОЛЬШОЙ ПЛОЩАДЬЮ ОСТЕКЛЕНИЯ	118
4.1. Распределение вибраций в рамах мостовых кранов, как замкнутой энергетической системы состыкованных стержневых элементов.....	119
4.2. Колебания стержней при установившемся режиме	127
4.3. Уравнение сохранения энергии с учетом внутренних потерь в стержнях	133
4.4. Коэффициент потерь системы	138
4.5. Распределение энергии в системе стержней	142
4.6. К расчету коэффициента потерь системы	152

4.7. Методология инженерного расчета вибраций стержневых систем на примере кабин мостовых кранов с большой площадью остекления и несущих рам.....	157
4.8. Выводы по главе.....	162
5. МЕТОДИКА РАСЧЕТА ВИБРАЦИЙ И ШУМА МОСТОВЫХ КРАНОВ ПРИ ИХ ПРОЕКТИРОВАНИИ	163
5.1. Закономерности диссипативной функции основных излучающих элементов колебательной системы мостовых кранов	164
5.2. Общий алгоритм расчета.....	178
5.3. Расчет шума, излучаемого корпусными деталями редукторов.....	186
5.4. Расчет шума рельсов мостовых кранов	202
5.5. Выводы по главе.....	205
6. ЭФФЕКТИВНОСТЬ МЕРОПРИЯТИЙ ПО СНИЖЕНИЮ ШУМА И ВИБРАЦИИ МОСТОВЫХ И КОЗЛОВЫХ КРАНОВ	206
6.1. Способ снижения вибраций, передаваемых на раму от узла барабана.....	206
6.2. Малый акустический экран редукторов механизма подъема.....	207
6.3. Конструкция вибро-шумозащитной системы колесных пар.....	209
6.4. Способы снижения шума, создаваемого рельсами мостовых кранов	213
6.5. Способ снижения вибраций, передаваемых на несущую раму от узла барабана.....	222
6.6. Результаты снижения виброакустических характеристик на мостовых и козловых кранах	223
6.7. Выводы по главе.....	226
ОБЩИЕ ВЫВОДЫ И РЕКОМЕНДАЦИИ	228
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	230
ПРИЛОЖЕНИЕ	258

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. Мостовые краны, несмотря на очень большую разницу в грузоподъемности, имеют практически идентичную компоновку колебательной системы, что и предопределяет общий подход к теоретической оценке спектров вибрации и шума как в производственном помещении, так и на рабочем месте крановщика. Характерной особенностью мостовых кранов является то, что в процессе их эксплуатации потенциальной опасности подвергаются не только операторы, но и производственный персонал, находящийся в зоне действия кранов в пределах производственного цеха. Безопасные условия эксплуатации кранов определяются не только их техническим состоянием, но и утомляемостью крановщиков, которая, в свою очередь, в основном зависит от воздействия повышенных уровней шума и вибрации. В звуковом поле, создаваемом мостовыми кранами, участвует акустическое излучение таких источников, как электродвигатели и редуктора механизмов перемещения и подъема, несущая рама и акустическая подсистема «узел колесных пар и рельсы». Анализ акустической обстановки как в производственном помещении, так и на рабочих местах крановщиков показал, что и октавные уровни звукового давления, и уровни вибрации превышают предельно-допускаемые значения, а величины превышений существенно зависят от грузоподъемности.

Следует отметить, что именно воздействие повышенного шума приводит к утомляемости крановщиков, что неизбежно сказывается на безопасности условий труда как самих крановщиков, так и производственного персонала, чьи рабочие места находятся в зоне действия кранов. Поэтому тема диссертации является актуальной научно-технической и социально-экономической проблемой для различных отраслей машиностроения.

Научная проблема, решаемая в диссертации, заключается в теоретическом обосновании виброакустической безопасности по критериям выполнения предельно-допускаемых значений шума и вибрации мостовых кранов при проектировании и эксплуатации.

Цель работы заключается в разработке научной базы расчета виброакустических характеристик и проектирования группы мостовых кранов в соответствии с выполнением предельно-допускаемых величин в производственном помещении и на рабочих местах крановщиков.

Для достижения поставленной цели в работе решены следующие **задачи**:

1. Теоретически исследовать процессы возбуждения вибраций и излучения звуковой энергии общей колебательной системы группы мостовых кранов.

2. Выявить характерные особенности спектрального состава акустических характеристик и вибраций, создаваемых мостовыми кранами в производственных помещениях и на рабочих местах крановщиков.

3. Получить аналитические зависимости акустических характеристик для уровней звукового давления и вибраций при проектировании мостовых кранов, учитывающих геометрические и физико-механические характеристики всех узлов и деталей кранов, условия эксплуатации, параметры производственного помещения.

4. Разработать методику расчета виброакустических характеристик кранов, создаваемых в производственном помещении и в кабинах на рабочих местах крановщиков, и проверить правильность теоретических уровней шума и вибрации экспериментальными данными в условиях реальной эксплуатации кранов на предприятиях машиностроения.

5. Разработать общий подход к теоретической оценке ожидаемых уровней спектрального состава виброакустических характеристик, что позволяет на этапе проектирования выявить величины превышений октавных уровней шума и вибраций над предельно-допустимыми значениями, что фактически и определяет возможность обоснования способов и рациональных конструкций систем снижения виброакустических характеристик до предельно допустимых величин.

6. Теоретически обосновать рациональные конструкции систем снижения виброакустических характеристик мостовых кранов.

7. Получить теоретические зависимости уровней шума и вибраций общей колебательной системы группы мостовых кранов и основных ее элементов.

8. Разработать инженерную методику расчета и проектирования технических средств, обеспечивающих выполнение предельно-допустимых величин шума и вибрации.

Объектом исследования является влияние воздействия шума и вибраций как на крановщиков, так и на производственный персонал в соответствующих цехах предприятий машиностроения, эксплуатирующих мостовые краны различной грузоподъемности.

Предметом исследования являются закономерности формирования спектров вибрации и шума мостовых кранов, создаваемых в производственных помещениях как общей колебательной системой, так и наиболее шумоактивными ее элементами.

Область исследований. Содержание диссертации соответствует п.10 специальности 1.3.7 – Акустика.

Методы исследования. Теоретические исследования виброакустических характеристик объектов исследования основаны на основных положениях технической виброакустики, теории колебаний систем с распределенными параметрами, динамики машин, математической обработки результатов исследований с применением современной вычислительной техники и статистической обработки экспериментальных данных. Экспериментальные исследования проведены в реальных условиях эксплуатации мостовых кранов в производственных помещениях и лабораторных условиях.

Достоверность полученных результатов теоретических и экспериментальных исследований подтверждается актами отраслевого внедрения на мостовых кранах различной грузоподъемности и инженерной методикой расчета виброакустических характеристик.

Научная новизна работы заключается в том, что:

1. Обоснован общий подход теоретической оценки виброакустических характеристик мостовых кранов на этапе их проектирования и эксплуатации, как совокупности разнохарактерных излучателей звуковой энергии.

2. Разработаны математические модели виброакустической динамики общей колебательной системы мостовых кранов, элементы которой существенно различаются геометрическими и физико-механическими параметрами и частотным составом излучаемой звуковой энергии.

3. Получены аналитические зависимости и описаны закономерности формирования спектрального состава ожидаемых уровней виброакустических характеристик, на основе которых разработаны общие принципы соответствия акустического проектирования широкой номенклатуры мостовых кранов критериям выполнения предельно-допустимых значений вибрации и шума.

4. Обоснована возможность снижения виброакустических характеристик на этапе проектирования широкой номенклатуры мостовых кранов путем применения конструкций шумо- виброзащиты по критерию выполнения октавных уровней шума и вибраций в границах предельно-допустимых значений.

Практическая ценность работы состоит в следующем:

1. Предложена методика расчета виброакустических характеристик гаммы мостовых кранов для конструкторско-технологических служб.

2. Уточнены существующие математические модели виброакустической динамики основных источников, а также закономерности формирования диссипативной функции как общей колебательной системы объектов исследования, так и основных ее элементов, что позволяет повысить точность расчета уровней звукового давления на этапе проектирования объекта исследования.

3. Разработан комплекс технических решений по обеспечению виброакустической безопасности, включающий снижение шума основных источников, охватывающий комплекс мероприятий шумо- виброзащиты, основанный на обеспечении требуемых значений звукопоглощения, звукоизоляции и вибропоглощения.

На защиту выносятся: положения, представленные в пунктах «Научная новизна» и «Практическая значимость» диссертации.

Реализация результатов. Полученные в диссертации теоретические и практические результаты подтверждены отраслевым актом внедрения Ассоциации производителей станкоинструментальной продукции «СТАНКОИНСТРУМЕНТ», техническим актом внедрения ОАО «Роствертол» (с ожидаемым социально-экономическим эффектом в размере 12 тысяч рублей на один кран), испытаны в производственных цехах АО «Обуховский завод». Отдельные результаты диссертационной работы используются в ФГБОУ ВО ДГТУ в учебном процессе по направлению 20.03.01 «Техносферная безопасность» и в ФГБОУ ВО РГУПС в учебном процессе по направлению 15.04.02 «Технологические машины и оборудование».

Апробация диссертационной работы. Основные положения диссертации докладывались и обсуждались на следующих международных и научно-практических конференциях: «Транспорт-2013» (Ростов-на-Дону, 2013 г.); «Инновационные технологии в машиностроении и металлургии» (Ростов-на-Дону, 2013 г.); «Транспорт-2015» (Ростов-на-Дону, 2015 г.); VI Всероссийской научно-практической конференции с международным участием «Защита от повышенного шума и вибрации» (Санкт-Петербург, 2017 г.); «МЕХАНИКА, ОБОРУДОВАНИЕ, МАТЕРИАЛЫ И ТЕХНОЛОГИИ» (Краснодар, 2018 г.); II Всероссийской научно-технической конференции «Отечественный и зарубежный опыт обеспечения качества в машиностроении» (Тула, 2020 г.).

Публикации. По материалам диссертации опубликовано 30 печатных работ, в том числе 7 в журналах и научных изданиях, входящих в международную базу Web of Science и Scopus, 16 в ведущих рецензируемых научных журналах и изданиях, входящих в перечень ВАК РФ, издана 1 монография.

Личный вклад автора. В диссертационной работе и публикациях представлены научные и практические результаты, в получении которых личный вклад соискателя является преобладающим (постановка научной проблемы, цели работы и их достижение, включая совместные исследования для кабин мостовых кранов, диссипативной функции узлов колесных пар, блочно-модульных подшипников редукторов с последующим анализом полученных результатов).

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, 6 глав, общих выводов и рекомендаций, списка использованной литературы из 213 наименований, имеет 62 рисунка, 15 таблиц. Основное содержание диссертации изложено на 257 страницах машинописного текста. Сведения о внедрении вынесены в приложение.

1. СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

1.1. Источники шума мостовых кранов

Анализ компоновок мостовых кранов позволяет предположить, что основными источниками шума являются рельсы, колесные пары, электродвигатели и редуктора механизмов подъема груза и перемещения тележек. Шумовым характеристикам электродвигателей посвящены работы [1–3]. Наиболее практически эффективным способом является отбор электродвигателей по допустимым уровням звукового давления при сборке кранов. Редуктора механизмов подъема грузов и перемещения тележек представляют собой совокупность таких источников, как подшипниковые узлы и зубчатые передачи. Фактически вибрации этих источников и определяют интенсивность звукового излучения корпусов, которые излучают звуковую энергию в производственные помещения.

Виброакустическим характеристикам зубчатых передач и способам снижения их шума посвящены работы [4–15], в которых подробно исследуются конструктивные параметры зубчатых передач, условия эксплуатации и точность их изготовления на интенсивность звукового излучения. Виброакустические характеристики подшипников качения подробно рассмотрены в соответствующих работах, в которых аналогично зубчатым передачам показано влияние на виброакустические характеристики типов подшипников, способов сборки и точности изготовления беговых дорожек и тел качения как шариковых, так и роликовых подшипников [16–41].

Основная доля акустической мощности редукторных систем на примере коробок скоростей подач и шпиндельных бабок станочного оборудования создается корпусными деталями [42–51]. Таким образом, основным способом снижения шума корпусных и базовых деталей является повышение демпфирующих характеристик.

1.2. Моделирование виброакустической динамики рельса на участке пути с балластным слоем

Геометрически параметры рельса позволяют использовать модель линейного источника. Теоретически рельс представляет собой волновод бесконечной длины. Для инженерных расчетов шумообразования следует учитывать конечный участок, излучение звука которого вносит определяющий вклад в акустическое воздействие как на окружающую среду, так на внутренние воздушные объемы кабин локомотивов и вагонов. Экспериментальные исследования показали: для технических расчетов акустических характеристик длина «главного» излучения звуковой энергии с рельсом составляет 1,1–1,2 от длины состава.

Поэтому в качестве исходной зависимости для расчета звукового давления на основе данных работ [52, 53] принято следующее выражение:

$$P(R, \varphi) = i 338 V_r \frac{\exp i \left(\varphi + k_0 R - \frac{3\pi}{4} \right)}{H'_1(k_0 h_p) \sqrt{k_0 R}}, \quad (1.1)$$

где V_r – скорость колебаний рельса, м/с;

k_0 – волновое число, 1/м;

R – расстояние от рельса до расчетной точки, м;

h_p – высота рельса, м;

H'_1 – производная функции Ганкеля.

Данная зависимость справедлива при $k_0 h_p \gg 1$, что характерно для высокочастотной части спектра, т. е. частотного диапазона, характерного для спектра шума, излучаемого рельсом. Заменяя производную функции Ганкеля ее асимптотическим представлением для $k_0 h_p \geq 1$ [50]:

$$H'_{m_\mu}(k_0 h_p) = -i \sqrt{\frac{2}{\pi k_0 h_p}} \exp i \left(k_0 h_p - \frac{2m_\mu + 1}{4} \pi \right),$$

и учитывая, что колеблется твердое тело ($m_\mu = 1$), получим выражение звукового давления, излучаемого рельсом:

$$P_p = 423 V_r \sqrt{\frac{h_p}{R}} \exp i(k_0 R - k_0 h_p + \varphi). \quad (1.2)$$

При соотношении $k_0 h_p < 1$ функция Ганкеля определяется следующей формулой и [52]:

$$H'_1(k_0 h_p) = -i \frac{1}{\pi} \left(\frac{2}{k_0 h_p} \right)^2. \quad (1.3)$$

Функция Ганкеля и звуковое давление определяются следующими формулами (1.4, 1.5):

$$P_p = 0,2 V_r \frac{f^{1,5} h_p^2}{\sqrt{R}} \exp i \left(\varphi + k_0 R - \frac{3\pi}{4} \right). \quad (1.4)$$

Скорости колебаний рельса находятся из следующих уравнений:

$$\begin{aligned} EJ_x \frac{\partial^4 \xi}{\partial x^4} - \rho J_x \frac{\partial^4 \xi}{\partial z^2 \partial t^2} + \rho F \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + j\xi &= P_y \sum_{i=1}^{k^*} \delta(z - z_{0i}), \\ EJ_y \frac{\partial^4 \varepsilon}{\partial x^4} - \rho J_y \frac{\partial^4 \varepsilon}{\partial z^2 \partial t^2} + \rho F \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} + j\varepsilon &= P_x \sum_{i=1}^{k^*} \delta(z - z_{0i}); \end{aligned} \quad (1.5)$$

где $\delta(z - z_{0i})$ – дельта-функция, характеризующая силовое воздействие на колесо;

k^* – количество колесных пар.

Подобное представление силового воздействия со стороны колесных пар на рельс обосновано тем, что составляющие силового воздействия действуют со стороны колесных пар независимо. Можно предположить, что координата приложения силового воздействия со стороны первой колесной пары равна расстоянию от переднего лобового стекла до оси колеса l_0 . Для последующих колесных пар координаты приложения силового воздействия равны (соответственно):

$$l = l_0 + l_i,$$

где l_i – расстояние от оси первой колесной пары до оси последующей, м.

Поскольку силовое возмущение при движении перемещается вдоль рельса, то уравнение (1.5) приведено к следующему виду:

$$\begin{aligned}
 & \rho \left[J_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \frac{d^2 \xi}{dt^2} + \left[EJ_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j_x \right] \xi = \\
 & = \frac{2P_y}{l \kappa^*} \sum_{k=1}^{\infty} \sin \frac{\pi k V}{l} t \left[\sin \frac{\pi k l_0}{l} + \sin \frac{\pi k (l_0 + l_1)}{l} + \dots \sin \frac{\pi k (l_0 + l_i)}{l} \right]; \\
 & \rho \left[J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} + \left[EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j_y \right] \varepsilon = \\
 & = \frac{2P_x}{l \kappa^*} \sum_{k=1}^{\infty} \sin \frac{\pi k V}{l} t \left[\sin \frac{\pi k l_0}{l} + \sin \frac{\pi k (l_0 + l_1)}{l} + \dots \sin \frac{\pi k (l_0 + l_i)}{l} \right],
 \end{aligned} \tag{1.6}$$

где V – скорость движения состава, м/с; k – коэффициент, характеризующий соответствующую моду собственных колебаний рельса.

Из этих уравнений и определяются скорости колебаний в направлении соответствующих осей координат:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \xi}{\partial t} &= \frac{2\pi V P_y}{\kappa^* l^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k \cos \frac{\pi k V}{l} t \left(\sin \frac{\pi k l_0}{l} + \dots + \sin \frac{\pi k (l_0 + l_i)}{l} \right)}{EJ_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j_x - \rho \left[EJ_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \left(\frac{\pi k V}{l} \right)^2} \sin \frac{\pi k z}{l}, \\
 \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} &= \frac{2\pi V P_x}{\kappa^* l^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k \cos \frac{\pi k V}{l} t \left(\sin \frac{\pi k l_0}{l} + \dots + \sin \frac{\pi k (l_0 + l_i)}{l} \right)}{EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j_y - \rho \left[EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \left(\frac{\pi k V}{l} \right)^2} \sin \frac{\pi k z}{l}.
 \end{aligned} \tag{1.7}$$

В зависимости уровней шума подставляется среднеквадратичное значение виброскорости:

$$V_r = \sqrt{\left(\frac{\partial \xi}{\partial t} \right)_{\max}^2 + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \right)_{\max}^2}. \tag{1.8}$$

Частоты собственных колебаний на основе данных работы [54] определяются следующим образом.

$$\begin{aligned}
 EJ_x(z) \frac{\partial^4 \xi}{\partial x^4} - \rho J_x(z) \frac{\partial^4 \xi}{\partial z^2 \partial t^2} + \rho F(z) \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + j\xi &= 0; \\
 EJ_y(z) \frac{\partial^4 \varepsilon}{\partial x^4} - \rho J_y(z) \frac{\partial^4 \varepsilon}{\partial z^2 \partial t^2} + \rho F(z) \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} + j\varepsilon + a_y \rho F(z) \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} &= 0; \\
 a_y \rho F(z) \frac{\partial^4 \varepsilon}{\partial t^4} + EJ_\omega(z) \frac{\partial^4 \theta}{\partial z^4} - GJ_d \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} - \rho J_\omega(z) \frac{\partial^4 \theta}{\partial z^2 \partial t^2} + r^2 \rho F(z) \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} &= 0.
 \end{aligned} \tag{1.9}$$

С учетом краевых условий закрепления получена матрица, из которой и вычисляются собственные частоты.

$$\begin{vmatrix}
 EJ_x(z)\lambda_k^4 - & & & \\
 -\rho(J_x(z)\lambda_k^2 + F(z)k_k^2) + j_x & 0 & & 0 \\
 & EJ_y(z)\lambda_k^4 - & & \\
 0 & -\rho(J_y(z)\lambda_k^2 + F(z)k_k^2) + j_y & & -a_y \rho F(z)k_k^2 \\
 & & EJ_\omega(z)\lambda_k^4 + GJ_d(z)\lambda_k^2 - & \\
 0 & -a_y \rho F(z)k_k^2 & & -\rho(J_\omega(z)\lambda_k^2 + r^2 F(z)k_k^2)
 \end{vmatrix} = 0. \tag{1.10}$$

Для оценки влияния диссипативной функции использован метод задания модуля упругости и жесткости [29] в комплексном виде:

$$\begin{aligned}
 \tilde{E} &= E(1 + i\eta_1); \\
 \tilde{j} &= j(1 + i\eta_2),
 \end{aligned}$$

где η_1 и η_2 – эффективные коэффициенты потерь колебательной энергии рельса и подрельсового основания.

Тогда действительные части скоростей колебаний авторами определены в следующем виде:

$$\begin{aligned}
\operatorname{Re}\left\{\frac{\partial\xi}{\partial t}\right\} &= \frac{2\pi VP_y}{\kappa^* l^2} \sum_{k=1}^{\infty} k \left\{ \begin{aligned} &\left[EJ_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j_x \right]^2 - \\ &-\rho^2 \left[J_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right]^2 \left(\frac{\pi k V}{l} \right)^4 + \\ &+ \left[EJ_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 \eta_1 + j_x \eta_2 \right]^2 \end{aligned} \right\}^{-0,5} \times \\
&\times \cos \frac{EJ_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 \eta_1 + j_x \eta_2}{\left[EJ_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j_x \right]^2 - \rho^2 \left[J_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right]^2 \left(\frac{\pi k V}{l} \right)^2} \times \\
&\times \cos \frac{\pi k V}{l} t = \\
&= \frac{2\pi VP_y}{\kappa^* l^2} K_1(z) \cos \frac{\pi k V}{l} t; \\
\operatorname{Re}\left\{\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}\right\} &= \frac{2\pi VP_x}{\kappa^* l^2} \sum_{k=1}^{\infty} k \left\{ \begin{aligned} &\left[EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j_y \right]^2 - \\ &-\rho^2 \left[J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right]^2 \left(\frac{\pi k V}{l} \right)^4 + \\ &+ \left[EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 \eta_1 + j_y \eta_2 \right]^2 \end{aligned} \right\}^{-0,5} \times \\
&\times \cos \frac{EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 \eta_1 + j_y \eta_2}{\left[EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j_y \right]^2 - \rho^2 \left[J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right]^2 \left(\frac{\pi k V}{l} \right)^2} \times \\
&\times \cos \frac{\pi k V}{l} t = \frac{2\pi VP_x}{\kappa^* l^2} K_2(z) \cos \frac{\pi k V}{l} t.
\end{aligned} \tag{1.11}$$

Одной из основных причин повышенной вибрации, в особенности при высокоскоростном движении, является волнообразный износ рельса, определяемый следующим выражением:

$$h = h_0 \left(1 - \cos \frac{2\pi z}{l^*} \right),$$

где h_0 – амплитуда волны, м;

$z = V \cdot t$ – координата приложения силового воздействия, м;

l^* – шаг волны, м.

Тогда скорости колебаний определяются из следующих уравнений с учетом волнообразного износа:

$$\begin{aligned} & \rho \left[J_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \frac{d^2 \xi}{dt^2} + \left[EJ_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j \right] \xi = \\ & = \frac{P_y^*}{l \kappa^*} \sum_{k=1}^{\infty} \left[\sin \left(\frac{\pi k l_0^*}{l} \right) + \sin \frac{\pi k}{l} (l_0^* + l_1^*) + \dots + \right. \\ & \left. + \sin \frac{\pi k}{l} (l_0^* + l_1^*) \right] \left\{ \begin{array}{l} \cos \left[\pi V \left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t - \varphi \right] - \\ - \cos \left[\pi V \left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] \end{array} \right\} \sin \frac{\pi k z}{l}; \\ & \rho \left[J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \frac{d^2 \xi}{dt^2} + \left[EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j \right] \xi = \\ & = \frac{P_x^*}{l \kappa^*} \sum_{k=1}^{\infty} \left[\sin \left(\frac{\pi k l_0^*}{l} \right) + \sin \frac{\pi k}{l} (l_0^* + l_1^*) + \dots + \right. \\ & \left. + \sin \frac{\pi k}{l} (l_0^* + l_1^*) \right] \left\{ \begin{array}{l} \cos \left[\pi V \left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t - \varphi \right] - \\ - \cos \left[\pi V \left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] \end{array} \right\} \sin \frac{\pi k z}{l}. \end{aligned} \quad (1.12)$$

$$\begin{aligned}
\operatorname{Re}\{V_{k_1}\} &= \frac{d\xi}{dt} = \frac{P_y^* \pi V}{l\kappa^*} \left\langle \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{2}{l^*} - \frac{k}{l} \right) \left\{ \left[EJ_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j \right]^2 - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \rho \left[J_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right]^2 \right. \right\} \pi^2 V^2 \left(\frac{2}{l^*} - \frac{k}{l} \right)^2 + \\
&\quad \left. \left. + \left[EJ_x \eta_1 \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j \eta_2 \right]^2 \right\}^{-0.5} \times \right. \\
&\quad \left. \times \cos \frac{\left[EJ_x \eta_1 \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j \eta_2 \right]}{\left[EJ_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j \right]^2 - \rho \left[J_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right]^2 \pi^2 V^2 \left(\frac{2}{l^*} - \frac{k}{l} \right)^2} \times \right. \\
&\quad \left. \times \sin \left[\pi V \left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] + \right. \\
&\quad \left. + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{2}{l^*} + \frac{k}{l} \right) \left\{ \left[EJ_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j \right]^2 - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \rho \left[J_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right]^2 \right. \right\} \pi^2 V^2 \left(\frac{2}{l^*} + \frac{k}{l} \right)^2 + \\
&\quad \left. \left. + \left[EJ_x \eta_1 \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j \eta_2 \right]^2 \right\}^{-0.5} \times \right. \\
&\quad \left. \times \cos \frac{\left[EJ_x \eta_1 \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j \eta_2 \right]}{\left[EJ_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j \right]^2 - \rho \left[J_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right]^2 \pi^2 V^2 \left(\frac{2}{l^*} + \frac{k}{l} \right)^2} \times \right. \\
&\quad \left. \times \sin \left[\pi V \left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] \right\rangle \sin \frac{\pi k z}{l} = \\
&= \frac{P_y^* \pi V}{l\kappa^*} \left\{ \begin{aligned} &K_3(z) \sin \left[\pi V \left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] + \\ &+ K_3(z) \sin \left[\pi V \left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] \end{aligned} \right\} \sin \frac{\pi k z}{l};
\end{aligned} \tag{1.13}$$

$$\begin{aligned}
\operatorname{Re}\{V_{k_2}\} &= \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{P_x^* \pi V}{l \kappa^*} \left\langle \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{2-k}{l^*} - \frac{k}{l} \right) \left\{ \left[EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j \right]^2 - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \rho \left[J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right]^2 \right. \right\} \pi^2 V^2 \left(\frac{2}{l^*} - \frac{k}{l} \right)^2 + \\
&\quad \left. \left. + \left[EJ_y \eta_1 \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j \eta_2 \right]^2 \right\}^{-0,5} \times \right. \\
&\quad \left. \times \cos \frac{\left[EJ_y \eta_1 \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j \eta_2 \right]}{\left[EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j \right]^2 - \rho \left[J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right]^2 \pi^2 V^2 \left(\frac{2}{l^*} - \frac{k}{l} \right)^2} \times \right. \\
&\quad \left. \times \sin \left[\pi V \left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] + \right. \\
&\quad \left. + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{2+k}{l^*} + \frac{k}{l} \right) \left\{ \left[EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j \right]^2 - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \rho \left[J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right]^2 \right. \right\} \pi^2 V^2 \left(\frac{2}{l^*} + \frac{k}{l} \right)^2 + \\
&\quad \left. \left. + \left[EJ_y \eta_1 \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j \eta_2 \right]^2 \right\}^{-0,5} \times \right. \\
&\quad \left. \times \cos \frac{\left[EJ_y \eta_1 \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j \eta_2 \right]}{\left[EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j \right]^2 - \rho \left[J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right]^2 \pi^2 V^2 \left(\frac{2}{l^*} + \frac{k}{l} \right)^2} \times \right. \\
&\quad \left. \times \sin \left[\pi V \left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] \right\rangle \sin \frac{\pi k z}{l} = \\
&= \frac{P_x^* \pi V}{l \kappa^*} \left\{ K_5(z) \sin \left[\pi V \left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] + \right. \\
&\quad \left. + K_6(z) \sin \left[\pi V \left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] \right\} \sin \frac{\pi k z}{l}.
\end{aligned} \tag{1.14}$$

Как видно из полученных результатов, влияние волнообразного износа проявляется не только в интенсивности звукового излучения, но и в спектральном составе шума.

1.3. Моделирование виброакустической динамики рельса на шпалах

В настоящее время наиболее распространено крепление рельса к деревянным или железобетонным шпалам. Поскольку изгибная жесткость рельса в локальном участке меньше в точках крепления к шпалам, то логично предположить, что акустические модели рельса представляют собой совокупность двух опёртых излучателей. Учитывая данные работ [55, 56], зависимости звукового давления приведены к виду:

– при $k_0 h_p \cos \beta < 1$:

$$P = 0,1 \frac{f_k^2 B h_p}{R} \cos \beta \exp i \left(k_0 R + \varphi - \frac{3\pi}{4} \right), \quad (1.15)$$

– при $k_0 h_p \cos \beta \geq 1$:

$$P = 76 \frac{B (f_k h_p \cos \beta)^{0,5}}{R} \exp i (k_0 R + k_0 h_p \cos \beta - 2\pi), \quad (1.16)$$

где β – угол излучения;

f_k – собственные частоты колебаний, Гц;

B – функция, учитывающая амплитудно-фазовое распределение виброскорости на поверхности рельса и, по данным работы [56], определяемая зависимостью:

$$B = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^l V_r(z) \exp(-ik_0 z \sin \beta) dz. \quad (1.17)$$

Конструктивные параметры рельса позволяют расчет скоростей колебаний определить из следующих уравнений:

$$\begin{aligned}
EJ_x \frac{\partial^4 \xi}{\partial z^4} - \rho J_x \frac{\partial^4 \xi}{\partial z^2 \partial t^2} + \rho F \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} &= P_y \delta(z - z_0); \\
EJ_y \frac{\partial^4 \varepsilon}{\partial z^4} - \rho J_y \frac{\partial^4 \varepsilon}{\partial z^2 \partial t^2} + \rho F \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} &= P_x \delta(z - z_0).
\end{aligned} \tag{1.18}$$

Краевые условия зависят от физико-механических характеристик шпал. В частности, при использовании деревянных шпал краевые условия соответствуют шарнирному закреплению. Тогда:

$$\begin{aligned}
EJ_x \frac{\partial^4 \xi}{\partial z^4} - \rho J_x \frac{\partial^4 \xi}{\partial z^2 \partial t^2} + \rho F \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} &= \frac{2P_y}{l} \sum_{k=1}^{\infty} \sin \frac{\pi k V}{l} t \sin \frac{\pi k z}{l}; \\
EJ_y \frac{\partial^4 \varepsilon}{\partial z^4} - \rho J_y \frac{\partial^4 \varepsilon}{\partial z^2 \partial t^2} + \rho F \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} &= \frac{2P_x}{l} \sum_{k=1}^{\infty} \sin \frac{\pi k V}{l} t \sin \frac{\pi k z}{l}.
\end{aligned} \tag{1.19}$$

$$\begin{aligned}
\rho \left[J_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \frac{d^2 \xi}{dt^2} + EJ_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 \xi &= \frac{2P_y}{l} \sum_{k=1}^{\infty} \sin \frac{\pi k V}{l} t; \\
\rho \left[J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} + EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 \varepsilon &= \frac{2P_x}{l} \sum_{k=1}^{\infty} \sin \frac{\pi k V}{l} t.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \xi}{\partial t} &= \frac{2P_y \pi V}{l} \sum_{k=1}^{\infty} k \left\{ \left[EJ_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left(J_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right) \left(\frac{\pi k V}{l} \right)^2 \right]^2 + \right. \\
&\quad \left. + (\eta_1 EJ_x)^2 \left(\frac{\pi k}{l} \right)^8 \right\}^{-0.5} \times \\
&\quad \times \cos \frac{\pi k V}{l} t \sin \frac{\pi k z}{l} \cos \frac{\eta_1 EJ_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4}{EJ_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \left(\frac{\pi k V}{l} \right)^2} = \\
&= \frac{2P_y \pi V}{l} K_7(z) \cos \frac{\pi k V}{l} t; \\
\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} &= \frac{2P_x \pi V}{l} \sum_{k=1}^{\infty} k \left\{ \left[EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left(J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right) \left(\frac{\pi k V}{l} \right)^2 \right]^2 + \right. \\
&\quad \left. + (\eta_1 EJ_y)^2 \left(\frac{\pi k}{l} \right)^8 \right\}^{-0.5} \times
\end{aligned} \tag{1.20}$$

$$\begin{aligned} & \times \cos \frac{\pi k V}{l} t \sin \frac{\pi k z}{l} \cos \frac{\eta_1 E J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4}{E J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right]^2 \left(\frac{\pi k V}{l} \right)^2} = \\ & = \frac{2 P_x \pi V}{l} K_8(z) \cos \frac{\pi k V}{l} t. \end{aligned}$$

При наличии волнообразного износа рельса скорости колебаний определяются из уравнений:

$$\begin{aligned} \rho \left[J_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \frac{d^2 \xi}{dt^2} + E J_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 \xi = \frac{P_y^*}{l} \sum_{k=1}^{k^*} \cos \left[\left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) \pi V t - \varphi \right] - \\ - \cos \left[\left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) \pi V t + \varphi \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho \left[J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} + E J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 \varepsilon = \frac{P_x^*}{l} \sum_{k=1}^{k^*} \cos \left[\left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) \pi V t - \varphi \right] - \\ - \cos \left[\left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) \pi V t + \varphi \right], \end{aligned}$$

где P_y^* и P_x^* – составляющие силового воздействия, амплитудные значения, Н.

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \left\{ \frac{\partial \xi}{\partial t} \right\} = \\ = \frac{P_y^* \pi V}{l} \left\langle \sum_{k=1}^{k^*} \left(\frac{2}{l^*} - \frac{k}{l} \right) \left\{ \left[E J_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left(J_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right) \left(\left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) \pi V \right)^2 \right]^2 + \right. \right. \\ \left. \left. + \left(\eta_1 E J_x \right)^2 \left(\frac{\pi k}{l} \right)^8 \right\}^{-0,5} \cos \frac{\eta_1 E J_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4}{E J_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \left[\left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) \pi V \right]^2} \right\rangle \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \sin \left[\left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) \pi V t + \varphi \right] + \\
& + \sum_{k=1}^{k^*} \left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) \left\{ \left[E J_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left(J_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + F \right) \left(\left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) \pi V \right)^2 \right]^2 + (\eta_1 E J_x)^2 \left(\frac{\pi k}{l} \right)^8 \right\}^{-0.5} \times \\
& \times \cos \frac{\eta_1 E J_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4}{E J_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \left[\left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) \pi V \right]^2} \times \sin \left[\left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) \pi V t + \varphi \right] \times \\
& \times \sin \frac{\pi k z}{l} = \frac{P_y^* \pi V}{l} \left\{ K_9(z) \sin \left[\left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) \pi V t + \varphi \right] + K_{10}(z) \sin \left[\left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) \pi V t + \varphi \right] \right\} \times \sin \frac{\pi k z}{l}; \\
\operatorname{Re} \left\{ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \right\} &= \frac{P_x^* \pi V}{l} \left\{ \sum_{k=1}^{k^*} \left(\frac{2}{l^*} - \frac{k}{l} \right) \left\{ \left[E J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left(J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right) \left(\left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) \pi V \right)^2 \right]^2 + \right. \right. \\
& \left. \left. + (\eta_1 E J_y)^2 \left(\frac{\pi k}{l} \right)^8 \right\}^{-0.5} \cos \frac{\eta_1 E J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4}{E J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \left[\left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) \pi V \right]^2} \times \right. \\
& \times \sin \left[\left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) \pi V t + \varphi \right] + \\
& + \sum_{k=1}^{k^*} \left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) \left\{ \left[E J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left(J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + F \right) \left(\left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) \pi V \right)^2 \right]^2 + (\eta_1 E J_y)^2 \left(\frac{\pi k}{l} \right)^8 \right\}^{-0.5} \times \\
& \times \cos \frac{\eta_1 E J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4}{E J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \left[\left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) \pi V \right]^2} \sin \left[\left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) \pi V t + \varphi \right] \times \\
& \times \sin \frac{\pi k z}{l} = \frac{P_x^* \pi V}{l} \left\{ K_{11}(z) \sin \left[\left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) \pi V t \right] + K_{12}(z) \sin \left[\left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) \pi V t \right] \right\} \sin \frac{\pi k z}{l}.
\end{aligned}$$

В этом случае функция B , характеризующая амплитудно-фазовое распределение виброскорости на поверхности рельса, определяется выражением:

$$B = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{K_1^2 + K_2^2} \left(\frac{\sin^2 \frac{\pi k - k_0 l \sin \beta}{2}}{\frac{\pi k}{l} - k_0 \sin \beta} + \frac{\sin^2 \frac{\pi k + k_0 l \sin \beta}{2}}{\frac{\pi k}{l} + k_0 \sin \beta} \right). \quad (1.21)$$

Рельс на железобетонных шпалах рассматривается как система жестко закрепленная, и, в соответствии с краевыми условиями, уравнения колебаний примут вид:

$$EJ_x \frac{\partial^4 \xi}{\partial z^4} - \rho J_x \frac{\partial^4 \xi}{\partial z^2 \partial t^2} + \rho F \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{2P_y}{l} \sum_{k=1}^{\infty} \sin^3 \frac{\pi k z}{l} \sin^3 \frac{\pi k V}{l} t;$$

$$EJ_y \frac{\partial^4 \varepsilon}{\partial z^4} - \rho J_y \frac{\partial^4 \varepsilon}{\partial z^2 \partial t^2} + \rho F \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} = \frac{2P_x}{l} \sum_{k=1}^{\infty} \sin^3 \frac{\pi k z}{l} \sin^3 \frac{\pi k V}{l} t.$$

Выполняя аналогичные преобразования, получим:

$$\rho \left[J_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \frac{d^2 \xi}{dt^2} + EJ_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 \xi = \frac{3P_y}{8l} \sum_{k=1}^{\infty} \sin \frac{\pi k V}{l} t - \frac{P_y}{8l} \sum_{k=1}^{\infty} \sin \frac{3\pi k V}{l} t;$$

$$\rho \left[J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} + EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 \varepsilon = \frac{3P_x}{8l} \sum_{k=1}^{\infty} \sin \frac{\pi k V}{l} t - \frac{P_x}{8l} \sum_{k=1}^{\infty} \sin \frac{3\pi k V}{l} t;$$

$$\rho \left[J_x \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \frac{d^2 \xi}{dt^2} + EJ_x \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4 \xi = \frac{3P_y}{8l} \sum_{k=1}^{\infty} \sin \frac{\pi k V}{l} t - \frac{P_y}{8l} \sum_{k=1}^{\infty} \sin \frac{3\pi k V}{l} t;$$

$$\rho \left[J_y \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} + EJ_y \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4 \varepsilon = \frac{3P_x}{8l} \sum_{k=1}^{\infty} \sin \frac{\pi k V}{l} t - \frac{P_x}{8l} \sum_{k=1}^{\infty} \sin \frac{3\pi k V}{l} t.$$

Решение этой системы уравнений относительно скорости колебаний имеет

вид:

$$\begin{aligned}
\operatorname{Re}\{V_{k_1}\} &= \frac{3\pi VP_y}{8l^2} \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k \cos \frac{\pi k V}{l} t}{\left\{ EJ_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \left(\frac{\pi k V}{l} \right)^2 + (EJ_x \eta)^2 \left(\frac{\pi k}{l} \right)^8 \right\}^{0.5}} \right. \\
&\quad \times \cos \frac{EJ_x \eta \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4}{EJ_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \left(\frac{\pi k V}{l} \right)^2} - \\
&\quad \left. \frac{k \cos \frac{3\pi k V}{l} t}{l} \right\}^{0.5} \times \\
&\quad \left\{ EJ_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \left(\frac{3\pi k V}{l} \right)^2 + (EJ_x \eta)^2 \left(\frac{\pi k}{l} \right)^8 \right\}^{0.5} \times \\
&\quad \left. \times \cos \frac{EJ_x \eta \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4}{EJ_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \left(\frac{3\pi k V}{l} \right)^2} \right\} \sin \frac{\pi k z}{l} = \\
&= \frac{3\pi VP_y}{8l^2} \left[K_{13}(z) \cos \frac{\pi k V}{l} t + K_{14}(z) \cos \frac{3\pi k V}{l} t \right] \sin \frac{\pi k z}{l};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\operatorname{Re}\{V_{k_2}\} &= \frac{3\pi VP_x}{8l^2} \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k \cos \frac{\pi k V}{l} t}{\left\{ EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \left(\frac{\pi k V}{l} \right)^2 + (EJ_y \eta)^2 \left(\frac{\pi k}{l} \right)^8 \right\}^{0.5}} \right. \\
&\quad \times \cos \frac{EJ_y \eta \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4}{EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \left(\frac{\pi k V}{l} \right)^2} - \\
&\quad \left. \frac{k \cos \frac{3\pi k V}{l} t}{l} \right\}^{0.5} \times \\
&\quad \left\{ EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \left(\frac{3\pi k V}{l} \right)^2 + (EJ_y \eta)^2 \left(\frac{\pi k}{l} \right)^8 \right\}^{0.5} \times
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left. \times \cos \frac{EJ_y \eta \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4}{EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \left(\frac{3\pi k V}{l} \right)^2} \right\} \sin \frac{\pi k z}{l} = \\
& = \frac{3\pi V P_x}{8l^2} \left[K_{15}(z) \cos \frac{\pi k V}{l} t + K_{16}(z) \cos \frac{3\pi k V}{l} t \right] \sin \frac{\pi k z}{l}; \\
\operatorname{Re}\{V_{k_3}\} & = \frac{3\pi V P_y}{8l^2} \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k \cos \frac{\pi k V}{l} t}{\left\{ EJ_x \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_x \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \left(\frac{\pi k V}{l} \right)^2 + (EJ_x \eta)^2 \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^8 \right\}^{0.5}} \times \right. \\
& \times \cos \frac{EJ_x \eta \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4}{EJ_x \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_x \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \left(\frac{\pi k V}{l} \right)^2} + \\
& + \frac{k \cos \frac{3\pi k V}{l} t}{\left\{ EJ_x \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_x \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \left(\frac{3\pi k V}{l} \right)^2 + (EJ_x \eta)^2 \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^8 \right\}^{0.5}} \times \\
& + \frac{k \cos \frac{3\pi k V}{l} t}{\left\{ EJ_x \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_x \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \left(\frac{3\pi k V}{l} \right)^2 + (EJ_x \eta)^2 \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^8 \right\}^{0.5}} \times \\
& \left. \times \cos \frac{EJ_x \eta \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4}{EJ_x \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_x \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \left(\frac{3\pi k V}{l} \right)^2} \right\} \sin \frac{3\pi k z}{l} = \\
& = \frac{3\pi V P_y}{8l^2} \left[K_{17}(z) \cos \frac{\pi k V}{l} t + K_{18}(z) \cos \frac{3\pi k V}{l} t \right] \sin \frac{3\pi k z}{l};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\operatorname{Re}\{V_{k_4}\} &= \frac{3\pi VP_x}{8l^2} \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k \cos \frac{\pi k V}{l} t}{\left\{ EJ_y \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_y \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \left(\frac{\pi k V}{l} \right)^2 + (EJ_y \eta)^2 \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^8 \right\}^{0,5}} \right. \\
&\times \cos \frac{EJ_y \eta \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4}{EJ_y \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_y \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \left(\frac{\pi k V}{l} \right)^2} + \\
&+ \frac{k \cos \frac{3\pi k V}{l} t}{\left\{ EJ_y \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_y \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \left(\frac{3\pi k V}{l} \right)^2 + (EJ_y \eta)^2 \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^8 \right\}^{0,5}} \times \\
&\left. \times \cos \frac{EJ_y \eta \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4}{EJ_y \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_y \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \left(\frac{3\pi k V}{l} \right)^2} \right\} \sin \frac{3\pi k z}{l} = \\
&= \frac{3\pi VP_x}{8l^2} \left[K_{19}(z) \cos \frac{\pi k V}{l} t + K_{20}(z) \cos \frac{3\pi k V}{l} t \right] \sin \frac{3\pi k z}{l};
\end{aligned}$$

В случае крепления рельса к железобетонным шпалам с учетом волнообразного износа дифференциальные уравнения изгибных колебаний примут вид:

$$\begin{aligned}
&\rho \left[J_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \frac{d^2 \xi}{dt^2} + EJ_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 \xi = \\
&= \frac{3P_y^*}{16l} \sum_{k=1}^{\infty} \cos \left[\pi V \left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] - \cos \left[\pi V \left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] - \\
&- \frac{P_y^*}{16l} \sum_{k=1}^{\infty} \cos \left[\pi V \left(\frac{3k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] - \cos \left[\pi V \left(\frac{3k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right];
\end{aligned} \tag{1.22}$$

$$\begin{aligned}
& \rho \left[J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} + EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 \varepsilon = \\
& = \frac{3P_x^*}{16l} \sum_{k=1}^{\infty} \cos \left[\pi V \left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] - \cos \left[\pi V \left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] - \\
& - \frac{P_x^*}{16l} \sum_{k=1}^{\infty} \cos \left[\pi V \left(\frac{3k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] - \cos \left[\pi V \left(\frac{3k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right]; \\
& \rho \left[J_x \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \frac{d^2 \xi}{dt^2} + EJ_x \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4 \xi = \\
& = \frac{P_y^*}{16l} \sum_{k=1}^{\infty} \cos \left[\pi V \left(\frac{3k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] - \cos \left[\pi V \left(\frac{3k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] - \\
& - \frac{3P_y^*}{16l} \sum_{k=1}^{\infty} \cos \left[\pi V \left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] - \cos \left[\pi V \left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right]; \\
& \rho \left[J_y \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} + EJ_y \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4 \varepsilon = \\
& = \frac{P_x^*}{16l} \sum_{k=1}^{\infty} \cos \left[\pi V \left(\frac{3k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] - \cos \left[\pi V \left(\frac{3k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] - \\
& - \frac{3P_x^*}{16l} \sum_{k=1}^{\infty} \cos \left[\pi V \left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] - \cos \left[\pi V \left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right].
\end{aligned}$$

Решение системы уравнений относительно скорости колебаний получено в следующем виде:

$$\times \cos \frac{EJ_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 \eta}{EJ_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \pi^2 V^2 \left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right)^2} \sin \left[\pi V \left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] +$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\pi V \left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right)}{\left\{ \left[EJ_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \pi^2 V^2 \left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right)^2 \right]^2 + (EJ_x \eta)^2 \left(\frac{\pi k}{l} \right)^8 \right\}^{0.5}} \times \\
& \times \cos \frac{EJ_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 \eta}{EJ_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \pi^2 V^2 \left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right)^2} \sin \left[\pi V \left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] \left. \vphantom{\sum_{k=1}^{\infty}} \right\} \sin \frac{\pi k z}{l} + \\
& + \frac{P_y^*}{16l} \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\pi V \left(\frac{3k}{l} - \frac{2}{l^*} \right)}{\left\{ \left[EJ_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \pi^2 V^2 \left(\frac{3k}{l} - \frac{2}{l^*} \right)^2 \right]^2 + (EJ_x \eta)^2 \left(\frac{\pi k}{l} \right)^8 \right\}^{0.5}} \times \right. \\
& \times \cos \frac{EJ_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 \eta}{EJ_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \pi^2 V^2 \left(\frac{3k}{l} - \frac{2}{l^*} \right)^2} \sin \left[\pi V \left(\frac{3k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] - \\
& - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\pi V \left(\frac{3k}{l} + \frac{2}{l^*} \right)}{\left\{ \left[EJ_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \pi^2 V^2 \left(\frac{3k}{l} + \frac{2}{l^*} \right)^2 \right]^2 + (EJ_x \eta)^2 \left(\frac{\pi k}{l} \right)^8 \right\}^{0.5}} \times \\
& \times \cos \frac{EJ_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 \eta}{EJ_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \pi^2 V^2 \left(\frac{3k}{l} + \frac{2}{l^*} \right)^2} \sin \left[\pi V \left(\frac{3k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] \left. \vphantom{\sum_{k=1}^{\infty}} \right\} \sin \frac{3\pi k z}{l} = \\
& = \frac{3P_y^*}{16l} \left\{ K_{21}(z) \sin \left[\pi V \left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] + K_{22}(z) \sin \left[\pi V \left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] \right\} \sin \frac{\pi k z}{l} + \\
& + \frac{P_y^*}{16l} \left\{ K_{23}(z) \sin \left[\pi V \left(\frac{3k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] + K_{24}(z) \sin \left[\pi V \left(\frac{3k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] \right\} \sin \frac{3\pi k z}{l};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\operatorname{Re}\{V_{k_2}\} = & \frac{3P_x^*}{16l} \left\langle \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\pi V \left(\frac{2}{l^*} - \frac{k}{l} \right)}{\left\{ \left[EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \pi^2 V^2 \left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right)^2 \right]^2 + (EJ_y \eta)^2 \left(\frac{\pi k}{l} \right)^8 \right\}^{0.5}} \right. \\
& \times \cos \frac{EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 \eta}{EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \pi^2 V^2 \left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right)^2} \sin \left[\pi V \left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] + \\
& + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\pi V \left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right)}{\left\{ \left[EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \pi^2 V^2 \left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right)^2 \right]^2 + (EJ_y \eta)^2 \left(\frac{\pi k}{l} \right)^8 \right\}^{0.5}} \times \\
& \times \cos \frac{EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 \eta}{EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \pi^2 V^2 \left(\frac{2}{l^*} + \frac{k}{l} \right)^2} \sin \left[\pi V \left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] \left. \right\rangle \sin \frac{\pi k z}{l} + \\
& + \frac{P_x^*}{16l} \left\langle \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\pi V \left(\frac{3k}{l} - \frac{2}{l^*} \right)}{\left\{ \left[EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \pi^2 V^2 \left(\frac{3k}{l} - \frac{2}{l^*} \right)^2 \right]^2 + (EJ_y \eta)^2 \left(\frac{\pi k}{l} \right)^8 \right\}^{0.5}} \right. \\
& \times \cos \frac{EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 \eta}{EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \pi^2 V^2 \left(\frac{3k}{l} - \frac{2}{l^*} \right)^2} \sin \left[\pi V \left(\frac{3k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\pi V \left(\frac{3k}{l} + \frac{2}{l^*} \right)}{\left\{ \left[EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \pi^2 V^2 \left(\frac{3k}{l} + \frac{2}{l^*} \right)^2 \right]^2 + (EJ_y \eta)^2 \left(\frac{\pi k}{l} \right)^8 \right\}^{0.5}} \times \\
& \times \cos \frac{EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 \eta}{EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \pi^2 V^2 \left(\frac{3k}{l} + \frac{2}{l^*} \right)^2} \sin \left[\pi V \left(\frac{3k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] \left. \sin \frac{3\pi k z}{l} = \right. \\
& = \frac{3P_x^*}{16l} \left\{ K_{25}(z) \sin \left[\pi V \left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] + K_{26}(z) \sin \left[\pi V \left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] \right\} \sin \frac{\pi k z}{l} + \\
& + \frac{P_x^*}{16l} \left\{ K_{27}(z) \sin \left[\pi V \left(\frac{3k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] + K_{28}(z) \sin \left[\pi V \left(\frac{3k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] \right\} \sin \frac{3\pi k z}{l}; \\
& \text{Re} \{ V_{k_3} \} = \frac{P_y^*}{16l} \left\langle \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\pi V \left(\frac{2}{l^*} - \frac{3k}{l} \right)}{\left\{ \left[EJ_x \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_x \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \pi^2 V^2 \left(\frac{3k}{l} - \frac{2}{l^*} \right)^2 \right]^2 + (EJ_x \eta)^2 \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^8 \right\}^{0.5}} \times \right. \\
& \times \cos \frac{EJ_x \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4 \eta}{EJ_x \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_x \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \pi^2 V^2 \left(\frac{3k}{l} - \frac{2}{l^*} \right)^2} \sin \left[\pi V \left(\frac{3k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] + \\
& + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\pi V \left(\frac{3k}{l} + \frac{2}{l^*} \right)}{\left\{ \left[EJ_x \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_x \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \pi^2 V^2 \left(\frac{3k}{l} + \frac{2}{l^*} \right)^2 \right]^2 + (EJ_x \eta)^2 \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^8 \right\}^{0.5}} \times \\
& \times \cos \frac{EJ_x \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4 \eta}{EJ_x \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_x \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \pi^2 V^2 \left(\frac{3k}{l} + \frac{2}{l^*} \right)^2} \sin \left[\pi V \left(\frac{3k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] \left. \sin \frac{3\pi k z}{l} + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{3P_y^*}{16l} \left\langle \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\pi V \left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right)}{\left[\left[EJ_x \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_x \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \pi^2 V^2 \left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right)^2 \right]^2 + (EJ_x \eta)^2 \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^8 \right]^{0.5}} \right\rangle \times \\
& \times \cos \frac{EJ_x \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4 \eta}{EJ_x \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_x \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \pi^2 V^2 \left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right)^2} \sin \left[\pi V \left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] - \\
& - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\pi V \left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right)}{\left[\left[EJ_x \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_x \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \pi^2 V^2 \left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right)^2 \right]^2 + (EJ_x \eta)^2 \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^8 \right]^{0.5}} \times \\
& \times \cos \frac{EJ_x \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4 \eta}{EJ_x \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_x \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \pi^2 V^2 \left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right)^2} \sin \left[\pi V \left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] \left. \right\rangle \sin \frac{\pi k z}{l} = \\
& = \frac{P_y^*}{16l} \left\{ K_{29}(z) \sin \left[\pi V \left(\frac{3k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] + K_{30}(z) \sin \left[\pi V \left(\frac{3k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] \right\} \sin \frac{3\pi k z}{l} + \\
& + \frac{3P_y^*}{16l} \left\{ K_{31}(z) \sin \left[\pi V \left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] + K_{32}(z) \sin \left[\pi V \left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] \right\} \sin \frac{\pi k z}{l}; \\
& \text{Re}\{V_{k_4}\} = \frac{P_x^*}{16l} \left\langle \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\pi V \left(\frac{2}{l^*} - \frac{3k}{l} \right)}{\left[\left[EJ_y \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_y \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \pi^2 V^2 \left(\frac{3k}{l} - \frac{2}{l^*} \right)^2 \right]^2 + (EJ_y \eta)^2 \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^8 \right]^{0.5}} \right\rangle \times \\
& \times \cos \frac{EJ_y \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4 \eta}{EJ_y \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_y \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \pi^2 V^2 \left(\frac{3k}{l} - \frac{2}{l^*} \right)^2} \sin \left[\pi V \left(\frac{3k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\pi V \left(\frac{3k}{l} + \frac{2}{l^*} \right)}{\left\{ \left[EJ_y \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_y \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \pi^2 V^2 \left(\frac{3k}{l} + \frac{2}{l^*} \right)^2 \right]^2 + (EJ_y \eta)^2 \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^8 \right\}^{0.5}} \times \\
& \times \cos \frac{EJ_y \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4 \eta}{EJ_y \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_y \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \pi^2 V^2 \left(\frac{3k}{l} + \frac{2}{l^*} \right)^2} \sin \left[\pi V \left(\frac{3k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] \left. \vphantom{\sum_{k=1}^{\infty}} \right\} \sin \frac{3\pi k z}{l} + \\
& + \frac{3P_x^*}{16l} \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\pi V \left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right)}{\left\{ \left[EJ_y \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_y \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \pi^2 V^2 \left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right)^2 \right]^2 + (EJ_y \eta)^2 \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^8 \right\}^{0.5}} \times \right. \\
& \times \cos \frac{EJ_y \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4 \eta}{EJ_y \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_y \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \pi^2 V^2 \left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right)^2} \sin \left[\pi V \left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] - \\
& - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\pi V \left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right)}{\left\{ \left[EJ_y \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_y \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \pi^2 V^2 \left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right)^2 \right]^2 + (EJ_y \eta)^2 \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^8 \right\}^{0.5}} \times \\
& \times \cos \frac{EJ_y \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4 \eta}{EJ_y \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left[J_y \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \pi^2 V^2 \left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right)^2} \sin \left[\pi V \left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] \left. \vphantom{\sum_{k=1}^{\infty}} \right\} \sin \frac{\pi k z}{l} = \\
& = \frac{P_x^*}{16l} \left\{ K_{33}(z) \sin \left[\pi V \left(\frac{3k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] + K_{34}(z) \sin \left[\pi V \left(\frac{3k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] \right\} \sin \frac{3\pi k z}{l} + \\
& + \frac{3P_x^*}{16l} \left\{ K_{35}(z) \sin \left[\pi V \left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] + K_{36}(z) \sin \left[\pi V \left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] \right\} \sin \frac{\pi k z}{l}. \tag{1.23}
\end{aligned}$$

Фактически расчет виброакустических характеристик на каждой собственной частоте колебаний и дает возможность теоретического определения спектров вибрации и шума (октавных или третьоктавных). Для этого расчетные уровни звукового давления энергетически суммируются по соответствующим полосам октавных или третьоктавных диапазонов. Сравнение полученных уровней с предельно допустимыми и выделение частотных областей, в которых уровни виброакустических характеристик превышают предельно-допустимые значения, является базовой информацией для выбора наиболее рационального варианта систем шумо- виброзащиты.

Как видно из полученных зависимостей, реально снизить шум и вибрацию рельса можно, только изменяя его диссипативные свойства непосредственно, а также у основания рельса.

1.4. Моделирование виброакустической динамики узла колесных пар

Узел колесной пары состоит из двух колес и оси, т. е. фактически включает три источника звукового излучения.

Расчет изгибных деформаций колес основан на допущении, что на каждое из колес воздействуют силовые возмущения, равные по амплитуде и частоте. Силовое воздействие имеет гармоничный характер. В этом случае амплитуды смещения колес определяются следующим выражением [57]:

$$u = \sum_{k=1}^{k^*} y_k(x) f_k(t),$$

где $y_k(x)$ – прогиб при k -м собственном колебании; $f_k(t)$ – функция времени, определяемая из уравнения [57]:

$$f_k''(t) + p_k^2 f_k(t) = T_k p_k \frac{\sin}{\cos} \alpha_i t,$$

где p_k – круговая собственная частота колебаний, рад/с; T_k – функция, определяемая характером силового воздействия:

$$T_k = \frac{PV_k}{p_k^2 \sum_{i=1}^2 m_i y_i^2}.$$

Решение данного уравнения имеет вид:

$$f_k(t) = T_k \frac{p_k^2}{p_k^2 - \alpha_i^2} \sin \alpha_i t.$$

Подставив функцию $f_k(t)$ в зависимость смещения, получим следующее выражение:

$$u = f_1(t)y_1 + f_2(t)y_2 = \frac{9Pl^3}{786EJ} \sum_{k=1}^{k^*} \frac{p_k^2}{p_k^2 - \alpha_i^2} \sin \alpha_i t,$$

где l – расстояние от торца оси колесной пары до середины колеса, м;

E – модуль упругости колеса, Па;

J – момент инерции, м⁴.

Виброскорость рельса определяется выражением:

$$V_k = \frac{9Pl^3}{786EJ} \sum_{k=1}^{k^*} \frac{p_k^2 \alpha_i}{p_k^2 - \alpha_i^2} \cos \alpha_i t.$$

Для колеса как круглой стальной пластины, закрепленной в центре, в общем виде получено следующее выражение действительной части скоростей колебаний:

$$\text{Re}\{V_k\} = \frac{10^{-4} Pl^3 h^3}{J(1 + \eta_k^2)} \sum_{k=1}^{k^*} \frac{k^2 \alpha_i}{(2 \cdot 10^9 k^2 - \alpha_i^2 d^6)} \cos \alpha_i t.$$

Для конкретных условий взаимодействия колеса с рельсом виброскорости рельса определяются следующим образом:

– гладкий рельс на деревянных шпалах:

$$\text{Re}\{V_k\} = \frac{10^{-4} \pi V l^3 h^3 P}{J(1 + \eta_k^2)} \sum_{k=1}^{k^*} \frac{k^3 \cos \frac{\pi k V}{l} t}{(2 \cdot 10^9 k^2 - \alpha_i^2 d^6)};$$

– рельс, имеющий волнообразный износ, на деревянных шпалах:

$$\operatorname{Re}\{V_k\} = \frac{10^{-4} \pi V l^3 h^3 P}{J(1 + \eta_k^2)} \times \sum_{k=1}^{k^*} \frac{k^2 \left\{ \left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) \sin \left[\pi V \left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] - \left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) \sin \left[\pi V \left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t - \varphi \right] \right\}}{(2 \cdot 10^9 k^2 - \alpha_i^2 d^6)};$$

– рельс гладкий на железобетонных шпалах:

$$\operatorname{Re}\{V_k\} = \frac{2,5 \cdot 10^{-4} \pi V l^3 h^3 P}{J(1 + \eta_k^2)} \sum_{k=1}^{k^*} \frac{k^3 \left(\cos \frac{\pi k V}{l} t - \cos \frac{3\pi k V}{l} t \right)}{(2 \cdot 10^9 k^2 - \alpha_i^2 d^6)};$$

– рельс, имеющий волнообразный износ, на железобетонных шпалах:

$$\operatorname{Re}\{V_k\} = \frac{1,2 \cdot 10^{-4} \pi V l^3 h^3 P}{J(1 + \eta_k^2)} \times \sum_{k=1}^{k^*} \frac{k^2 \left\{ \left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) \sin \left[\pi V \left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] - \left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) \sin \left[\pi V \left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t - \varphi \right] \right\} + \left(\frac{3k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) \sin \left[\pi V \left(\frac{3k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] - \left(\frac{3k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) \sin \left[\pi V \left(\frac{3k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t - \varphi \right]}{(2 \cdot 10^9 k^2 - \alpha_i^2 d^6)};$$

Для определения спектров шума, создаваемого колесом, использована модель круглой пластины, закрепленной в центре, звуковое давление которой определяется по формуле [53]:

$$P = \frac{V_k f_k d_\kappa^2}{r} = 7 \cdot 10^3 \frac{h^{1,5} k V_k}{d_\kappa r}.$$

Уровни звукового давления определяются как:

$$L = 20 \lg V_k k - 20 \lg d_\kappa r + 30 \lg h + 171.$$

1.5. Выводы по главе. Задачи исследования

Анализ выполненных исследований показал, что:

1. Существующие исследования безопасности мостовых кранов посвящены анализу причин возникновения аварий.

2. Процессы шумообразования изучены только для кабин мостовых кранов и козловых кранов.

3. Расчеты воздействия акустического излучения редукторов основаны на экспериментальных данных скоростей колебаний их корпусных деталей. Не изучены способы снижения шума редукторов в условиях предприятий-потребителей.

4. Математическая модель виброакустической динамики рельса требует значительных уточнений, так как построена для колебательной системы «упругая балка на упруго-диссипативном основании». Условия закрепления рельса мостового крана соответствуют схеме балки, которая жестко закреплена.

5. Не учтены такие источники, как узлы колесных пар.

6. Не изучены диссипативные характеристики вышеперечисленных источников, которые необходимы для расчета их виброакустических характеристик на этапе проектирования мостовых кранов.

7. Не изучены закономерности формирования спектров шума, создаваемого общей акустической системой мостовых кранов в производственных помещениях. Эта проблема наиболее актуальна для условий литейных цехов, в которых эксплуатируются мостовые краны большой грузоподъемности, которые фактически являются (в отличие от цехов механической обработки) основным источником шума, формирующим звуковое поле в производственном помещении.

Таким образом, проблема изучения закономерностей процесса шумообразования мостовых кранов в производственных помещениях является актуальной для машиностроительной отрасли. Не разработан общий методологический подход к теоретическому описанию процессов виброакустической динамики общей колебательной системы мостовых кранов.

Таким образом, решение проблемы обеспечения виброакустической безопасности при эксплуатации мостовых кранов на стадии проектирования на современном этапе развития в первую очередь зависит от уровня научной базы, обеспечивающей достаточную для инженерных задач точность расчета спектров вибрации и шума всей колебательной системы мостовых кранов, на основе чего и выбираются инженерные решения по снижению уровней шума и вибраций, обеспечивающие выполнение предельно-допустимых значений.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕКТРОВ ШУМА И ВИБРАЦИИ, СОЗДАВАЕМЫХ МОСТОВЫМИ КРАНАМИ В ПРОИЗВОДСТВЕННОМ ПОМЕЩЕНИИ

Характерной особенностью формирования звукового поля внутри производственного помещения является взаимодействие акустических характеристик основных источников акустической системы мостового крана с отражающими поверхностями, такими как потолок и стены. В качестве исходного выражения уровней шума внутри замкнутого объема принята известная зависимость [58, 59]:

$$L_{P_i} = L_{W_i} + 10 \lg \left(\frac{2}{\pi r^2} + \frac{4}{B_{\text{пом}}} \right), \quad (2.1)$$

где L_{P_i} – уровни звукового давления, дБ;

L_{W_i} – уровни звуковой мощности, излучаемой источником, дБ;

r – расстояние до расчетной точки от излучающей звук поверхности, м;

$B_{\text{пом}}$ – постоянная помещения, м².

Учитывая расположение мостового крана относительно отражающих звук поверхностей, зависимость (2.1) привели к следующему виду [59, 60]:

$$L_{P_i} = L_{W_i} + 10 \lg \left(\frac{0,15}{\pi r^2} + \frac{1 - \bar{\alpha}_i^f}{\sum \alpha_i^f S_i} \right) + 6, \quad (2.2)$$

где $\bar{\alpha}_i^f$ – среднее значение коэффициента звукопоглощения производственного помещения; α_i^f и S_i – коэффициент звукопоглощения и площадь, м², соответствующего участка производственного помещения.

2.1. Оценка акустических характеристик, создаваемых мостовыми кранами при их эксплуатации

Приведенные выше зависимости (2.1) и (2.2) учитывают только постоянные производственных помещений и для производственных цехов нуждаются в

существенном уточнении, так как должны учитывать звуковую энергию, отражаемую не только от стен самого помещения, но и от технологического оборудования. Поэтому теоретическое исследование процесса формирования звукового поля в рамках данной работы выполнено согласно рисунку 2.1 [61].

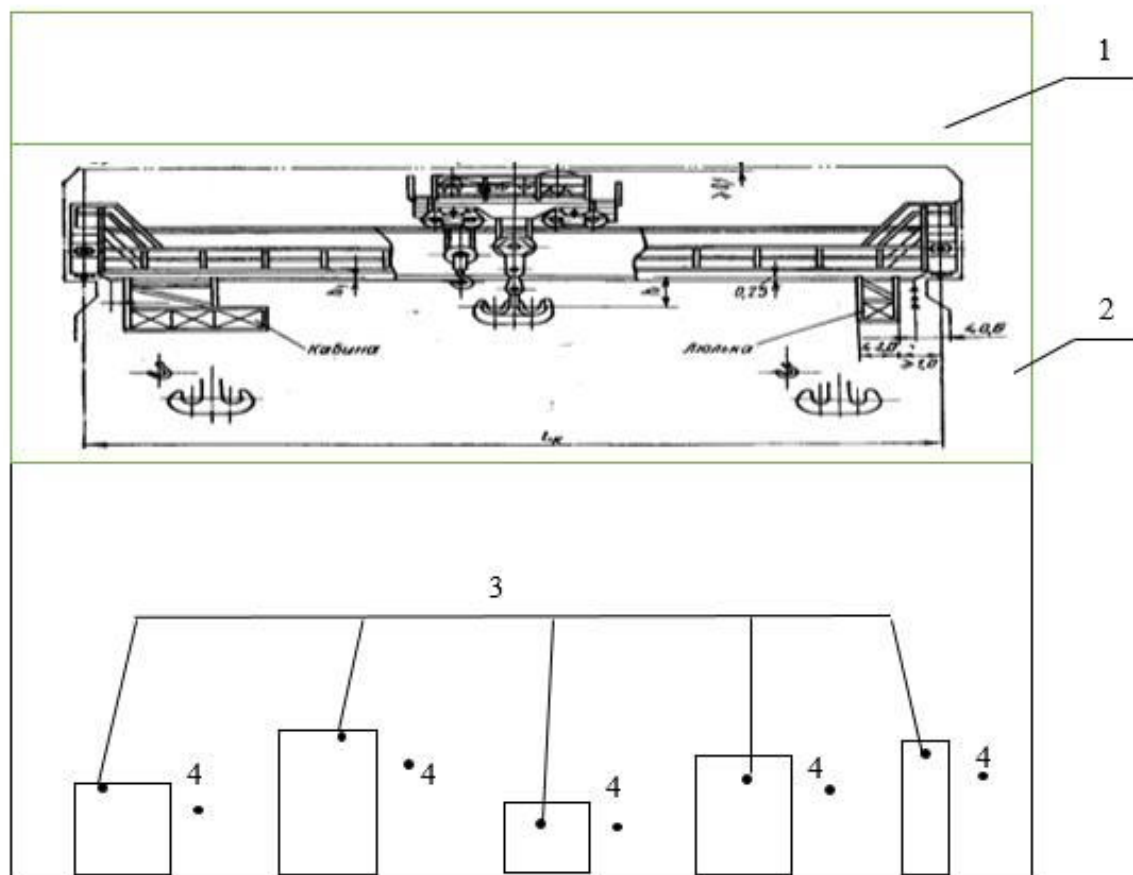


Рисунок 2.1 – Расположение источников шума для оценки акустических характеристик в производственных цехах:

- 1 – производственное помещение; 2 – мостовой кран;
3 – технологическое оборудование; 4 – расчетные точки

В условиях предприятий – потребителей кранов для таких источников, как редукторы и двигатели, выполнить предельные спектры шума в вышеуказанных источниках практически невозможно. В этом случае наиболее эффективным способом снижения шума является система шумозащиты, которая включает в себя акустический экран, параметры которого определяются в соответствии с

выполнением предельно-допустимых значений шума. Формула для определения интенсивности звука производственном помещении [60]:

$$I_{PT} = I_{\text{пр}}^{\text{огр}} + I_{\text{отр}}^{\text{об}} + I_{\text{отр}}, \text{ Вт} \cdot \text{м}^2, \quad (2.3)$$

где $I_{\text{пр}}^{\text{огр}}$ – составляющая звуковой энергии, дифрагирующей через ограждение;

$I_{\text{отр}}^{\text{об}}$ – составляющая звуковой энергии, отраженной от технологического оборудования;

$I_{\text{отр}}$ – составляющая звуковой энергии, отразившейся от элементов производственного помещения.

Интенсивность звуковой энергии, воздействующей на ограждение, определяется [62]:

$$I_{\text{пад}}^{\text{огр}} = \frac{W\chi}{2\pi r_1^2}, \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}, \quad (2.4)$$

где r_1 – расстояние от источника шума до ограждения, м;

χ – коэффициент влияния ближнего звукового поля [59].

Мощность звука на ограждении:

$$W_{\text{огр}} = I_{\text{под}}^{\text{огр}} \cdot (1 - \alpha_{\text{огр}}) S_{\text{огр}}, \text{ Вт}, \quad (2.5)$$

где $\alpha_{\text{огр}}$ – коэффициент звукопоглощения отражающей конструкции со стороны источника шума;

$S_{\text{огр}}$ – площадь ограждения.

Звуковая энергия, прошедшая через i -е ребро ограждения, являющаяся линейным источником, определяется как:

$$I_{\text{пр}}^{\text{огр}} = \frac{W_{\text{огр}}}{2\pi l_i r_2} \arctg \frac{l_i}{2r_2}, \quad (2.6)$$

где l_i – длина i -го ребра, м; r_2 – расстояние от ребра до расчетной точки (РТ) (принимая, что расстояния от каждого из ребер до РТ одинаковы).

При проникновении звука в расчетную точку через n ребер интенсивность звука определяется следующим образом:

$$I_{\text{пр}}^{\text{огр}} = \sum_{i=1}^n I_{\text{пр}i} . \quad (2.7)$$

Таким образом:

$$I_{\text{пр}}^{\text{огр}} = \sum_{i=1}^n \frac{W_{\text{ист}} (1 - \alpha_{\text{огр}}) S_{\text{огр}}}{4\pi^2 r_1^2 l r_2} \arctg \frac{l_i}{2r_2} . \quad (2.8)$$

Звуковая энергия на отражающую поверхность, определяется как:

$$I_{\text{пад}}^{\text{об}} = \frac{W_{\text{ист}}}{2\pi r_{\text{об}}^2} , \quad (2.9)$$

где $r_{\text{об}}$ – расстояние от источника шума до близрасположенного оборудования, м.

Тогда выражение, определяющее звуковую мощность, примет вид:

$$W_{\text{об}} = I_{\text{пад}}^{\text{об}} S_{\text{об}} (1 - \alpha_{\text{об}}) , \quad (2.10)$$

где $S_{\text{об}}$ – площадь излучаемой поверхности, м²; $\alpha_{\text{об}}$ – коэффициент звукопоглощения отражающей поверхности.

Звук в РТ от i -го близрасположенного на расстоянии станка:

$$I_{\text{отр}}^{\text{об}} = \frac{4W_{\text{об}}}{\pi \alpha_{\text{об}_i} b_{\text{об}_i}} \arctg \frac{a_{\text{об}_i} b_{\text{об}_i}}{2r_i \sqrt{4r_i^2 (a_{\text{об}_i}^2 + b_{\text{об}_i}^2)}} , \quad (2.11)$$

где $\alpha_{\text{об}_i}, b_{\text{об}_i}$ – линейные размеры отражающей поверхности, м; r_i – расстояние от отражающей поверхности до РТ, м.

Для m отражающий звук близрасположенных станков:

$$I_{\text{отр}}^{\text{от}} = \sum_{i=1}^m I_{\text{отр}i}^{\text{об}} . \quad (2.12)$$

Тогда:

$$I_{\text{отр}}^{\text{от}} = \sum_{i=1}^n \frac{W_{\text{ист}} (1 - \alpha_{\text{огр}}) S_{\text{об}}}{2\pi r_{\text{об}}^2 \alpha_{\text{об}} b_{\text{об}} \pi} \arctg \frac{\alpha_{\text{об}} b_{\text{об}}}{2r_i \sqrt{4r_i^2 \alpha_{\text{об}}^2 + b_{\text{об}}^2}} . \quad (2.13)$$

Отсюда следует:

$$I_{PT} = 4W_{\text{ист}} \left[\sum_{i=1}^n \frac{(1 - \alpha_{\text{орг}}) S_{\text{орг}}}{\pi^2 r_i^2 l_i r_2} \operatorname{arctg} \frac{l_i}{2r_2} + \sum_{i=1}^m \frac{(1 - \alpha_{\text{об}})}{2\pi^2 r_{\text{об}}^2} \operatorname{arctg} \frac{\alpha_{\text{об}_i} b_{\text{об}_i}}{2r_i \sqrt{r_i^2 + \alpha_{\text{об}}^2 + b_{\text{об}}^2}} + \frac{\Psi_{\text{пом}}}{V_{\text{пом}}} \right], \quad (2.14)$$

где $W_{\text{ист}}$ – акустическая мощность источника, Вт; $\Psi_{\text{пом}}$ – коэффициент, учитывающий неравномерность звукового поля внутри ограждения; $V_{\text{пом}}$ – акустическая постоянная внутри замкнутого ограждающего объема, м².

$$V_{\text{пом}} = \frac{A_{\text{орг}}}{1 - \alpha_{\text{орг}}}, \quad (2.15)$$

где $A_{\text{орг}}$ – эквивалентная площадь помещения, м²; $\bar{\alpha}_{\text{орг}}$ – средний коэффициент звукопоглощения.

Прологарифмировав обе части, получили следующее выражение:

$$I_{PT} = L_{W_{\text{ист}}} + 10 \lg \left[\sum_{i=1}^n \frac{(1 - \alpha_{\text{орг}}) S_{\text{орг}}}{\pi^2 r_i^2 l_i r_2} \operatorname{arctg} \frac{l_i}{2r_2} + \sum_{i=1}^m \frac{(1 - \alpha_{\text{об}})}{2\pi^2 r_{\text{об}}^2} \operatorname{arctg} \frac{\alpha_{\text{об}_i} b_{\text{об}_i}}{2r_i \sqrt{r_i^2 + \alpha_{\text{об}}^2 + b_{\text{об}}^2}} + \frac{\Psi_{\text{пом}}}{V_{\text{пом}}} \right] + 6, \text{ дБ}, \quad (2.16)$$

где $L_{W_{\text{ист}}}$ – уровни акустической мощности источника, дБ.

Таким образом, для определения акустических характеристик, создаваемых мостовыми кранами в производственных помещениях, необходимо определить уровни звуковой мощности самих источников излучения звуковой энергии. Для производственного оборудования, корпусов редукторов мостовых кранов, плоских ограждающих конструкций источником шума является плоский излучатель, мощность которого приведена к следующему виду [63–66]:

$$W = 4,4 \cdot 10^2 S \cdot V_{mn}^2, \quad (2.17)$$

где S – площадь, m^2 ; V_{mn} – скорости колебаний на собственных частотах источника, Гц, а уровень звуковой мощности:

$$L_w = 20 \lg V_{mn} + 10 \lg S + 146, \text{ дБ.} \quad (2.18)$$

Практическое выполнение предельно-допустимых величин шума для источников снизит интенсивность звукового излучения в условиях производственных цехов (как указывалось выше) и может быть достигнуто подбором звукопоглощающих материалов и геометрических размеров ограждающих конструкций (в виде акустических экранов).

2.2. Модели источников шума мостовых кранов

Конструкции мостовых кранов и их основных узлов определяют модели основных источников шума. В частности, рельсы, оси колесных пар, элементы рам и тележек могут быть аппроксимированы линейными источниками звука. Тогда на основе данных работ [67, 68] зависимости для расчета октавных уровней звукового давления получены следующие выражения:

– Рельсы и элементы рамы мостового крана (2.19а, б):

– при $0,02 f_k h_p \cos \beta < 1$:

$$L_{W_p} = 20 \lg f_k + 10 \lg \beta h_p V_k S_p \cdot \cos \beta + 106; \quad (2.19а)$$

– при $0,02 f_k h_p \cos \beta \geq 1$:

$$L_{W_p} = 10 \lg B V_k S_p + 5 \lg f_k h_p \cos \beta + 135, \quad (2.19б)$$

где β – угол излучения; f_k – собственные частоты колебаний источника, Гц; h_p – высота рельса или элемента рамы мостового крана, м; V_k – собственная частота колебаний источника, м/с; S_p – площадь поверхности источника, м², которая по данным работы [67, 69] приведена к виду:

$$\beta = \int_0^{l_4} V_k(z) e^{-i0,02 f_k z} dz.$$

– Оси колесной пары (2.20а, б):

– при $0,02f_k D_0 < 1$:

$$L_{W_0} = 20 \lg f_k D_0 + 10 \lg B V_k l \cos \beta + 120; \quad (2.20a)$$

– при $0,02f_k D_0 \geq 1$:

$$L_{W_0} = 5 \lg f_k + 15 \lg D_0 + 10 \lg B V_k l \cos \beta + 144, \quad (2.20б)$$

где D_0 – диаметр оси колеса, м.

– Колеса (2.21):

$$L_{W_k} = 20 \lg V_k + 10 \lg (0,5 D_k + h_k) k + 174, \quad (2.21)$$

где D_k – диаметр колеса, м; h_k – толщина обода колеса, м; k – коэффициент, определяющий собственную частоту колебания.

Формы собственных колебаний рельса с учетом его крепления определяются следующим образом [70, 71]:

$$f_k = 625 \left(\frac{2k-1}{l_1} \right)^2 \sqrt{\frac{Y}{F}}; \quad (2.22)$$

где l_1 – расстояние между точками крепления рельса, м; Y и F – момент инерции, m^4 , и площадь поперечного сечения рельса, m^2 .

Собственные формы колебаний осей колесных пар с учетом их геометрической конфигурации определяются как [72]:

$$f_k = 625 \left(\frac{k}{l} \right)^2 D_0. \quad (2.23)$$

Тогда для уровней звуковой мощности получены следующие зависимости [68]:

– двух рельс при $0,02f_k h_p < 1$:

$$L_{W_p} = 40 \lg \frac{2k-1}{l_1} + 10 \lg \frac{l}{F} + 10 \lg B h_p V_k S_p \cos \beta + 173; \quad (2.24)$$

– двух рельс при $0,02f_k h_p \geq 1$:

$$L_w = 10 \lg \frac{2k-1}{l_1} + 2,5 \lg \frac{I}{F} + 5 \lg h_p \cos \beta + 10 \lg B V_k S_p \cos \beta + 156; \quad (2.25)$$

– двух осей колесных пар при $0,02 f_k D_0 < 1$:

$$L_{w_0} = 40 \lg k D_0 - 30 \lg l + 10 \lg B V_k \cos \beta + 183; \quad (2.26)$$

– двух осей колесной пары при $0,02 f_k D_0 \geq 1$:

$$L_{w_0} = 40 \lg \frac{k}{l} + 20 \lg D_0 + 10 \lg B V_k \cos \beta + 161; \quad (2.27)$$

– четырех колес тележки крана:

$$L_{w_k} = 20 \lg V_k + 10 \lg (0,5 D_k + h_k) k + 180. \quad (2.28)$$

где F – момент инерции, m^4 , и площадь поперечного сечения рельса, m^2 ; k – коэффициент, определяющий собственную частоту колебания; V_k – скорость колебаний, m/s ; S – площадь рельса, m^2 ; l_0 – длина оси, m ; l_1 – длина рельса, m ; B – функция, определяющая направление излучения; R_0 – радиус оси, m .

Таким образом, для инженерного расчета уровней спектральных составляющих вышеуказанных источников необходимо определить амплитуды виброскоростей на собственных формах колебаний каждого источника.

2.3. Оценка виброскоростей при колебаниях рельса в процессе движения мостового крана

Рельс представляет собой балку, имеющую два существенно различных момента инерции в направлении осей OZ и OY . Поэтому инженерный расчет акустических характеристик такой системы целесообразно производить в направлении меньшего момента инерции (т. е. оси OY).

Теоретическое исследование виброскоростей рельса основано на допущении, что амплитуды силового воздействия на рельс от всех колес мостового крана равны между собой.

Расчетная схема рельса мостового крана представлена на рисунке 2.2.

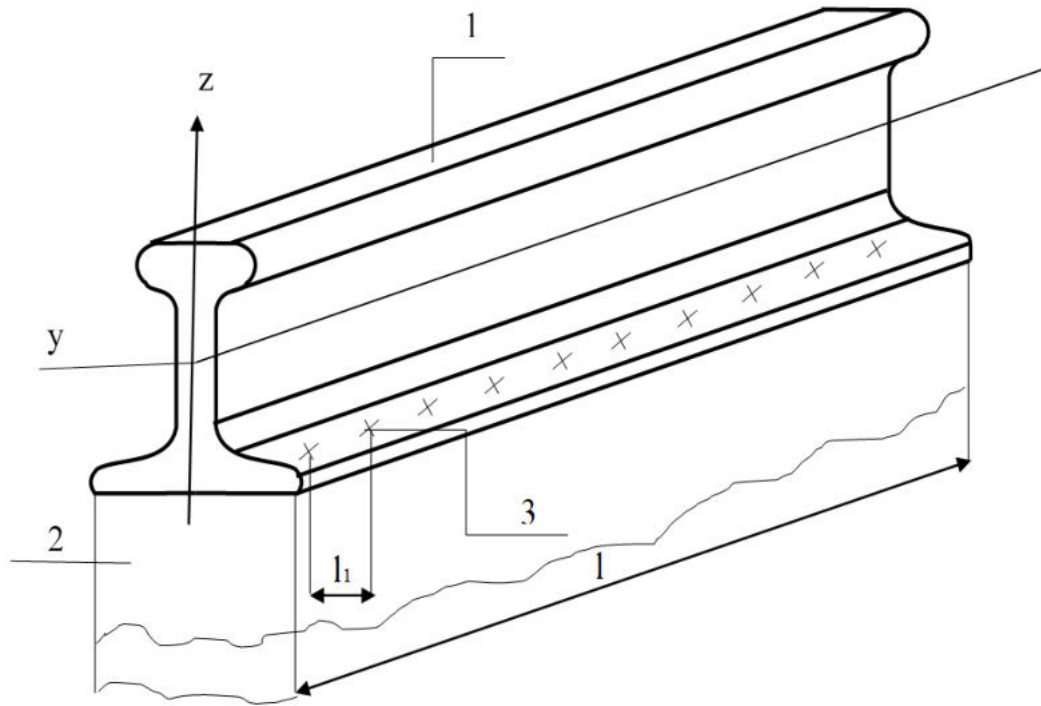


Рисунок 2.2 – Расчетная схема мостового крана:

1 – рельса; 2 – стена производственного помещения;

3 – точки крепления к стене производственного помещения

Тогда уравнение изгибных колебаний рельса получено в следующем виде:

$$EY \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + m_0 \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 2P(x, t), \quad (2.29)$$

где E – модуль упругости, Па; Y – момент инерции в направлении оси OY , м^4 ; P – составляющая силового воздействия в направлении оси OY , Н; m_0 – распределенная масса рельса, $\text{кг}/\text{м}$; $\delta(x - x_0)$ – дельта-функция, смещенная по координате.

В соответствии с принятым допущением, что рельс рассматривается как жестко заземленная балка (с постоянным моментом инерции в направлении оси OY) во всех точках крепления 3 (см. рисунок 2.1) к стенам производственного помещения, функция, удовлетворяющая краевым условиям [67], задана в следующем виде:

$$\varphi(x) = \cos^3 \frac{2k-1}{2l_1} \pi x \cdot \sin \frac{\pi k x}{2l_1}, \quad (2.30)$$

где l_1 – расстояние между точками крепления рельса к стене производственного помещения.

В этом случае уравнение изгибных колебаний рельса примет вид:

$$\begin{aligned} EY \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + m_0 \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{3 \cdot 10^{-2}}{l_1} P \sum_{k=1}^{k^*} \left[\left(\sin \frac{7k-3}{2l_1} \pi x + \sin \frac{3-5k}{2l_1} \pi x \right) + \right. \\ \left. + 3 \left(\sin \frac{3k-1}{2l_1} \pi x + \sin \frac{1-2k}{2l_1} \pi x \right) \right] \left[\left(\sin \frac{7k-3}{2l_1} \pi Vt + \sin \frac{3-5k}{2l_1} \pi Vt \right) + \right. \\ \left. + 3 \left(\sin \frac{3k-1}{2l_1} \pi Vt + \sin \frac{1-2k}{2l_1} \pi Vt \right) \right], \quad (2.31) \end{aligned}$$

где V – скорость движения крана, м/с; k^* – количество собственных частот рельса в нормируемом диапазоне частот.

Используя метод разделения переменных, для стального рельса получили следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{(d^2 y_1)}{dt^2} + 1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{7k-3}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} y_1 = \frac{4 \cdot 10^{-6}}{l_1 F} P_y \sum_{k=1}^{k^*} \sin \frac{(7k-3)}{2l_1} \pi Vt + \\ + \sin \frac{3-5k}{2l_1} \pi Vt + 3 \left(\sin \frac{3k-1}{2l_1} \pi Vt + \sin \frac{1-k}{2l_1} \pi Vt \right), \\ \frac{(d^2 y_2)}{dt^2} + 1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3-5k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} y_2 = \frac{4 \cdot 10^{-6}}{l_1 F} P_y \sum_{k=1}^{k^*} \sin \frac{(7k-3)}{2l_1} \pi Vt + \\ + \sin \frac{3-5k}{2l_1} \pi Vt + 3 \left(\sin \frac{3k-1}{2l_1} \pi Vt + \sin \frac{1-k}{2l_1} \pi Vt \right), \\ \frac{(d^2 y_3)}{dt^2} + 1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3k-1}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} y_3 = \frac{1,2 \cdot 10^{-5}}{l_1 F} P_y \sum_{k=1}^{k^*} \sin \frac{(7k-3)}{2l_1} \pi Vt + \\ + \sin \frac{3-5k}{2l_1} \pi Vt + 3 \left(\sin \frac{3k-1}{2l_1} \pi Vt + \sin \frac{1-k}{2l_1} \pi Vt \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{(d^2 y_4)}{dt^2} + 1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{1-k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} y_4 = \frac{9 \cdot 10^{-2}}{l_1 F} P_y \sum_{k=1}^{k^*} \sin \frac{(7k-3)}{2l_1} \pi Vt + \\ + \sin \frac{3-5k}{2l_1} \pi Vt + 3 \left(\sin \frac{3k-1}{2l_1} \pi Vt + \sin \frac{1-k}{2l_1} \pi Vt \right), \end{aligned} \quad (2.32)$$

где F – площадь поперечного сечения рельса, м²; P_y – силовое воздействие на рельс, H ; m – масса, приведенная к соответствующему колесу, кг; k – коэффициент, определяющий собственные частоты колебания рельса.

Решения дифференциальных уравнений получены согласно принятым начальным условиям при $t = 0$ в месте контакта рельса и колеса тележки мостового крана:

$$y = \frac{Ph_p^3}{3EY},$$

где y – прогиб рельса в направлении оси OY ; h_p – высота рельса.

Для расчета спектров шума и вибрации получены выражения модуля действительной части скоростей колебаний с учетом представления модуля упругости в комплексной форме [60, 67, 71].

$$\begin{aligned} \left| \operatorname{Re} \{ y_1' \} \right| = & \left\langle \left| - \frac{2 \cdot 10^{-8} Ph_p^3}{\sqrt{IF}} \cdot \sum_{k=1}^{k^*} \left(\frac{7k-3}{l_1} \right)^2 \sin 1,3 \cdot 10^4 \left(\frac{7k-3}{l_1} \right)^2 \sqrt{\frac{I}{F}} t + \right. \\ & + \frac{6,4 \cdot 10^{-6} P V l_1^2}{F} \left\{ \sum_{k=1}^{k^*} \frac{\left[6,4 \cdot 10^7 (7k-3)^2 \frac{Y}{F} - (V l_1)^2 \right] \cos \frac{7k-3}{2l_1} \pi Vt \cdot \frac{1}{7k-3}}{\left[6,4 \cdot 10^7 (7k-3)^2 \frac{Y}{F} - (V l_1)^2 \right]^2 + 4 \cdot 10^{15} (7k-3)^4 \left(\frac{Y}{F} \eta \right)^2} + \right. \\ & + \frac{1,6 \cdot 10^8 (7k-3)^4 \cdot \frac{Y}{F} - (5k-3)^2 (V l_1)^2}{\left[1,6 \cdot 10^8 (7k-3)^4 \cdot \frac{Y}{F} - (5k-3)^2 (V l_1)^2 \right]^2 + 2,6 \cdot 10^{16} (7k-3)^8 \left(\frac{Y}{F} \eta \right)^2} \times \\ & \left. \times (3-5k) \cos \frac{3-5k}{2l_1} \pi Vt + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +3,6 \left[\sum \frac{1,6 \cdot 10^8 (7k-3)^4 \frac{Y}{F} - (3k-1)^2 (Vl_1)^2}{1,6 \cdot 10^8 (7k-3)^4 \frac{Y}{F} - (3k-1)^2 (Vl_1)^2 + 2,6 \cdot 10^{16} (7k-3)^8 \left(\frac{Y}{F} \eta\right)^2} \right] \times \\
& \times (3k-1) \cos \frac{3k-1}{2l_1} \pi Vt + \\
& + \frac{1,6 \cdot 10^8 (7k-3)^4 \frac{Y}{F} - (1-k)^2 (Vl_1)^2}{1,6 \cdot 10^8 (7k-3)^4 \frac{Y}{F} - (1-k)^2 (Vl_1)^2 + 2,6 \cdot 10^{16} (7k-3)^8 \left(\frac{Y}{F} \eta\right)^2} \times \\
& \left. t \times (1-k) \cos \frac{1-k}{2l_1} \pi V \right\} \left. \sin \frac{7k-3}{2l_1} \pi x \right| = k_1(t) \cdot \sin \frac{7k-3}{2l_1} \pi x; \\
|\operatorname{Re}\{y'_2\}| & = \left\langle -\frac{2 \cdot 10^{-8} Ph_p^3}{\sqrt{IF}} \cdot \sum_{k=1}^{k^*} \left(\frac{3-5k}{l_1}\right)^2 \sin 1,3 \cdot 10^4 \left(\frac{3-5k}{l_1}\right)^2 \sqrt{\frac{I}{F}} t + \right. \\
& + \frac{6,4 \cdot 10^{-6} P V l_1^2}{F} \times \\
& \times \left\{ \sum \frac{1,6 \cdot 10^8 (3-5k)^4 \frac{Y}{F} (7k-3)^2 (Vl_1)^2}{\left[1,6 \cdot 10^8 (3-5k)^4 \frac{Y}{F} - (7k-3)^2 (Vl_1)^2\right]^2 + 2,6 \cdot 10^{16} (7k-3)^8 \left(\frac{Y}{F} \eta\right)^2} \right\} \times \\
& \times (7k-3) \cos \frac{7k-3}{2l_1} \pi Vt + \\
& + \frac{6,4 \cdot 10^7 (3-5k)^2 \frac{Y}{F} - (Vl_1)^2}{\left[6,4 \cdot 10^7 (3-5k)^2 \frac{Y}{F} - (Vl_1)^2\right]^2 + 4 \cdot 10^{15} (3-5k)^4 \left(\frac{Y}{F} \eta\right)^2} \times \\
& \times (3-5k) \cos \frac{3-5k}{2l_1} \pi Vt + \\
& +3,6 \sum \frac{1,6 \cdot 10^8 (3-5k)^4 \frac{Y}{F} - (3k-1)^2 (Vl_1)^2}{\left[1,6 \cdot 10^8 (3-5k)^4 \frac{Y}{F} - (3k-1)^2 (Vl_1)^2\right]^2 + 2,6 \cdot 10^{16} (3k-1)^8 \left(\frac{Y}{F} \eta\right)^2} \times
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times (3k-1) \cos \frac{3k-1}{2l_1} \pi Vt + \\
& + \sum \frac{1,6 \cdot 10^8 (3-5k)^4 \frac{Y}{F} - (1-k)^2 (Vl_1)^2}{\left[1,6 \cdot 10^8 (3-5k)^4 \frac{Y}{F} - (1-k)^2 (Vl_1)^2 \right]^2 + 2,6 \cdot 10^{16} (3-5k)^8 \left(\frac{Y}{F} \eta \right)^2} \times \\
& \quad \left. \times (1-k) \cos \frac{1-k}{2l_1} \pi Vt \right\} \left. \left. \sin \frac{3-5k}{2l_1} \pi x \right| = k_2(t) \sin \frac{3-5k}{2l_1} \pi x \right|; \\
|\operatorname{Re}\{y'_3\}| = & \left\langle \left| -\frac{2 \cdot 10^{-8} Ph_p^3}{\sqrt{IF}} \cdot \sum_{k=1}^k \left(\frac{3k-1}{l_1} \right)^2 \sin 1,3 \cdot 10^4 \left(\frac{3k-1}{l_1} \right)^2 \sqrt{\frac{I}{F}} t + \frac{2 \cdot 10^{-5} P V l_1^2}{F} \times \right. \right. \\
& \times \left. \left. \sum \frac{1,6 \cdot 10^8 (3k-1)^4 \frac{Y}{F} - (7k-3)^2 (Vl_1)^2}{\left[1,6 \cdot 10^8 (3k-1)^4 \frac{Y}{F} - (7k-3)^2 (Vl_1)^2 \right]^2 + 2,6 \cdot 10^{16} (7k-3)^8 \left(\frac{Y}{F} \eta \right)^2} \times \right. \right. \\
& \times (7k-3) \cos \frac{7k-3}{2l_1} \pi Vt + \\
& + \frac{\left[1,6 \cdot 10^8 (3k-1)^4 \frac{Y}{F} - (3-5k)^2 (Vl_1)^2 \right] \cdot (3-5k) \cos \frac{3-5k}{2l_1} \pi Vt}{\left[1,6 \cdot 10^8 (3k-1)^4 \frac{Y}{F} - (3-5k)^2 (Vl_1)^2 \right]^2 + 2,6 \cdot 10^{16} (3k-1)^8 \left(\frac{Y}{F} \eta \right)^2} + \\
& + 3,6 \left\langle \sum \frac{6,4 \cdot 10^7 (3k-1)^2 \frac{Y}{F} - (Vl_1)^2}{\left[6,4 \cdot 10^7 (3k-1)^2 \frac{Y}{F} - (Vl_1)^2 \right]^2 + 4 \cdot 10^{15} (3k-1)^4 \left(\frac{Y}{F} \eta \right)^2} \times \frac{\cos \frac{3k-1}{2l_1} \pi Vt}{3k-1} + \right. \\
& \left. + \frac{\left[1,6 \cdot 10^8 (3k-1)^4 \frac{Y}{F} - (1-k)^2 (Vl_1)^2 \right] \cdot \frac{\cos \frac{1-k}{2l_1} \pi Vt}{(1-k)}}{\left[1,6 \cdot 10^8 (3k-1)^4 \frac{Y}{F} - (1-k)^2 (Vl_1)^2 \right]^2 + 2,6 \cdot 10^{16} (3k-1)^8 \left(\frac{Y}{F} \eta \right)^2} \right\rangle \times \\
& \quad \times \sin \frac{3k-1}{2l_1} \pi x \Big| = k_3(t) \sin \frac{3k-1}{2l_1} \pi x;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
|\operatorname{Re}\{y'_4\}| = & \left\langle \left| -\frac{2 \cdot 10^{-8} Ph_p^3}{\sqrt{IF}} \cdot \sum_{k=1}^{k^*} \left(\frac{1-k}{l_1} \right)^2 \sin 1,3 \cdot 10^4 \left(\frac{1-k}{l_1} \right)^2 \sqrt{\frac{I}{F}} t + \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{2 \cdot 10^{-5} PVl_1^2}{F} \times \right. \right. \\
& \times \left\{ \sum \frac{\left[1,6 \cdot 10^8 (1-k)^4 \frac{Y}{F} - (7k-3)^2 (Vl_1)^2 \right] (7k-3) \cos \frac{7k-3}{2l_1} \pi Vt}{\left[1,6 \cdot 10^8 (1-k)^4 \frac{Y}{F} - (7k-3)^2 (Vl_1)^2 \right]^2 + 2,6 \cdot 10^{16} (1-k)^8 \left(\frac{Y}{F} \eta \right)^2} + \right. \\
& \left. + 3,6 \left\{ \sum \frac{\left[1,6 \cdot 10^8 (1-k)^4 \frac{Y}{F} - (3k-1)^2 (Vl_1)^2 \right] \cdot (3k-1) \cos \frac{3k-1}{2l_1} \pi Vt}{\left[1,6 \cdot 10^8 (1-k)^4 \frac{Y}{F} - (3k-1)^2 (Vl_1)^2 \right]^2 + 2,6 \cdot 10^{16} (1-k)^8 \left(\frac{Y}{F} \eta \right)^2} + \right. \right. \\
& \left. \left. + \sum \left[\frac{\left[6,4 \cdot 10^7 (1-k)^2 \frac{Y}{F} - (Vl_1)^2 \right] \cos \frac{1-k}{2l_1} \pi Vt}{\left[6,4 \cdot 10^7 (1-k)^2 \frac{Y}{F} - (Vl_1)^2 \right]^2 + 4 \cdot 10^{15} (1-k)^8 \left(\frac{Y}{F} \eta \right)^2} \right] \right\} \right\} \times \\
& \times \sin \frac{1-k}{2l_1} \pi x = k_4(t) \sin \frac{1-k}{2l_1} \pi x.
\end{aligned} \tag{2.33}$$

Скорость колебаний рельса определяется как:

$$Y'_p = \sum_1^4 (y'_i). \tag{2.34}$$

Для функции, учитывающей распределение скорости колебаний источника, получена следующая зависимость (2.35):

Подставляя зависимости скоростей колебаний в формулу (2.35), получили выражение функции амплитудно-фазового распределения скоростей колебаний рельса в следующем виде:

$$\beta = k_1(t) \left[\frac{\sin^2 \left(\frac{7k-3}{4l_1} \pi - 10^{-2} f_k \right) l}{\frac{7k-3}{2l_1} \pi - 2 \cdot 10^{-2} f_k} + \frac{\sin^2 \left(10^{-2} f_k + \frac{7k-3}{4l_1} \pi \right) l}{2 \cdot 10^{-2} f_k + \frac{7k-3}{2l_1} \pi} \right] +$$

$$\begin{aligned}
& +k_2(t) \left[\frac{\sin^2\left(\frac{3-5k}{4l_1}\pi - 10^{-2}f_k - \right)l}{\frac{3-5k}{2l_1}\pi - 2 \cdot 10^{-2}f_k} + \frac{\sin^2\left(10^{-2}f_k + \frac{3-5k}{4l_1}\pi\right)l}{2 \cdot 10^{-2}f_k + \frac{3-5k}{2l_1}\pi} \right] + \\
& +k_3(t) \left[\frac{\sin^2\left(\frac{3k-1}{4l_1}\pi - 10^{-2}f_k\right)l}{\frac{3k-1}{2l_1}\pi - 2 \cdot 10^{-2}f_k} + \frac{\sin^2\left(10^{-2}f_k + \frac{3k-1}{4l_1}\pi\right)l}{2 \cdot 10^{-2}f_k + \frac{3k-1}{2l_1}\pi} \right] + \\
& +k_4(t) \left[\frac{\sin^2\left(\frac{1-k}{4l_1}\pi - 10^{-2}f_k\right)l}{\frac{1-k}{2l_1}\pi - 2 \cdot 10^{-2}f_k} + \frac{\sin^2\left(10^{-2}f_k + \frac{1-k}{4l_1}\pi\right)l}{2 \cdot 10^{-2}f_k + \frac{1-k}{2l_1}\pi} \right], \tag{2.35}
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
k_1(t) = & \left\langle -\frac{2 \cdot 10^{-8} Ph_p^3}{\sqrt{IF}} \cdot \sum_{k=1}^{k^*} \left(\frac{7k-3}{l_1}\right)^2 \sin 1,3 \cdot 10^4 \left(\frac{7k-3}{l_1}\right)^2 \sqrt{\frac{I}{F}} t + \right. \\
& + \frac{6,4 \cdot 10^{-6} P V l_1^2}{F} \left\{ \sum_{k=1}^{k^*} \frac{\left[6,4 \cdot 10^7 (7k-3)^2 \frac{Y}{F} - (V l_1)^2 \right] \cos \frac{7k-3}{2l_1} \pi V t \cdot \frac{1}{7k-3}}{\left[6,4 \cdot 10^7 (7k-3)^2 \frac{Y}{F} - (V l_1)^2 \right]^2 + 4 \cdot 10^{15} (7k-3)^4 \left(\frac{Y}{F} \eta\right)^2} + \right. \\
& + \frac{1,6 \cdot 10^8 (7k-3)^4 \cdot \frac{Y}{F} - (5k-3)^2 (V l_1)^2}{\left[1,6 \cdot 10^8 (7k-3)^4 \cdot \frac{Y}{F} - (5k-3)^2 (V l_1)^2 \right]^2 + 2,6 \cdot 10^{16} (7k-3)^8 \left(\frac{Y}{F} \eta\right)^2} \times \\
& \times (3-5k) \cos \frac{3-5k}{2l_1} \pi V t + \\
& \left. + 3,6 \left(\sum \frac{1,6 \cdot 10^8 (7k-3)^4 \frac{Y}{F} - (3k-1)^2 (V l_1)^2}{1,6 \cdot 10^8 (7k-3)^4 \frac{Y}{F} - (3k-1)^2 (V l_1)^2 2,6 \cdot 10^{16} (7k-3)^8 \left(\frac{Y}{F} \eta\right)^2} \right) \times \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times (3k-1) \cos \frac{3k-1}{2l_1} \pi V t + \\
& + \frac{1,6 \cdot 10^8 (7k-3)^4 \frac{Y}{F} - (1-k)^2 (Vl_1)^2}{1,6 \cdot 10^8 (7k-3)^4 \frac{Y}{F} - (1-k)^2 (Vl_1)^2 + 2,6 \cdot 10^{16} (7k-3)^8 \left(\frac{Y}{F} \eta \right)^2} \times \\
& t \times (1-k) \cos \frac{1-k}{2l_1} \pi V \left. \right\} \left. \right\};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_2(t) = & \left\langle \left| -\frac{2 \cdot 10^{-8} Ph_p^3}{\sqrt{IF}} \cdot \sum_{k=1}^* \left(\frac{3-5k}{l_1} \right)^2 \sin 1,3 \cdot 10^4 \left(\frac{3-5k}{l_1} \right)^2 \sqrt{\frac{I}{F}} t + \right. \right. \\
& + \frac{6,4 \cdot 10^{-6} PVl_1^2}{F} \times \\
& \times \left[\sum \frac{1,6 \cdot 10^8 (3-5k)^4 \frac{Y}{F} (7k-3)^2 (Vl_1)^2}{\left[1,6 \cdot 10^8 (3-5k)^4 \frac{Y}{F} - (7k-3)^2 (Vl_1)^2 \right]^2 + 2,6 \cdot 10^{16} (7k-3)^8 \left(\frac{Y}{F} \eta \right)^2} \right] \times \\
& \times (7k-3) \cos \frac{7k-3}{2l_1} \pi Vt + \\
& + \frac{6,4 \cdot 10^7 (3-5k)^2 \frac{Y}{F} - (Vl_1)2}{\left[6,4 \cdot 10^7 (3-5k)^2 \frac{Y}{F} - (Vl_1)^2 \right]^2 + 4 \cdot 10^{15} (3-5k)^4 \left(\frac{Y}{F} \eta \right)^2} \times \\
& \times (3-5k) \cos \frac{3-5k}{2l_1} \pi Vt + \\
& + 3,6 \sum \frac{1,6 \cdot 10^8 (3-5k)^4 \frac{Y}{F} - (3k-1)^2 (Vl_1)^2}{\left[1,6 \cdot 10^8 (3-5k)^4 \frac{Y}{F} - (3k-1)^2 (Vl_1)^2 \right]^2 + 2,6 \cdot 10^{16} (3k-1)^8 \left(\frac{Y}{F} \eta \right)^2} \times \\
& \times (3k-1) \cos \frac{3k-1}{2l_1} \pi Vt + \\
& + \sum \frac{1,6 \cdot 10^8 (3-5k)^4 \frac{Y}{F} - (1-k)^2 (Vl_1)^2}{\left[1,6 \cdot 10^8 (3-5k)^4 \frac{Y}{F} - (1-k)^2 (Vl_1)^2 \right]^2 + 2,6 \cdot 10^{16} (3-5k)^8 \left(\frac{Y}{F} \eta \right)^2} \times \\
& \left. \left. \times (1-k) \cos \frac{1-k}{2l_1} \pi Vt \right) \right\};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_3(t) = & \left\langle \left| -\frac{2 \cdot 10^{-8} P h_p^3}{\sqrt{IF}} \cdot \sum_{k=1}^{k^*} \left(\frac{3k-1}{l_1} \right)^2 \sin 1,3 \cdot 10^4 \left(\frac{3k-1}{l_1} \right)^2 \sqrt{\frac{I}{F}} t + \right. \right. \\
& + \frac{2 \cdot 10^{-5} P V l_1^2}{F} \times \\
& \times \left[\sum \frac{1,6 \cdot 10^8 (3k-1)^4 \frac{Y}{F} - (7k-3)^2 (V l_1)^2}{\left[1,6 \cdot 10^8 (3k-1)^4 \frac{Y}{F} - (7k-3)^2 (V l_1)^2 \right]^2 + 2,6 \cdot 10^{16} (7k-3)^8 \left(\frac{Y}{F} \eta \right)^2} \right] \times \\
& \times (7k-3) \cos \frac{7k-3}{2l_1} \pi V t + \\
& + \frac{\left[1,6 \cdot 10^8 (3k-1)^4 \frac{Y}{F} - (3-5k)^2 (V l_1)^2 \right] \cdot (3-5k) \cos \frac{3-5k}{2l_1} \pi V t}{\left[1,6 \cdot 10^8 (3k-1)^4 \frac{Y}{F} - (3-5k)^2 (V l_1)^2 \right]^2 + 2,6 \cdot 10^{16} (3k-1)^8 \left(\frac{Y}{F} \eta \right)^2} + \\
& + 3,6 \left[\sum \frac{6,4 \cdot 10^7 (3k-1)^2 \frac{Y}{F} - (V l_1)^2}{\left[6,4 \cdot 10^7 (3k-1)^2 \frac{Y}{F} - (V l_1)^2 \right]^2 + 4 \cdot 10^{15} (3k-1)^4 \left(\frac{Y}{F} \eta \right)^2} \right] \times \\
& \times \frac{\cos \frac{3k-1}{2l_1} \pi V t}{3k-1} + \\
& + \left. \frac{\left[1,6 \cdot 10^8 (3k-1)^4 \frac{Y}{F} - (1-k)^2 (V l_1)^2 \right] \cdot \frac{\cos \frac{1-k}{2l_1} \pi V t}{(1-k)}}{\left[1,6 \cdot 10^8 (3k-1)^4 \frac{Y}{F} - (1-k)^2 (V l_1)^2 \right]^2 + 2,6 \cdot 10^{16} (3k-1)^8 \left(\frac{Y}{F} \eta \right)^2} \right\rangle ;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_4(t) = & \left\langle \left| -\frac{2 \cdot 10^{-8} Ph_p^3}{\sqrt{IF}} \cdot \sum_{k=1}^* \left(\frac{1-k}{l_1} \right)^2 \sin 1,3 \cdot 10^4 \left(\frac{1-k}{l_1} \right)^2 \sqrt{\frac{I}{F}} t + \right. \right. \\
& + \frac{2 \cdot 10^{-5} PVl_1^2}{F} \times \\
& \times \left\{ \sum \frac{\left[1,6 \cdot 10^8 (1-k)^4 \frac{Y}{F} - (7k-3)^2 (Vl_1)^2 \right] (7k-3) \cos \frac{7k-3}{2l_1} \pi Vt}{\left[1,6 \cdot 10^8 (1-k)^4 \frac{Y}{F} - (7k-3)^2 (Vl_1)^2 \right]^2 + 2,6 \cdot 10^{16} (1-k)^8 \left(\frac{Y}{F} \eta \right)^2} + \right. \\
& + 3,6 \left\{ \sum \frac{\left[1,6 \cdot 10^8 (1-k)^4 \frac{Y}{F} - (3k-1)^2 (Vl_1)^2 \right] \cdot (3k-1) \cos \frac{3k-1}{2l_1} \pi Vt}{\left[1,6 \cdot 10^8 (1-k)^4 \frac{Y}{F} - (3k-1)^2 (Vl_1)^2 \right]^2 + 2,6 \cdot 10^{16} (1-k)^8 \left(\frac{Y}{F} \eta \right)^2} + \right. \\
& \left. \left. + \sum \frac{\left[6,4 \cdot 10^7 (1-k)^2 \frac{Y}{F} - (Vl_1)^2 \right] \frac{\cos \frac{1-k}{2l_1} \pi Vt}{(1-k)}}{\left[6,4 \cdot 10^7 (1-k)^2 \frac{Y}{F} - (Vl_1)^2 \right]^2 + 4 \cdot 10^{15} (1-k)^8 \left(\frac{Y}{F} \eta \right)^2} \right\} \right\rangle;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_5(t) = & PVl_1^2 \cdot 10^{-2} \times \\
& \times \left\{ \sum \frac{\left[1,6 \cdot 10^8 (1-k)^4 \frac{Y}{F} - (7k-3)^2 (Vl_1)^2 \right] (7k-3) \cos \frac{7k-3}{2l_1} \pi Vt}{\left[1,6 \cdot 10^8 (1-k)^4 \frac{Y}{F} - (7k-3)^2 (Vl_1)^2 \right]^2 + 2,6 \cdot 10^{16} (1-k)^8 \left(\frac{Y}{F} \eta \right)^2} + \right. \\
& + 3,6 \left\{ \sum \frac{\left[1,6 \cdot 10^8 (1-k)^4 \frac{Y}{F} - (3k-1)^2 (Vl_1)^2 \right] \cdot (3k-1) \cos \frac{3k-1}{2l_1} \pi Vt}{\left[1,6 \cdot 10^8 (1-k)^4 \frac{Y}{F} - (3k-1)^2 (Vl_1)^2 \right]^2 + 2,6 \cdot 10^{16} (1-k)^8 \left(\frac{Y}{F} \eta \right)^2} + \right. \\
& \left. \left. + \sum \frac{\left[6,4 \cdot 10^7 (1-k)^2 \frac{Y}{F} - (Vl_1)^2 \right] \frac{\cos \frac{1-k}{2l_1} \pi Vt}{(1-k)}}{\left[6,4 \cdot 10^7 (1-k)^2 \frac{Y}{F} - (Vl_1)^2 \right]^2 + 4 \cdot 10^{15} (1-k)^8 \left(\frac{Y}{F} \eta \right)^2} \right\} \right\}.
\end{aligned}$$

Цель расчета уровней звукового давления рельса заключается в определении максимальной величины за время движения крана. Поэтому определяется максимальное значение величины β на каждой собственной частоте колебаний источника за интервал времени $0 \leq t \leq \frac{l}{V}$ и подставляется в соответствующую формулу уровня звукового давления.

При укладке рельса на упругую диссипативную прослойку между самим рельсом и стеной производственного помещения дифференциальные уравнения (2.29), (2.31), (2.32) примут вид:

$$\begin{aligned}
 EY \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + m_0 \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + j_{ny} y = \frac{3 \cdot 10^{-2}}{l_1} P \times \sum_{k=1}^{k^*} \left[\left(\sin \frac{7k-3}{2l_1} \pi x + \sin \frac{3-5k}{2l_1} \pi x \right) + \right. \\
 \left. + 3 \left(\sin \frac{3k-1}{2l_1} \pi x + \sin \frac{1-2k}{2l_1} \pi x \right) \right] \times \left[\left(\sin \frac{7k-3}{2l_1} \pi Vt + \sin \frac{3-5k}{2l_1} \pi Vt \right) + \right. \\
 \left. + 3 \left(\sin \frac{3k-1}{2l_1} \pi Vt + \sin \frac{1-2k}{2l_1} \pi Vt \right) \right], \quad (2.36)
 \end{aligned}$$

где j_{ny} – приведенная жесткость системы «рельс – стена» производственного помещения – упруго-диссипативной прослойки, Н/м.

Произведя аналогичные преобразования, получим следующую систему:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 y_1}{\partial t^2} + \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{7k-3}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-6} P_y Y}{Fl_1} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] y_1 = \\
 = \frac{3 \cdot 10^{-2}}{l_1} P_y \sum_{k=1}^{k^*} \sin \frac{(7k-3)}{2l_1} \pi Vt + \sin \frac{3-5k}{2l_1} \pi Vt + \\
 + 3 \left(\sin \frac{3k-1}{2l_1} \pi Vt + \sin \frac{1-k}{2l_1} \pi Vt \right), \\
 \frac{\partial^2 y_2}{\partial t^2} + \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3-5k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-6} P_y Y}{Fl_1} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] y_2 = \\
 = \frac{3 \cdot 10^{-2}}{l_1} P_y \sum_{k=1}^{k^*} \sin \frac{(7k-3)}{2l_1} \pi Vt + \sin \frac{3-5k}{2l_1} \pi Vt + \\
 + 3 \left(\sin \frac{3k-1}{2l_1} \pi Vt + \sin \frac{1-k}{2l_1} \pi Vt \right),
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial^2 y_3}{\partial t^2} + \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3k-1}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{1,2 \cdot 10^{-5} P_y Y}{Fl_1} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] y_3 = \\
& = \frac{9 \cdot 10^{-2}}{l_1} P \sum_{k=1}^{k^*} \sin \frac{(7k-3)}{2l_1} \pi Vt + \sin \frac{3-5k}{2l_1} \pi Vt + \\
& + 3 \left(\sin \frac{3k-1}{2l_1} \pi Vt + \sin \frac{1-k}{2l_1} \pi Vt \right), \\
& \frac{\partial^2 y_4}{\partial t^2} + \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{1-k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{1,2 \cdot 10^{-5} P_y Y}{Fl_1} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] y_4 = \\
& = \frac{9 \cdot 10^{-2}}{l_1} P \sum_{k=1}^{k^*} \sin \frac{(7k-3)}{2l_1} \pi Vt + \sin \frac{3-5k}{2l_1} \pi Vt + \\
& + 3 \left(\sin \frac{3k-1}{2l_1} \pi Vt + \sin \frac{1-k}{2l_1} \pi Vt \right). \tag{2.37}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left| \text{Re} \{ y_1' \} \right| = \left\langle \left[-1,6 \cdot 10^{-12} \frac{Ph_p^3}{Y\sqrt{F}} \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{7k-3}{l_1} \right) \cdot Y + 1,3 \cdot 10^{-4} j_{np} \right]^{0,5} \times \right. \right. \\
& \left. \left. \sin \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{7k-3}{l_1} \right) \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right]^{0,5} t + \frac{3 \cdot P_y \cdot 10^{-2} \cdot V}{Fl_1^2} \times \right. \right. \\
& \left. \left. \left((7k-3) \left\{ \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{7k-3}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{7k-3}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right\} \right) \right] \times \right. \\
& \left. \left. \left(\sum \left\{ \left[\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{7k-3}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{7k-3}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right\}^2 + \right. \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. \left. \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{7k-3}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} \eta_1 + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \eta_2 \right]^2 \right. \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. \left. \times \cos \frac{7k-3}{2l_1} \cdot \pi Vt + \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. \left. \left((3-5k) \left\{ \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{7k-3}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{3-5k}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right\} \right) \right] \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. \right. \right. \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \left(\left[\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{7k-3}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{7k-3}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right]^2 + \right)^{-1} \\
& \times \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{7k-3}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} \eta_1 + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \eta_2 \right]^2 \\
& \times \cos \frac{3-5k}{2l_1} \cdot \pi V t + \\
& + \left((3k-1) \left[\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3k-1}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{3k-1}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right]^2 \right) \times \\
& \times \left(\left[\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{7k-3}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{7k-3}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right]^2 + \right)^{-1} \\
& \times \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{7k-3}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} \eta_1 + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \eta_2 \right]^2 \\
& \times \cos \frac{3k-1}{2l_1} \cdot \pi V t + \\
& + \left((1-k) \left[\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{1-k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{1-k}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right]^2 \right) \times \\
& \times \left(\left[\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{7k-3}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{7k-3}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right]^2 + \right)^{-1} \\
& \times \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{7k-3}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} \eta_1 + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \eta_2 \right]^2 \\
& \times \cos \frac{1-k}{2l_1} \cdot \pi V t \\
& \times \sin \frac{7k-3}{2l_1} \cdot \pi x \Big|,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
|\operatorname{Re}\{y_2'\}| &= \left\langle \left[1,6 \cdot 10^{-12} \frac{Ph_p^3}{Y\sqrt{F}} \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3-5k}{l_1} \right) \cdot Y + 1,3 \cdot 10^{-4} j_{np} \right] \right]^{0,5} \times \right. \\
&\times \sin \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3-5k}{l_1} \right) \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right]^{0,5} t + \frac{3 \cdot P_y \cdot 10^{-2} \cdot V}{Fl_1^2} \times \\
&\times \left(\left((7k-3) \left\{ \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3-5k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{7k-3}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right\} \right)^2 \right) \times \\
&\times \left(\sum \left(\left\{ \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3-5k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{7k-3}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right\}^2 + \right)^{-1} \right. \\
&\quad \times \left. \left(\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3-5k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} \eta_1 + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \eta_2 \right]^2 \right) \right) \times \\
&\times \cos \frac{7k-3}{2l_1} \cdot \pi V t + \\
&+ \left((3-5k) \left\{ \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3-5k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{3-5k}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right\} \right) \times \\
&\times \left(\left\{ \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3-5k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{3-5k}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right\}^2 + \right)^{-1} \times \\
&\quad \times \left(\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3-5k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} \eta_1 + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \eta_2 \right]^2 \right) \times \\
&\times \cos \frac{3-5k}{2l_1} \cdot \pi V t + \\
&+ \left((3k-1) \left\{ \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3-5k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{3k-1}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right\} \right) \times \\
&\times \left(\left\{ \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3-5k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{3-5k}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right\}^2 + \right)^{-1} \times \\
&\quad \times \left(\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3-5k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} \eta_1 + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \eta_2 \right]^2 \right) \times
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \cos \frac{3k-1}{2l_1} \cdot \pi V t + \\
& + \left((1-k) \left\{ \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3-5k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{1-k}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right\} \right) \times \\
& \times \left(\left\{ \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3-5k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{3-5k}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right\} + \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3-5k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} \eta_1 + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \eta_2 \right]^2 \right)^{-1} \times \\
& \times \cos \frac{1-k}{2l_1} \cdot \pi V t \\
& \times \sin \frac{3-5k}{2l_1} \cdot \pi x, \\
\left| \operatorname{Re} \{ y_3' \} \right| = & \left\langle \left[1,6 \cdot 10^{-12} \frac{P h_p^3}{Y \sqrt{F}} \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3k-1}{l_1} \right) \cdot Y + 1,3 \cdot 10^{-4} j_{np} \right]^{0,5} \right. \right. \\
& \times \sin \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3k-1}{l_1} \right) \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right]^{0,5} t + \frac{3 \cdot P_y \cdot 10^{-2} \cdot V}{F l_1^2} \times \\
& \left. \left((7k-3) \left\{ \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3k-1}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{7k-3}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right\} \right) \right] \times \\
& \times \left(\left\{ \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3k-1}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{7k-3}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right\} + \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3k-1}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} \eta_1 + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \eta_2 \right]^2 \right)^{-1} \times
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \cos \frac{7k-3}{2l_1} \cdot \pi V t + \\
& + \left((3-5k) \left\{ \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3k-1}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{3-5k}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right\} \right) \times \\
& \times \left(\left\{ \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3k-1}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{3k-1}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right\}^2 + \right. \\
& \left. + \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3k-1}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} \eta_1 + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \eta_2 \right]^2 \right)^{-1} \times \\
& \times \cos \frac{3-5k}{2l_1} \cdot \pi V t + \\
& + \left((3k-1) \left\{ \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3k-1}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{3k-1}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right\} \right) \times \\
& \times \left(\left\{ \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3k-1}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{3k-1}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right\}^2 + \right. \\
& \left. + \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3k-1}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} \eta_1 + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \eta_2 \right]^2 \right)^{-1} \times \\
& \times \cos \frac{3k-1}{2l_1} \cdot \pi V t + \\
& + \left((1-k) \left\{ \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3k-1}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{1-k}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right\} \right) \times \\
& \times \left(\left\{ \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3k-1}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{1-k}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right\}^2 + \right. \\
& \left. + \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3k-1}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} \eta_1 + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \eta_2 \right]^2 \right)^{-1} \times \\
& \times \cos \frac{1-k}{2l_1} \cdot \pi V t \\
& \times \sin \frac{3k-1}{2l_1} \cdot \pi x \Big|,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
|\operatorname{Re}\{y_4'\}| &= \left\langle \left[1,6 \cdot 10^{-12} \frac{Ph_p^3}{Y\sqrt{F}} \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{1-k}{l_1} \right) \cdot Y + 1,3 \cdot 10^{-4} j_{np} \right] \right]^{0,5} \times \right. \\
&\times \sin \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{1-k}{l_1} \right) \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right]^{0,5} t + \frac{3 \cdot P_y \cdot 10^{-2} \cdot V}{Fl_1^2} \times \\
&\times \left(\left(7k-3 \right) \left\{ \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{1-k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{7k-3}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right\} \right) \times \\
&\times \left(\sum \left(\left\{ \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{1-k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{7k-3}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right\}^2 + \right. \right)^{-1} \\
&\quad \times \left. \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{1-k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} \eta_1 + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \eta_2 \right]^2 \right) \times \\
&\times \cos \frac{7k-3}{2l_1} \cdot \pi V t + \\
&+ \left(3-5k \right) \left\{ \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{1-k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{3-5k}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right\} \times \\
&\times \left(\left\{ \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{1-k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{7k-3}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right\}^2 + \right)^{-1} \\
&\quad \times \left. \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{k-1}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} \eta_1 + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \eta_2 \right]^2 \right) \times \\
&\times \cos \frac{3-5k}{2l_1} \cdot \pi V t + \\
&+ \left(3k-1 \right) \left\{ \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{k-1}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{3k-1}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right\} \times \\
&\times \left(\left\{ \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{k-1}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{3k-1}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right\}^2 + \right)^{-1} \\
&\quad \times \left. \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3k-1}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} \eta_1 + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \eta_2 \right]^2 \right) \times
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \cos \frac{3k-1}{2l_1} \cdot \pi V t + \\
& + \left((1-k) \left\{ \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{1-k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{1-k}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right\} \right) \times \\
& \times \left(\left\{ \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{1-k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{1-k}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right\}^2 + \right)^{-1} \times \\
& \times \left(\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{7k-3}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} \eta_1 + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \eta_2 \right]^2 \right) \times \\
& \times \cos \frac{1-k}{2l_1} \cdot \pi V t \\
& \times \sin \frac{1-k}{2l_1} \cdot \pi x \Big|
\end{aligned} \tag{2.38}$$

Скорость колебаний рельса определяется как:

$$V_k = \sum_1^4 V_{k_i}, \tag{2.39}$$

и подставляется в формулу уровней звукового давления.

Таким образом, в результате теоретических исследований установлены закономерности формирования спектров шума, создаваемого рельсами мостовых кранов. Полученные зависимости позволяют определить уровни звукового давления на каждой собственной частоте колебаний и энергетически просуммировать по количеству частот, попадающих в соответствующие октавы, т. е. фактически и определить спектры вибрации и шума. В аналитических зависимостях учтены геометрические параметры (длина, высота, площадь поперечного сечения, момент инерции) рельса, физико-механические (плотность, модуль упругости, эффективный коэффициент потерь колебательной энергии) и силовое воздействие.

2.4. Вывод зависимостей скоростей колебаний узла колесных пар

Для узлов колесных пар в качестве источников шума приняты колеса (как круглые пластины) и ось (как линейный источник). С учетом данных работ [67, 73, 74] выражения уровней звукового давления приведены к следующему виду:

$$L_1 = 20 \lg V_k k - 20 \lg Rr + 30 \lg h + 174, \quad (2.40)$$

– оси колесной пары:

– как шарнирно-закрепленного элемента:

$$L_2 = 20 \lg V_k k - 20 \lg r + 30 \lg d + 5 \lg \frac{l}{M} + 165; \quad (2.41)$$

– как жестко закрепленного:

$$L_2 = 20 \lg V_k (2k - 1) - 20 \lg r + 30 \lg d + 5 \lg \frac{l}{M} + 162. \quad (2.42)$$

Для расчета спектральных составляющих шума следует определить виброскорости каждого из вышеуказанных источников, что показано на схеме общей колебательной подсистемы узла колесных пар (рисунок 2.3).

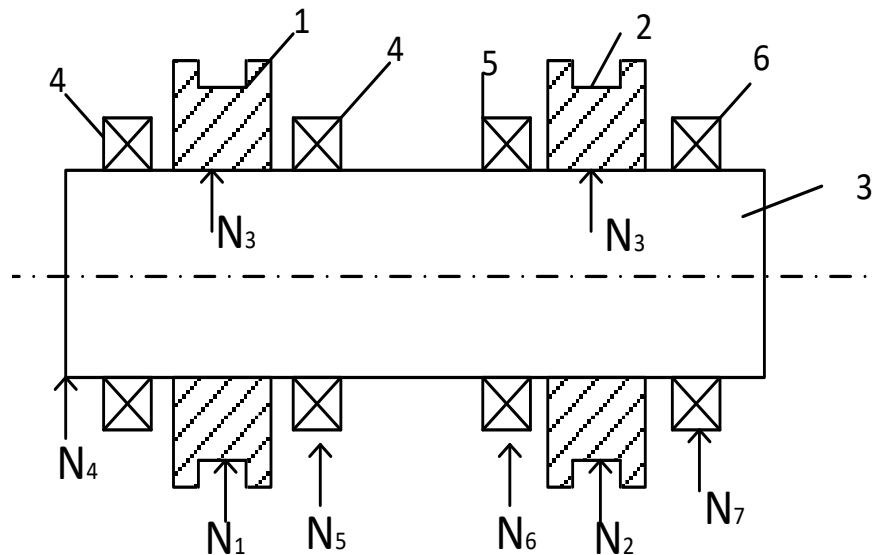


Рисунок 2.3 – Расчетная схема скоростей колебаний узла колесной пары (1, 2), оси (3) и четырех подшипниковых узлов (4–7):

N_i – вводимая в колебательную систему вибрационная мощность, Вт

Для такого узла система уравнений энергетического баланса получена в следующем виде:

$$\begin{cases} \delta_1 S_1 q_1 + \alpha_{13} l_{13} q_1 = \alpha_{31} l_{13} q_3 + N_1 \\ \delta_2 S_2 q_2 + \alpha_{23} l_{23} q_2 = \alpha_{32} l_{23} q_3 + N_2 \\ \delta_3 S_3 q_3 + \alpha_{71} l_{13} q_3 + \alpha_{32} l_{23} q_3 = \alpha_{13} l_{13} q_1 + \\ + \alpha_{23} l_{23} q_2 + (N_3 + N_4 + N_5 + N_6) + (1 - \eta_{п.п.}) \cdot \alpha, \end{cases} \quad (2.43)$$

где δ_i – коэффициенты поглощения в соответствующем элементе, $1/\text{м}$; α_m – коэффициент передачи вибромощности; l_m – длина линии контакта, м ; q_i – потоки вибрационной мощности, $\text{Вт}/\text{м}$; $\eta_{п.п.}$ – коэффициент потерь подшипниковых узлов.

Для расчета виброскоростей использованы выражения [67, 72, 73]:

$$\alpha_{in} = \frac{\Psi(\mu_{in}) \tau_{in}}{\pi}. \quad (2.44)$$

Для Г-образной схемы «колесо – ось»:

$$\tau_{in} = 2(\mu_{in}^{5/4} + \mu_{ni}^{5/4})^{-2} \quad \text{при } h_i \neq h_n$$

$$\mu_{in} = \frac{h_n}{h_i}, \mu_{ni} = \frac{h_i}{h_n},$$

при $\mu_{in} < 1$:

$$\Psi(\mu_{in}) = \left[(1 + \mu_{in}) E\left(\frac{\pi}{2}; \sqrt{\mu_{in}}\right) - (1 - \mu_{in}) F\left(\frac{\pi}{2}; \sqrt{\mu_{in}}\right) \right],$$

при $\mu_{ni} < 1$:

$$\Psi(\mu_{ni}) = \left[(1 + \mu_{ni}) E\left(\frac{\pi}{2}; \sqrt{\mu_{ni}}\right) - (1 - \mu_{ni}) F\left(\frac{\pi}{2}; \sqrt{\mu_{ni}}\right) \right],$$

где E и F – полные эллиптические интегралы, таблицы которых приведены в [73].

С учетом, что элементы узла колесной пары, изготавливаются из стали, поглощательная способность определяется следующим образом:

$$\delta_i = 0,03 \eta_i^f \left(\frac{f_i}{h_i} \right)^{0,5}, \quad (2.45)$$

где η_i^f – частотно зависимые коэффициенты потерь колебательной энергии;

– для стальных колес:

$$q_i = 200 \sqrt{h_i f_i} m_{0i} V_i^2 = 10^6 h_k^{0,25} \cdot (d_k^{0,5} k)^{0,5} \cdot V_i^2, \quad (2.46)$$

где m_{0i} – распределенная масса, кг/м²; V_i – виброскорость, м/с;

– для стальной оси:

$$q = 2 \cdot C_u \cdot m_0 \cdot V_i^2, \quad (2.47)$$

где C_u – скорость распространения изгибной волны, м/с. Индекс «k» соответствует колесу, а индекс «0» – оси.

Колесо:

$$\delta_k = 0,03 \eta_k \sqrt{\frac{f_i}{h_i}} = 0,03 \eta_k \sqrt{7 \cdot 10^3 \frac{h^{0,5}}{d_k^3} r} = 2,5 \eta_k \cdot h^{0,25} \cdot d_k^{-3/2} \cdot k^{0,5}; \quad (2.48)$$

$$\begin{aligned} \delta_k S_k q_k &= 2,5 \cdot \eta_k \cdot h^{0,25} \cdot d_k^{-3/2} \cdot k^{0,5} \cdot \frac{\pi d_k^2}{4} \cdot 10^6 \cdot h_k^{1,25} \cdot d_k^{0,5} \cdot k^{0,5} \cdot V_k^2 = \\ &= 2 \cdot 10^6 \cdot \eta_k \cdot h_k^{1,5} \cdot d_k \cdot k \cdot V_k^2. \end{aligned}$$

Ось:

$$\delta_o = 0,03 \eta_o \sqrt{2 \cdot 10^3 \frac{k^2 d_o}{l^2 d_o} r} = 1,3 \eta_o \cdot \frac{k}{l}; \quad (2.49)$$

$$\delta_o S_o q_o = 2,5 \cdot \eta_o \cdot \frac{k}{l} \cdot \pi \cdot d_o \cdot l \cdot 2,2 \cdot 10^5 \cdot d_o \cdot \frac{k}{l} \cdot V_o^2 =$$

$$= 10^6 \cdot \eta_o \cdot d_o^2 \cdot \frac{k^2}{l} V_o^2.$$

$$\alpha_1 l q_{k_{1,2}} = \alpha_1 \cdot \pi \cdot d_o \cdot 10^6 \cdot h_k^{1,25} (d_k \cdot k)^{0,5} \cdot V_k^2 =$$

$$= 3 \cdot 10^6 \cdot \alpha_1 \cdot d_o h_k^{1,25} (d_k \cdot k)^{0,5} \cdot V_{k(1,2)}^2;$$

$$\alpha_2 l q_o = \alpha_2 \cdot \pi \cdot d_o \cdot 2,2 \cdot 10^5 \cdot d_o \cdot \frac{k}{l} \cdot V_o^2 = \quad (2.50)$$

$$= 7 \cdot 10^5 \cdot d_o^2 \frac{k}{l} \cdot V_o^2 d_2.$$

Поскольку $\alpha_{13} = \alpha_{23} = \alpha_1$; $\alpha_{31} = \alpha_{32} = \alpha_2$; $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3$, то

$$\begin{cases} \delta_1 S_1 q_1 + 2\alpha_{13} l_{13} q_1 = \alpha_{31} l_{31} q_3 + 2N_k \\ \delta_3 S_3 q_3 + 2\alpha_{31} l_{31} q_3 = 2\alpha_{13} l_{13} q_1 + 4N_n(1 - \eta_{n.k.}) \end{cases} \quad (2.51)$$

$$\begin{cases} 2 \cdot 10^6 \eta_k h_k^{1,5} d_k V_k^2 + 6 \cdot 10^6 \alpha_1 d_o h_k^{1,5} (d_k k)^{0,5} V_k^2 = \\ = 7 \cdot 10^5 d_o^2 \frac{k}{l} V_o^2 \alpha_2 + 2N_k \\ 10^6 \eta_o d_o^2 \frac{k}{l} V_o^2 + 14 \cdot 10^5 d_o^2 \frac{k}{l} V_o^2 \alpha_2 = \\ = 6 \cdot 10^6 \alpha_1 d_o h_k^{1,5} (d_k k)^{0,5} V_k^2 + 4N_k(1 - \eta_n) \end{cases} \quad (2.52)$$

$$\begin{cases} \left[\eta_k h_k^{1,5} d_k + 3\alpha_1 d_o h_k^{1,5} (d_k k)^{0,5} \right] V_k^2 = \\ = 0,35 d_o^2 \frac{k}{l} V_o^2 \alpha_2 + N_k \cdot 10^{-6} \\ \left(\eta_o d_o^2 \frac{k}{l} + 1,4 d_o^2 \frac{k}{l} \alpha_2 \right) V_o^2 = \\ = 6\alpha_1 d_o h_k^{1,5} (d_k k)^{0,5} V_k^2 + 4N_n(1 - \eta_n) \cdot 10^{-6} \end{cases} \quad (2.53)$$

$$V_k^2 = \frac{0,35 d_o k V_o^2 \alpha_2 + l \cdot N_k \cdot 10^{-6}}{l \left[\eta_k h_k^{1,5} d_k + 3\alpha_1 d_o h_k^{1,5} (d_k k)^{0,5} \right]} = k_1 V_o^2 + k_2, \quad (2.54)$$

где $k_1 = \frac{0,35 d_o k \alpha_2 + l \cdot N_k \cdot 10^{-6}}{l \left[\eta_k h_k^{1,5} d_k + 3\alpha_1 d_o h_k^{1,25} (d_k k)^{0,5} \right]}$;

$$k_2 = \frac{l \cdot N_k \cdot 10^{-6}}{l \left[\eta_k h_k^{1,5} d_k + 3\alpha_1 d_o h_k^{1,25} (d_k k)^{0,5} \right]}.$$

$$V_o^2 = k_1 V_k^2 + k_4, \quad (2.55)$$

где $k_3 = \frac{6\alpha_1 d_o h_k^{1,25} (d_k k)^{0,5} l}{\eta_o d_o^2 k + 1,4 d_o k \alpha_2}$;

$$k_4 = \frac{4N_n(1 - \eta_n) \cdot 10^{-6} l}{\eta_o d_o^2 k + 1,4 d_o k \alpha_2}$$

$$\begin{cases} V_k^2 = \frac{k_1 k_4}{1 - k_1 k_3}, \\ V_o^2 = \frac{k_3 k_4 k_1}{1 - k_1 k_3} + k_4 = \frac{k_4}{1 - k_1 k_3}. \end{cases} \quad (2.56)$$

Вибромощность колеса N_k определяется следующим образом:

$$N_k = \frac{10m}{k_k} V_p, \quad (2.57)$$

где m – масса крана (тележки) с грузом, кг;

k_k – количество колес;

V_p – скорость колебаний рельса, м/с.

Вибромощность подшипникового узла задается следующим выражением:

$$N_n = R \cdot V^*, \quad (2.58)$$

где R – реакция в подшипнике, Н; V^* – скорость изгибных колебаний внутреннего кольца, м/с.

Поскольку рельс является интенсивным источником вибрации, то вибромощность определяется следующим образом.

$$N_i = \sum_1^4 m_i V_{k_i} \frac{dV_{k_i}}{dt}. \quad (2.59)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}\{V_{k_1}'\} &= \left[5 \cdot 10^{-12} \frac{Php^3}{YF} \left[1,6 \cdot 10^{-8} \left(\frac{7k-3}{l_1} \right) \cdot Y + 1,3 \cdot 10^{-4} j_{np} \right] \times \right. \\ &\quad \left. \times \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{7k-3}{l_1} \right) \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} t \right] \right] \times \\ &\quad \times \cos \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{7k-3}{l_1} \right) \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} t \right] t - \frac{3 \cdot P \cdot 10^{-2} \cdot V}{l_1^2} \times \end{aligned} \quad (2.60)$$

$$\begin{aligned}
& \left(\left(\left(\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{7k-3}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{7k-3}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right) \right) \right) \times \\
& \times \sum \left(\left(\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{7k-3}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{7k-3}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right)^2 + \right)^{-1} \times \frac{(7k-3)^2}{2l_1} \pi V \times \\
& \times \left(\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{7k-3}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} \eta_1 + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \eta_2 \right]^2 \right) \\
& \times \sin \frac{7k-3}{2l_1} \cdot \pi V t + \left(\left(\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{7k-3}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{3-5k}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right) \right) \times \\
& \times \left(\left(\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{7k-3}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{7k-3}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right)^2 + \right)^{-1} \times \\
& \times \left(\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{7k-3}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} \eta_1 + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \eta_2 \right]^2 \right) \\
& \times \frac{(3-5k)^2}{2l_1} \pi V \times \sin \frac{3-5k}{2l_1} \cdot \pi V t + \\
& + \left(\left(\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3k-1}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{3k-1}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right) \right) \times \\
& \times \left(\left(\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{7k-3}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{7k-3}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right)^2 + \right)^{-1} \times \\
& \times \left(\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{7k-3}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} \eta_1 + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \eta_2 \right]^2 \right) \\
& \times \frac{(3k-1)^2}{2l_1} \pi V \times + \left(\left(\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3k-1}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{3k-1}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right) \right) \times
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \left(\left[\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{7k-3}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{7k-3}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right]^2 + \right)^{-1} \times \\
& \left(+ \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{7k-3}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} \eta_1 + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \eta_2 \right]^2 \right) \times \\
& \times \frac{(3k-1)^2}{2l_1} \pi V \times \sin \frac{3k-1}{2l_1} \cdot \pi V t + \\
& + \left(\left(\left[\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{1-k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{1-k}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right] \right) \times \right. \\
& \left. \times \left(\left[\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{7k-3}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{7k-3}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right]^2 + \right)^{-1} \right) \times \\
& \left(+ \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{7k-3}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} \eta_1 + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \eta_2 \right]^2 \right) \times \\
& \times \left. \frac{(1-k)^2}{2l_1} \pi V \times \sin \frac{1-k}{2l_1} \cdot \pi V t \right\} \sin \frac{7k-3}{2l_1} \cdot \pi x \Big|; \\
\operatorname{Re}\{y_2'\} &= \left| 5 \cdot 10^{-12} \frac{Php^3}{YF} \left[1,6 \cdot 10^{-8} \left(\frac{7k-3}{l_1} \right) \cdot Y + 1,3 \cdot 10^{-4} j_{np} \right] \times \right. \\
& \times \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3-5k}{l_1} \right) \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] \cos \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3-5k}{l_1} \right) \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} t \right] \times \\
& \times t - \frac{3 \cdot P \cdot 10^{-2} \cdot V}{l_1^2} \times
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\left(\left(\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3-5k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{7k-3}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right) \right) \times \right. \\
& \times \left. \sum \left(\left(\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3-5k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{7k-3}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right) + \right. \right. \\
& \times \left. \left. \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3-5k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} \eta_1 + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \eta_2 \right]^2 \right) \right) \times \\
& \times \frac{(7k-3)^2}{2l_1} \times \sin \frac{7k-3}{2l_1} \cdot \pi V t + \left(\left(\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3-5k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{3-5k}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right) \right) \times \\
& \times \left(\left(\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3-5k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{3-5k}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right) + \right. \\
& \times \left. \left. \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3-5k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} \eta_1 + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \eta_2 \right]^2 \right) \right) \times \\
& \times \frac{(3-5k)^2}{2l_1} \times \sin \frac{3-5k}{2l_1} \cdot \pi V t + \\
& + \left(\left(\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3-5k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{3k-1}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right) \right) \times
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \left(\left[\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3-5k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{3-5k}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right]^2 + \right)^{-1} \times \\
& \left. + \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3-5k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} \eta_1 + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \eta_2 \right]^2 \right) \times \\
& \times \frac{(3-k)^2}{2l_1} \sin \frac{3k-1}{2l_1} \cdot \pi V t + \\
& + \left(\left(\left[\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3-5k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{1-k}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right] \right) \times \right. \\
& \left. \times \left(\left[\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3-5k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{3-5k}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right]^2 + \right)^{-1} \right) \times \\
& \left. + \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3-5k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} \eta_1 + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \eta_2 \right]^2 \right) \times \\
& \times \frac{(1-k)^2}{2l_1} \sin \frac{1-k}{2l_1} \cdot \pi V t \\
& \times \sin \frac{3-5k}{2l_1} \cdot \pi x \Big|;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\operatorname{Re}\{y_3'\} &= \left[5 \cdot 10^{-12} \frac{P h p^3}{Y F} \left[1,6 \cdot 10^{-8} \left(\frac{3k-1}{l_1} \right) \cdot Y + 1,3 \cdot 10^{-4} j_{np} \right] \times \right. \\
& \times \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3k-1}{l_1} \right) \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} t \right] \times \\
& \times \cos \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3k-1}{l_1} \right) \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} t \right] - \frac{3 \cdot P \cdot 10^{-2} \cdot V}{l_1^2} \times
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\left(\left(\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3k-1}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{7k-3}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right) \right) \times \right. \\
& \times \left. \left(\sum \left(\left(\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3k-1}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{7k-3}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right) \right)^2 + \right)^{-1} \right) \times \\
& \times \left(\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3k-1}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} \eta_1 + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \eta_2 \right]^2 \right) \right) \\
& \times \frac{(7k-3)^2}{2l_1} \times \sin \frac{7k-3}{2l_1} \cdot \pi V t + \\
& + \left(\left(\left(\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3k-1}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{3-5k}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right) \right) \times \right. \\
& \times \left. \left(\left(\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3k-1}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{3k-1}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right) \right)^2 + \right)^{-1} \right) \times \\
& \times \left(\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3k-1}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} \eta_1 + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \eta_2 \right]^2 \right) \right) \\
& \times \frac{(3-5k)^2}{2l_1} \times \sin \frac{3-5k}{2l_1} \cdot \pi V t + \\
& + \left(\left(\left(\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3k-1}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{3k-1}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right) \right) \times \right. \\
& \times \left. \left(\left(\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3k-1}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{3k-1}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right) \right)^2 + \right)^{-1} \right) \times \\
& \times \left(\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3k-1}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} \eta_1 + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \eta_2 \right]^2 \right) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \frac{(3k-1)^2}{2l_1} \times \sin \frac{3k-1}{2l_1} \cdot \pi Vt + \\
& + \left(\left(\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3k-1}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{1-k}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right) \right) \times \\
& \times \left(\left(\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3k-1}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{1-k}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right)^2 + \right)^{-1} \times \\
& \times \left(\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3k-1}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} \eta_1 + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \eta_2 \right]^2 \right) \times \\
& \times \frac{(1-k)^2}{2l_1} \times \sin \frac{1-k}{2l_1} \cdot \pi Vt \\
& \times \sin \frac{3k-1}{2l_1} \cdot \pi x; \\
\text{Re}\{y_4'\} = & \left| 5 \cdot 10^{-12} \frac{Php^3}{YF} \left[1,6 \cdot 10^{-8} \left(\frac{1-k}{l_1} \right) \cdot Y + 1,3 \cdot 10^{-4} j_{np} \right] \times \right. \\
& \times \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{1-k}{l_1} \right) \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] \cos \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{1-k}{l_1} \right) \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] t - \frac{3 \cdot P \cdot 10^{-2} \cdot V}{l_1^2} \times \\
& \times \left(\left(\left(\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{1-k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{7k-3}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right) \right) \times \right. \\
& \times \left(\left(\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{1-k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{7k-3}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right)^2 + \right)^{-1} \times \\
& \times \left(\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{1-k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} \eta_1 + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \eta_2 \right]^2 \right) \times \\
& \times \frac{(7k-3)^2}{2l_1} \times \sin \frac{7k-3}{2l_1} \cdot \pi Vt + \\
& + \left((3-5k) \left(\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{1-k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{3-5k}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right) \right) \times
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \left(\left(\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{1-k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{7k-3}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right)^2 + \right)^{-1} \times \\
& \left(+ \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{k-1}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} \eta_1 + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \eta_2 \right]^2 \right) \times \\
& \times \frac{(3-5k)^2}{2l_1} \times \sin \frac{3-5k}{2l_1} \cdot \pi V t + \\
& + \left(\left(\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{k-1}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{3k-1}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right)^2 \right) \times \\
& \times \left(\left(\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{k-1}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{3k-1}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right)^2 + \right)^{-1} \times \\
& \left(+ \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{3k-1}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} \eta_1 + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \eta_2 \right]^2 \right) \times \\
& \times \frac{(3k-1)^2}{2l_1} \times \sin \frac{3k-1}{2l_1} \cdot \pi V t + \\
& + \left(\left(\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{1-k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{1-k}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right)^2 \right) \times \\
& \times \left(\left(\left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{1-k}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \right] - \left(\frac{1-k}{2l_1} \right)^2 \cdot (\pi V)^2 \right)^2 + \right)^{-1} \times \\
& \left(+ \left[1,6 \cdot 10^8 \left(\frac{7k-3}{l_1} \right)^4 \cdot \frac{Y}{F} \eta_1 + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{j_{np}}{F} \eta_2 \right]^2 \right) \times \\
& \times \frac{(1-k)^2}{2l_1} \times \sin \frac{1-k}{2l_1} \cdot \pi V t \\
& \times \sin \frac{1-k}{2l_1} \cdot \pi x \Big|
\end{aligned}$$

Вводимая в колеса вибрационная мощность от рельсов определяется на основе полученных выше скоростей колебаний рельса следующим образом:

$$N_i = \sum_1^4 m_i V_{ki} \frac{dV_{ki}}{dt}. \quad (2.61)$$

Из полученных выражений определяются максимальные значения вибрационной мощности и подставляются в систему уравнений (2.59). Далее находятся скорости колебаний колес и оси колёсной пары уже на этой основе уровни звукового давления по формулам.

2.5. Вывод зависимостей уровней виброскорости на рабочем месте крановщиков

Расчет виброакустических характеристик элементов кабины подробно описан в работах [75–80], и поэтому в данной диссертации не рассматривается.

Основой для расчета является зависимость вибрации, передаваемой от источников по несущей раме до мест крепления кабины [81, 82].

$$L_V = L_{\text{ист}} - \Delta L_{\text{каб}} - 10 \left(\lg \frac{2R_{\text{ист}}}{a_{\text{ист}}} + 2 \right), \quad (2.62)$$

где $L_{\text{ист}}$ – уровни виброскорости на опорных поверхностях источников вибрации, дБ; $\Delta L_{\text{ист}}$ и $\Delta L_{\text{каб}}$ – перепад вибрации на виброизоляторах источника и кабины, дБ; $R_{\text{ист}}$ – расстояние от источника вибрации до кабины, м; $a_{\text{ист}}$ – наибольшее расстояние между точками крепления источника к раме, м.

Вибрации рамы мостового крана рассчитываются также методами энергетического баланса. Скорости колебаний элементов рамы находятся из системы уравнений, которая в общем виде определяется по формуле (2.62) с учетом характерных особенностей вводимой вибрационной мощности:

$$\sum_1^{n_1} \delta_i S_i q_i + \sum_1^{n_1} \alpha_{ij} l_{ij} q_i = \sum_1^{n_1} \delta_{ji} l_{ij} q_i + \sum_1^{m_1} N_m, \quad (2.63)$$

где n_1 – количество элементов рамы; m_1 – количество источников вибрации.

Вводимая в раму вибрация от редукторов механизмов подъема и перемещения задается в виде:

$$N_p = m_p \cdot V_p \cdot f_i, \quad (2.64)$$

где m_p – масса редуктора, кг; V_p – скорость колебаний на основании редуктора, которая определяется по данным раздела 3, м/с; f_i – среднегеометрические частоты октавных полос, Гц.

Аналогичным образом определяется вводимая в раму вибромощность от узлов колесных пар.

По скоростям колебаний V_u элементов рамы находятся уровни скоростей колебаний.

$$L_{\text{вист}} = 20 \lg \frac{V_u}{5 \cdot 10^{-8}}, \text{ дБ.} \quad (2.65)$$

Таким образом, достижение предельно допустимых уровней вибрации возможно либо путем снижения виброактивности самого источника, либо с помощью подбора амортизатора с необходимой величиной виброизоляции.

2.6. Выводы по главе

1. В сравнении с существующими теоретическими исследованиями виброакустической динамики рельсов для подвижного состава применительно к мостовым кранам уточнена модель возбуждения вибраций и шумообразования рельсов с учетом особенностей их закрепления, геометрических параметров и скорости движения крана.

2. Теоретически изучены процессы виброакустической узлов колесных пар, воспринимающих вибрационную мощность.

3. Разработана общая модель шумообразования мостовых кранов в производственных помещениях.

4. Уточнены расчеты спектров шума в кабинах козловых кранов, основанные на допущении, что остекление является «слабым» элементом с точки зрения звукоизоляции, что и определяет доминирование воздушной составляющей внешних источников шума в формировании звукового поля в кабине.

3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ВИБРОАКУСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КРАНОВ В УСЛОВИЯХ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ

В качестве объектов исследования были выбраны мостовые краны, эксплуатируемые в механосборочных цехах, и козловые краны, эксплуатируемые в складских помещениях.

В условиях механосборочного производства наиболее распространены краны грузоподъемностью 25, 50 и 100 т. Краны с большей грузоподъемностью используются в литейном производстве.

При эксплуатации мостовых кранов возникают различные ситуации излучения звуковой энергии. Например, при движении кранов звук излучают рельсы, колесные пары, электродвигатели и редуктора механизмов перемещения. При подъеме и опускании груза кран неподвижен, и в этом случае звуковую энергию излучают двигатель и редуктор механизма подъема, потребляемая мощность которого и, соответственно, нагрузки в зубчатых передачах намного больше, чем в приводе механизма перемещения. Следует отметить, что при подъеме и опускании груза технологическое оборудование в производственных цехах не работает и, следовательно, не излучает звуковую энергию в рабочую зону операторов, и фактически звуковое поле создается непосредственно мостовым краном.

3.1. Измерительная аппаратура и методика проведения экспериментальных исследований

Измерения виброакустических характеристик уровней звукового давления проводились аппаратурой «Ассистент Total+».

Экспериментальные исследования осуществлялись при проведении специальной оценки рабочих мест по условиям организации труда [83–95].

Анализ результатов специальной оценки условий труда (таблица 3.1) [96–124] показал, что среди комплекса опасных и вредных производственных факторов

только шумовые характеристики превышают предельно-допустимые значения. Замеры шума и вибраций в кабинах кранов показали, что уровни звука лежат в пределах 90–95 дБА, а уровни вибрации (на полу) – 100–116 дБ, что превышает предельно допустимые значения на 10–15 дБА и до 9 дБ (по уровням виброскорости).

Таблица 3.1 – Фактическое состояние условий труда на рабочих местах операторов

Наименование производственного фактора	Допустимый уровень	Фактический уровень	Величина отклонения	Класс условий труда
Эквивалентный уровень звука, дБА	80	90–95	10–15	3.1
Эквивалентный уровень виброскорости, дБ	107	110–116	9	2
Температура воздуха, °С (категория – Пб)	15–22	24	-	2
Скорость движения воздуха, м/с	0–0,2	0,15	-	2
Влажность воздуха, %	15–75	52	-	2
Освещенность (общая / рабочей поверхности), лк	300 / 750	310	-	2
Аэрозоли (пыль) преимущественно фиброгенного действия	2	нпч	-	2
Химический (акролеин)				3.1
Напряженность труда	-	-	-	2
Тяжесть труда	-	-	-	2
Общая оценка условий труда	-	-	-	3.1

Поэтому вибрации в седьмой, восьмой и девятой октавах (со среднегеометрическими частотами 2000, 4000 и 8000 Гц соответственно) измерялись прибором ВШВ-003-М2.

Акустическая подсистема механизмов подъема груза и перемещения тележки включает два источника: двигатель и редуктор. Поэтому экспериментальные исследования шума и вибрации включали два этапа: измерения акустических

характеристик только двигателей и аналогичные измерения при работе механизмов подъема и перемещения.

Измерения уровней шума непосредственно двигателя производились с отключением его от редуктора, в этом случае исключается акустическое воздействие всей колебательной системы крана. Уровни звукового давления двигателя существенно нижепредельно-допустимых значений, что позволяет исключить его как источник шума в формировании звукового поля объекта исследования.

У двигателей механизма подъема груза кранов с грузоподъемностью более 100 тонн наблюдаются повышенные уровни звукового давления в среднечастотной части спектра. Закономерности спектрального состава показаны на примере двигателя редуктора РЦД-1000 (рисунок 3.1) [126–138].

Уровни звукового давления превышают нормативные значения в 5–7 октавах на 2–3 дБ. Следует отметить, что такие превышения октавных уровней шума не оказывают влияния на акустические характеристики как на рабочих местах производственного персонала, так и крановщиков.

Экспериментальные исследования спектров вибрации и шума включали:

1. Измерения акустических характеристик

- 1.1. Уровни звукового давления (октавные) в кабине и производственном помещении при движении только моста на холостом ходу и при перемещении груза.

- 1.2. Уровни вибраций в кабине и шума в производственном помещении при подъеме груза (опускании).

2. Измерения вибраций – виброскорости или виброускорения.

- 2.1. На элементах рамы тележки при движении и при подъеме груза.

- 2.2. На рельсах при движении и подъеме груза.

- 2.3. На корпусе редуктора при подъеме груза.

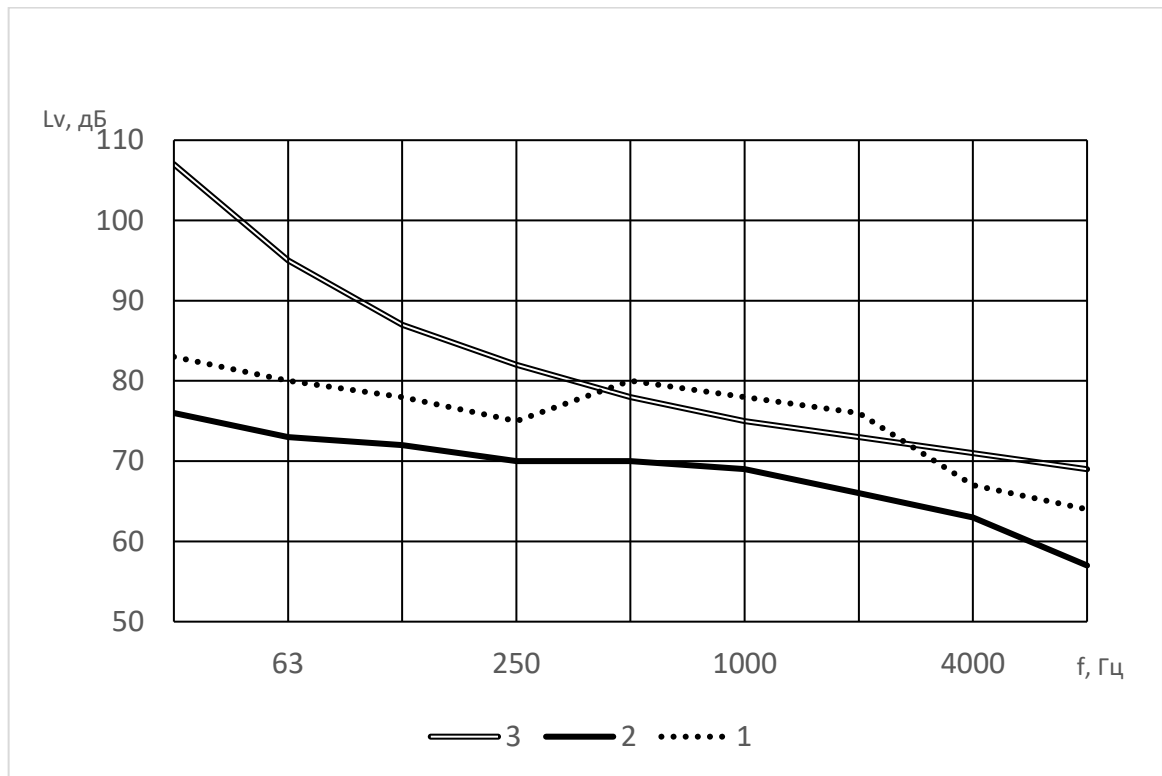


Рисунок 3.1 – Спектры шума двигателей:

1 – уровни звукового давления двигателя механизма подъема; 2 – механизма перемещения; 3 – предельный спектр

Кроме этого, проводились измерения уровней звукового давления редукторов механизмов подъема при их обкатке, а также звукоизоляции и звукопоглощения кабин козловых кранов.

Измерения проводились в цехах механической обработки ПАО «Роствертол», РЭРЗ – филиала ОАО «Желдорреммаш», ООО «ПК «НЭВЗ». Измерения шума редукторов при их обработке проводились на майкопском редукторном заводе ОАО «Зарем».

Измерения уровней звукового давления выполнялись на рабочих местах операторов специальных колесотокарных станков и центробежно-ротационного наклепа труб компрессоров (это оборудование располагается в производственных помещениях, относящихся к категории соразмерных); на участках универсально-фрезерных и продольно-фрезерных станков; ленточнопильных станков; прутковых токарных автоматов и в условиях литейного производства. На участках

механической обработки измерения проводились для кранов грузоподъемностью 25 и 50 т, а в условиях литейных – 100 и 180 т.

3.2. Экспериментальные исследования вибраций на рабочих местах крановщиков мостовых кранов

Теоретические исследования и практические результаты по увеличению звукопоглощения и звукоизоляции кабин мостовых кранов, устанавливаемых непосредственно на тележке [60], обеспечили выполнение предельно-допустимых величин уровней звукового давления в нормируемом диапазоне (31,5–8000 Гц). Следует отметить, что нормируемый частотный диапазон вибраций является низкочастотным (8–63 Гц) и в этом направлении исследований на сегодняшний день недостаточно. Поэтому проводились экспериментальные исследования вибраций на кресле крановщика при следующих режимах работы крана:

- перемещение моста крана;
- перемещение тележки крана;
- работа механизма подъема и опускания груза.

Результаты измерений приведены в таблицах 3.2, 3.3.

Таблица 3.2 – Уровни вибрации в кабинах мостовых кранов

Грузоподъемность, т	Режим работы (перемещающийся узел)	Уровни вибрации (дБ) в октавных интервалах частот (Гц)			
		8	16	31,5	63
1	2	3	4	5	6
12,5	Тележка	104	108	111	109
	Кран	98	99	102	104
25	Тележка	105	111	107	106
	Кран	103	100	100	96

Продолжение таблицы 3.2

1	2	3	4	5	6
50	Тележка	108	115	110	106
	Кран	105	102	100	97
100	Тележка	108	115	111	105
	Кран	107	111	104	100
180	Тележка	110	116	117	112
	Кран	106	112	115	109
Норматив		104	110	116	122

Таблица 3.3 – Уровни вибрации в кабинах при подъеме и опускании груза

Грузоподъемность, т	Уровни вибрации (дБ) в октавных интервалах частот (Гц)			
	8	16	31,5	63
12,5	106	112	111	105
25	108	115	116	107
50	109	116	118	110
100	111	116	120	111
180	113	110	122	114
Предельно допустимые значения	104	110	116	122

Величины превышения уровней вибрации над предельно-допустимыми значениями представлены в таблице 3.4.

Таблица 3.4 – Превышение уровней вибрации на рабочих местах крановщиков

Грузоподъемность, т	Режим работы	Превышение уровней вибрации (дБ) в октавных интервалах (Гц)			
		8	16	31,5	63
12,5	Подъем груза	2	3		
	Перемещение тележки				
	Перемещение крана				
25	Подъем груза	3			
	Перемещение тележки	1	1		
	Перемещение крана				
50	Подъем груза	4	5	2	
	Перемещение тележки	2	2		
	Перемещение крана				
100	Подъем груза		6	3	
	Перемещение тележки	3 2	3 1		
	Перемещение крана				
180	Подъем груза	9	9	6	
	Перемещение тележки	6 2	6 2	1	
	Перемещение крана				

Результаты измерений показали, что практически у всех кранов зафиксировано превышение уровней вибрации на рабочих местах крановщиков. Минимальные величины превышений создаются у крана грузоподъемностью 25 т. У крана грузоподъемностью 50 т уровни вибрации превышены на 3 дБ. Максимальные величины превышений составляют 8–9 дБ у тяжелого крана грузоподъемностью 180 т. Кроме этого, уровни вибраций у 100-тонного и 180-тонного кранов создаются при всех режимах работы. Следует отметить, что максимальные величины вибраций наблюдаются при подъеме и опускании груза, т. е. тогда, когда кран и тележка неподвижны, а работают редуктор механизма подъема и барабан. Минимальные уровни создаются при перемещении крана, т. к. при этом работает только механизм перемещения крана. Промежуточное положение возникает при перемещении тележки. В этом случае работает механизм перемещения тележки. Эти данные можно объяснить формированием вибрационного поля несущей системы крана и его воздействием на кабину крановщика, устанавливаемую непосредственно на тележке. Действительно, наиболее нагруженными узлами при подъеме груза являются редуктор (в первую очередь) и узел барабана. Возбуждение вибраций на раму тележки и, следовательно, на кабину создается именно ними. При перемещении тележки возбуждение вибраций рамы создается колесными парами и механизмом перемещения, мощность которого существенно ниже, чем у механизмов подъема. При перемещении крана возбуждение вибраций рамы тележки происходит от моста. Т. е. вибрации моста, которые создаются системой «колесные пары – рельс» в значительной степени ослабляются не только по мере удаления источника от кабины, но и вследствие неизбежных потерь колебательной энергии в несущей системе кранов. Для уточнения закономерностей формирования вибрационного поля проводились экспериментальные исследования распределения вибраций по элементам несущей системы мостовых кранов.

3.3. Экспериментальные исследования вибраций элементов несущей системы мостового крана

Результаты измерений уровней вибраций на раме тележки при подъеме груза и движении крана приведены на рисунке 3.2.

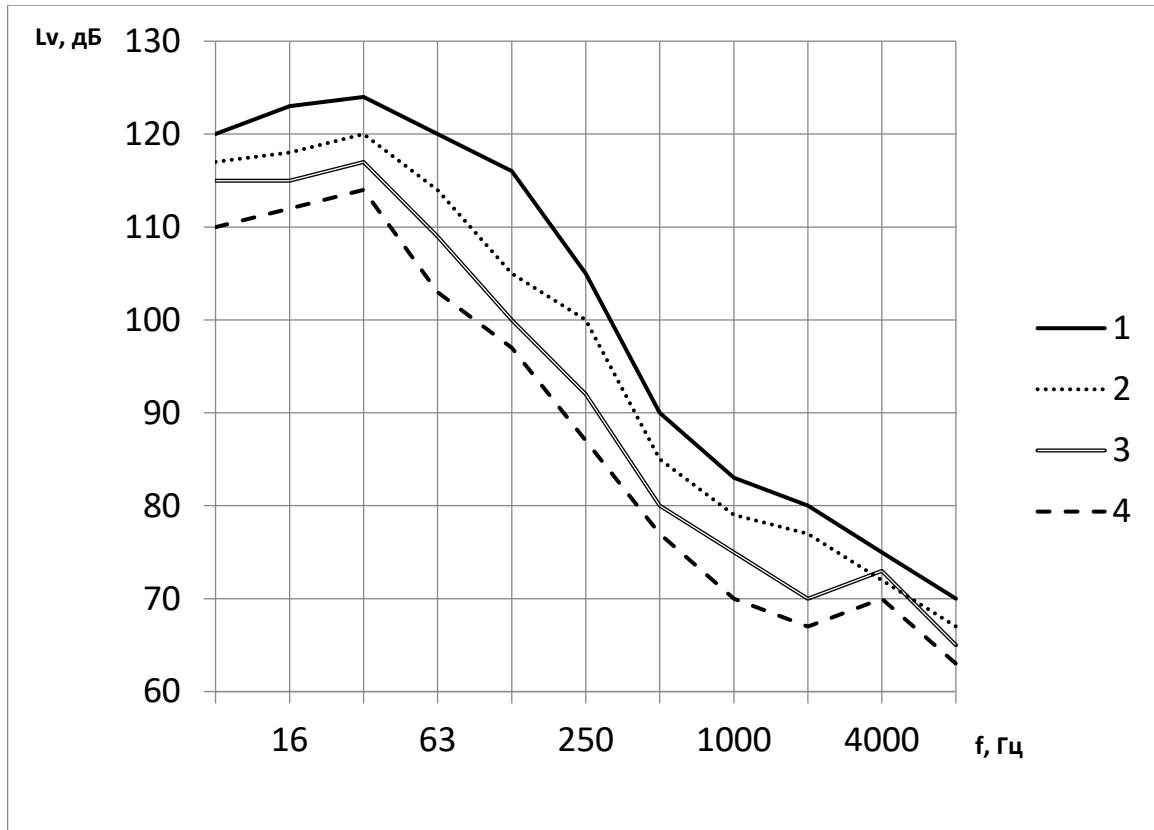


Рисунок 3.2 – Спектры вибраций на раме тележки при подъеме и опускании груза:

1 – грузоподъемность 180 т; 2 – грузоподъемность – 100 т;

3 – грузоподъемность 50 т; 4 – грузоподъемность – 25 т

Спектры вибраций имеют ярко выраженный низкочастотный характер. Максимальные уровни сосредоточены в интервале частот 8–63 Гц, т. е. именно в том диапазоне, где превышаются уровни вибраций на рабочих местах крановщиков. Величины уровней вибраций достигают значений 114–124 дБ (для кранов различной грузоподъемности). В области средних и высоких частот 250–8000 Гц наблюдается значительное уменьшение уровней вибрации (спад уровней составляет 10 дБ в пятой и шестой октавах, 5–7 дБ в седьмой – девятой октавах).

Следует отметить практически полную интенсивность спектрального состава для всех обследованных кранов.

Спектры вибраций на раме тележки при движении приведены на рисунке 3.3.

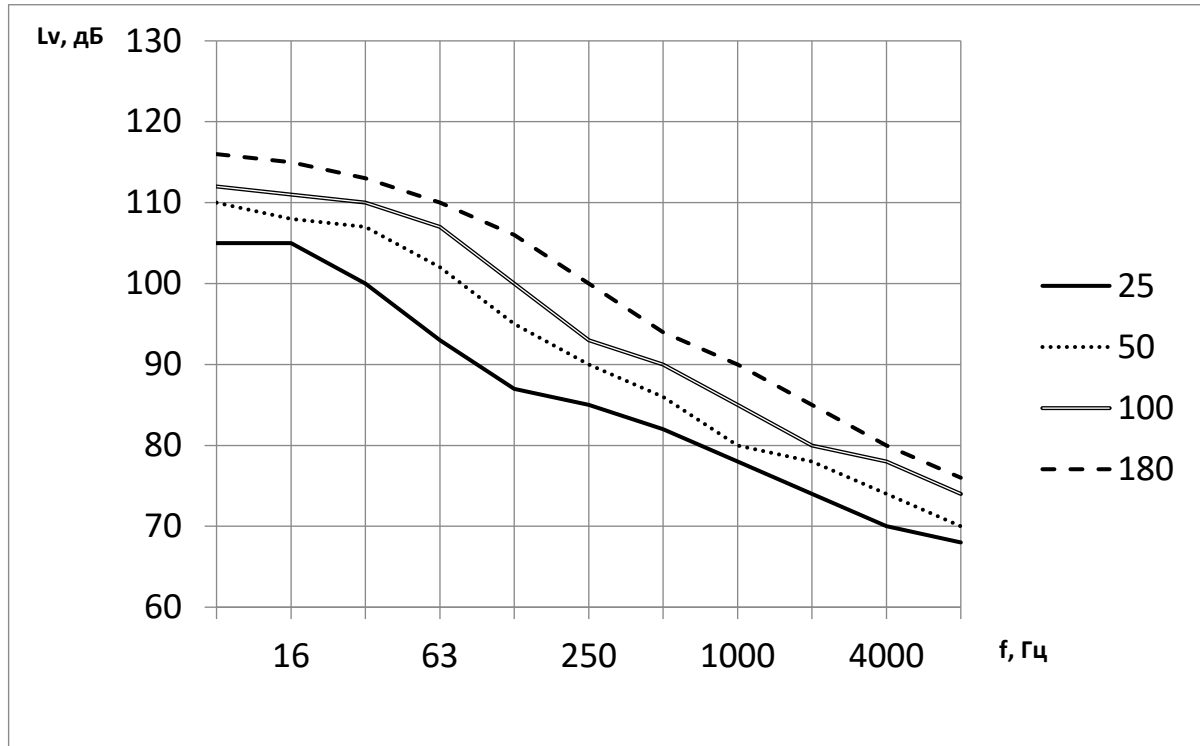


Рисунок 3.3 – Спектры вибраций на раме при движении крана:

1 – грузоподъемность 180 т; 2 – грузоподъемность – 100 т;

3 – грузоподъемность 50 т; 4 – грузоподъемность – 25 т

Несмотря на тенденцию общей закономерности формирования спектрального состава вибраций мостового крана, следует отметить характерные отличия. Уровни вибраций в области низких частот на 7–9 дБ меньше, чем при подъеме груза. Спад интенсивности вибрации по мере возрастания частоты практически равномерный и составляет 5–6 дБ на октаву. Уровни вибраций в пятой – девятой октавах при движении крана на 6–8 дБ больше, чем при подъеме груза.

Результаты измерений подтвердили данные таблиц по превышению вибраций на рабочих местах крановщиков. Можно предположить, что при подъеме груза повышенные уровни создаются воздействием вибрационной мощности от редукторов и барабанов механизмов подъема.

При движении крана формирование спектра вибраций рамы в особенности в средне- и высокочастотной части спектра определяется вибрационной мощностью, передаваемой от рельсов.

Спектр вибраций рельсов приведен на рисунке 3.4.

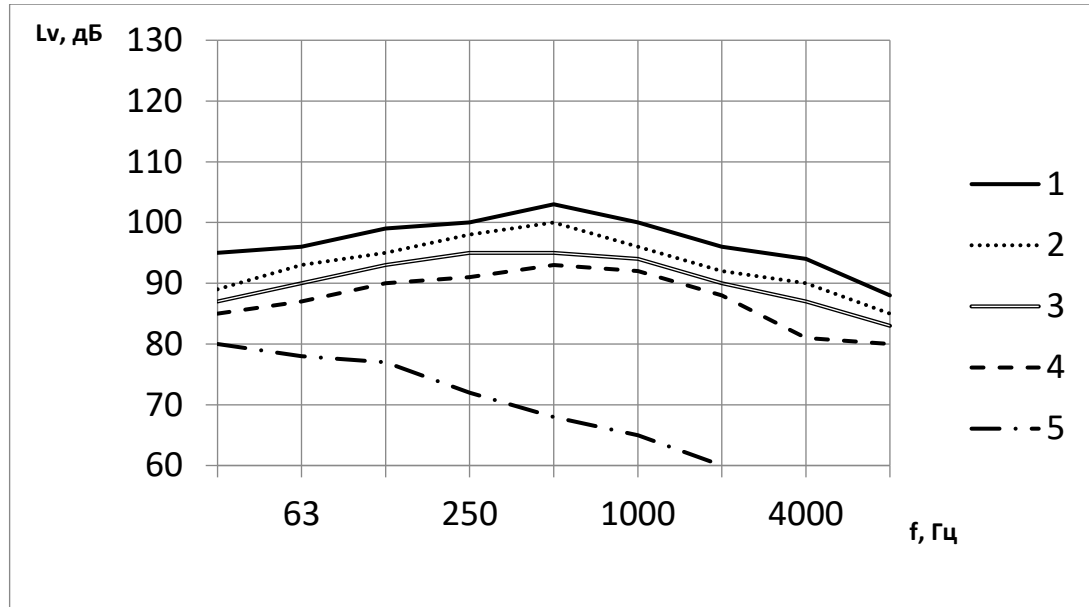


Рисунок 3.4 – Спектр вибраций на рельсах:

- 1 – грузоподъемность 180 т; 2 – грузоподъемность – 100 т;
- 3 – грузоподъемность 50 т; 4 – грузоподъемность – 25 т;
- 5 – спектр вибраций на рельсе при подъеме груза массой 180 т

В отличие от тележки спектр вибрации на рельсе при движении крана средне-высокочастотный. Максимальные уровни вибраций наблюдаются в четвертой – шестой октавах. К характерным особенностям можно отнести достаточно равномерное распределение интенсивности вибраций в третьей-четвертой и шестой октавах, где разница в уровнях не превышает точности измерительной аппаратуры.

Спектр вибраций на рельсе при подъеме груза имеет низкочастотный характер и практически не влияет на формирование спектрального состава в средне- высокочастотных интервалах.

Поскольку представленные выше результаты показали доминирующее влияние вибраций редукторов механизмов подъема и перемещения на превышение

уровней вибрации на рабочих местах крановщиков, то в следующей серии экспериментов изучались виброакустические характеристики редукторов в условиях участка их обкатки на Майкопском редукторном заводе.

3.4. Экспериментальные исследования шума мостовых кранов в производственных помещениях

Экспериментальные исследования, результаты которых приведены в данном разделе, включали измерения октавных уровней звукового давления в производственных помещениях, при движении кранов и при работающем технологическом оборудовании, и на рабочих местах операторов при выполнении технологических процессов.

3.4.1. Результаты измерений уровней звукового давления кранов в производственных помещениях при неработающем технологическом оборудовании

Цель экспериментальных исследований заключалась в изучении закономерностей формирования процесса шумообразования, создаваемого непосредственно самими мостовыми кранами в производственных помещениях. Поэтому измерения проводились при неработающем технологическом оборудовании [125].

Каждый тип крана эксплуатируется при различных скоростях движения и, что особенно важно, массах грузов. Поэтому на первом этапе экспериментальных исследований определялись уровни звука (дБА), и на рисунке 3.5 приведены максимально и минимально зафиксированные его значения.

Первый ряд соответствует максимальным уровням звука, второй – минимальным.

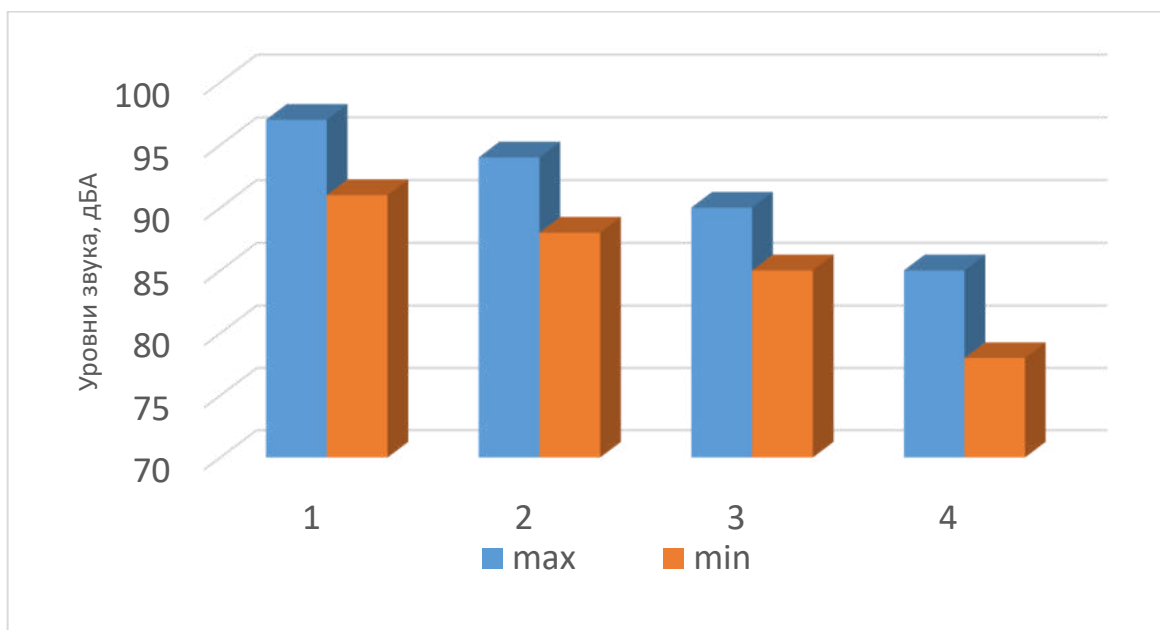


Рисунок 3.5 – Уровни звука мостовых кранов:

1 – 180 т; 2 – 100 т; 3 – 50 т; 4 – 25 т

Результаты измерений показали, что разница в уровнях звука (при выборке 15–20 кранов каждого типа) составляет 6 дБА у кранов грузоподъемностью 180 т, 6 дБА у кранов грузоподъемностью 100 т, 5 дБА у кранов грузоподъемностью 50 т, 7 дБА у кранов грузоподъемностью 25 т. Кроме этого, следует отметить, что у 80 % кранов грузоподъемностью 180 т уровни звука составляют 95–97 дБА. У 82 % кранов грузоподъемностью 100 т уровни звука составляют 91–94 дБА. У 78 % кранов грузоподъемностью 50 т уровни звука составляют 87–90 дБА. У 75 % кранов грузоподъемностью 25 тонн уровни звука составляют 83–85 дБА. Таким образом, максимальные превышения уровней звука над предельно допустимым значением (80 дБА) составляют 17 дБА у 180-тонных кранов, 14 дБА у 100-тонных, 10 дБА у 50-тонных и 5 дБА у 25-тонных.

Системы снижения уровней шума должны обеспечить выполнение предельно-допустимых значений при любых условиях эксплуатации кранов, поэтому анализ закономерностей формирования спектрального состава виброакустических характеристик выполнен для условий максимальной интенсивности звукового излучения. Измерения уровней звукового давления выполнялись при движении крана с грузом и без груза.

Измерения показали идентичность в формировании спектрального состава для кранов различной грузоподъемности. Разница в уровнях звукового давления у кранов грузоподъемностью 25 и 50 т при движении составила 2–3 дБ (при объеме выборки 15–20 кранов).

Столь незначительные различия в уровнях звукового давления можно объяснить разницей в уровнях шума самих редукторов. Кроме этого, при движении крана работает редуктор механизма перемещения, потребляемая мощность которого, а соответственно, и нагрузки в зубчатых передачах, и уровни виброакустических характеристик значительно ниже, чем в приводе механизма подъема и опускания груза.

Поэтому анализ результатов измерений выполнен для кранов с максимальной интенсивностью звукового излучения.

Результаты измерений для кранов грузоподъемностью 25 т приведены на рисунке 3.6.

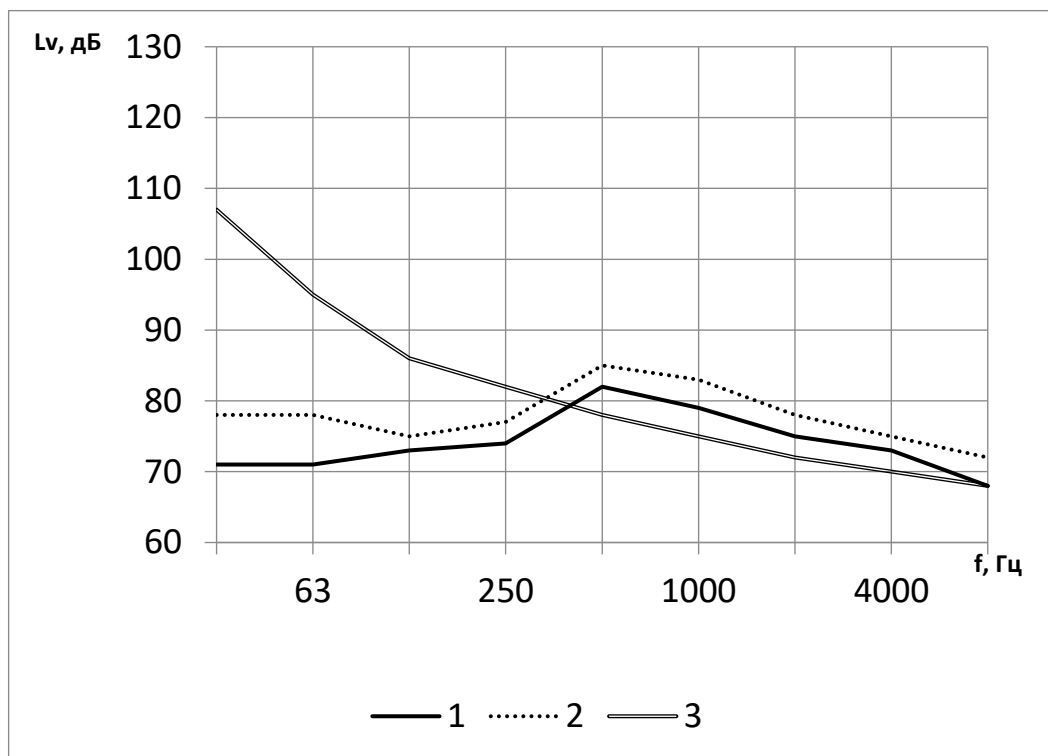


Рисунок 3.6 – Спектры шума в производственных помещениях мостового крана грузоподъемностью 25 т:

1 – при движении без груза; 2 – при движении с грузом; 3 – предельный спектр

Характер спектров шума среднечастотный и фактически соответствует закономерностям спектрального состава вибраций на рельсе. Уровни звукового давления превышают предельно-допустимые значения в 6–8-й октавах на 4–2 дБ (соответственно) у крана грузоподъемностью 25 т при перемещении без груза и в 5–9-й октавах на 7–3 дБ (соответственно) при перемещении с грузом. В пятой октаве уровни звукового давления достигают максимального значения. Спектры шума кранов грузоподъемностью 50, 100 и 180 т приведены на рисунках 3.7, 3.8, 3.9.

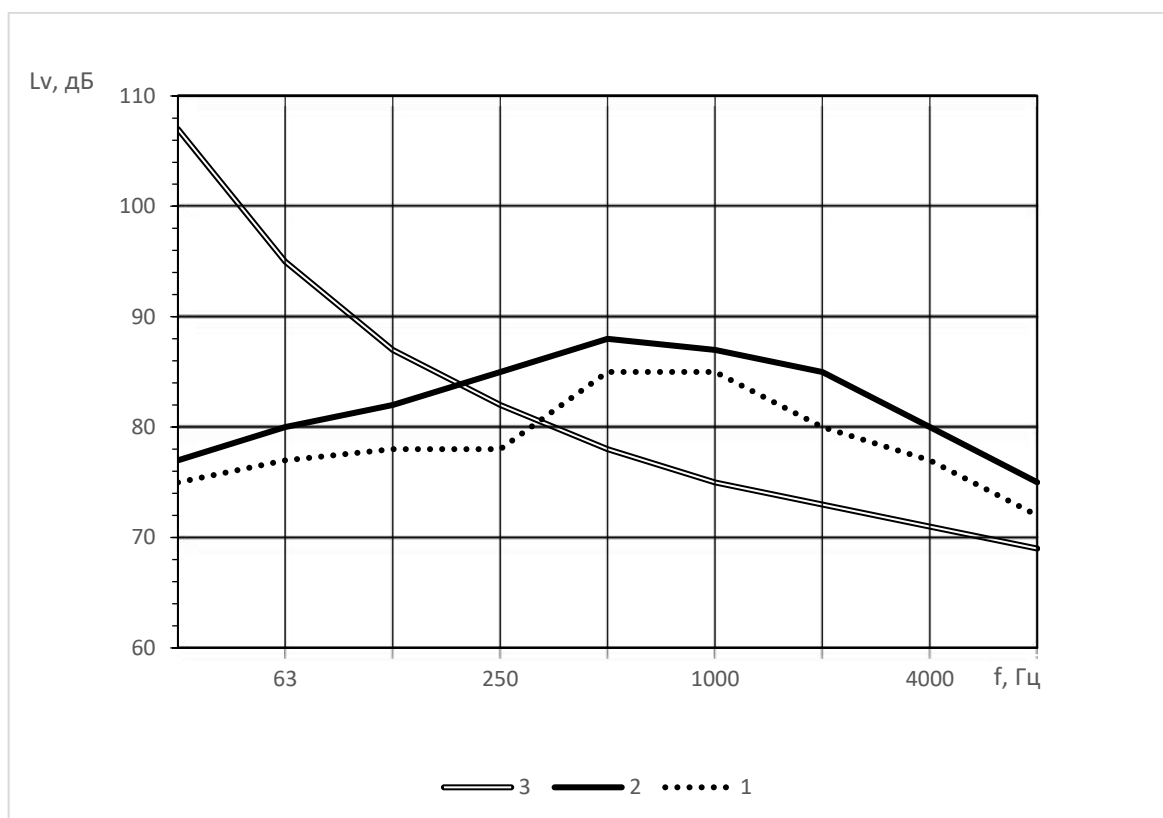


Рисунок 3.7 – Спектры шума крана грузоподъемностью 50 т:
 1 – при перемещении без груза; 2 – при перемещении с грузом;
 3 – предельный спектр

У крана грузоподъемностью 50 т превышения уровней звукового давления начинаются с 4-й октавы и составляют 3–12 дБ в диапазоне частот 250–8000 Гц. Максимальные величины превышений зафиксированы в средне- и высокочастотной части спектра 500–2000 Гц.

Разница в уровнях звукового давления при перемещении крана с грузом и без груза составляет 3–5 дБ в полосе частот 500–8000 Гц. При этом «характер» спектрального состава практически не претерпевает изменений. У кранов грузоподъемностью 100 и 180 тонн следует отметить расширение активного диапазона спектра в область низких частот. В частности, у крана грузоподъемностью 100 тонн в 3-й октаве уровень звукового давления уже находится на предельно допустимом значении (см. рисунок 4.8).

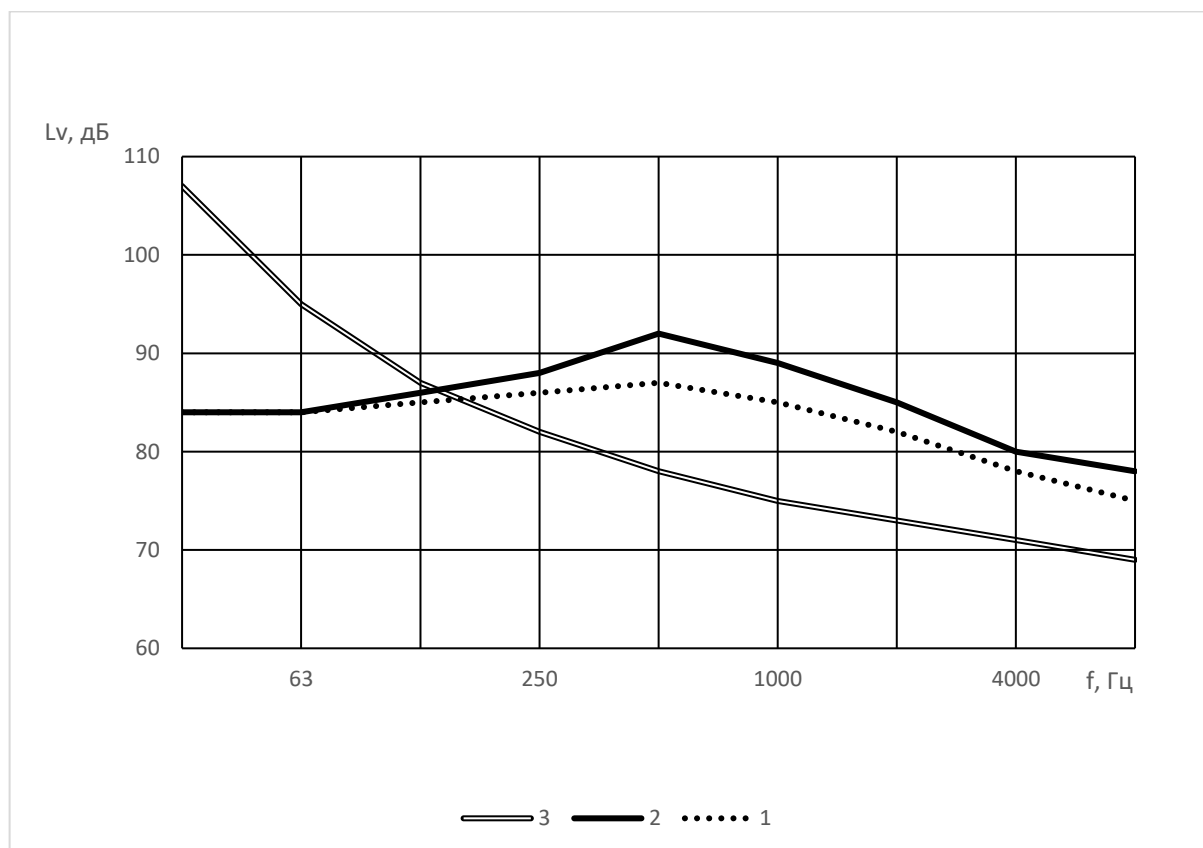


Рисунок 3.8 – Спектры шума крана грузоподъемностью 100 т:

1 – при движении без груза; 2 – при перемещении с грузом;

3 – предельный спектр

Величины превышений в 4-й и 9-й октавах составляют 7–9 дБ, а в области частот 500–2000 Гц – 12–14 дБ. Увеличение уровней звукового давления при движении с грузом составляет 3–5 дБ.

Практически аналогичные закономерности наблюдаются у крана грузоподъемностью 180 тонн (см. рисунок 3.9).

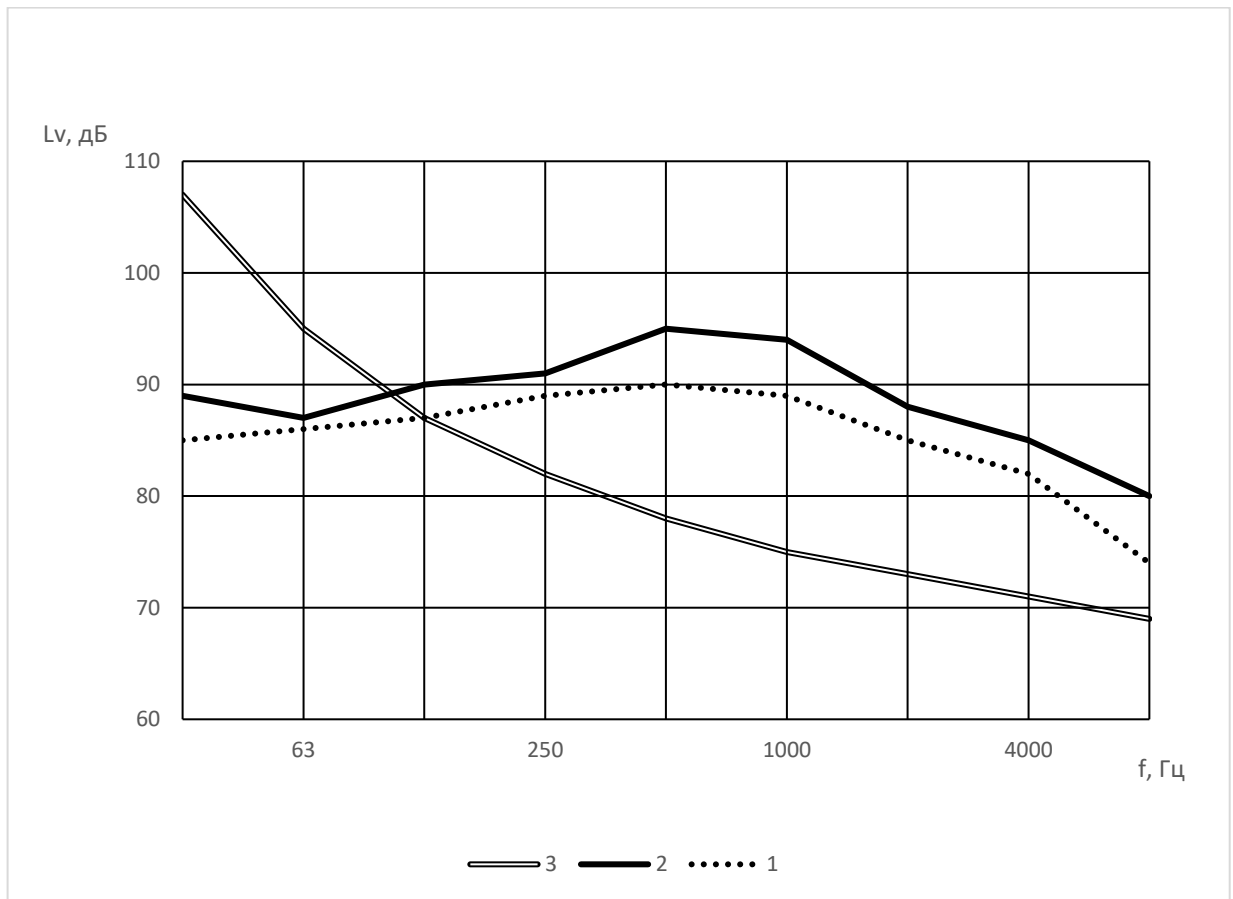


Рисунок 3.9 – Спектры шума крана грузоподъемностью 180 т:
 1 – при движении без груза; 2 – при перемещении с грузом;
 3 – предельный спектр

Результаты измерений показали, что в среднечастотной части предельно-допустимые значения превышаются на 15–17 дБ, а в высокочастотной на 11–14 дБ.

Разница в уровнях звукового давления с учетом различных масс перемещаемых грузов составляет $\Delta L = 20 \lg \frac{m_2}{m_1}$, а экспериментальное $\Delta L = 15 \dots 16 \lg \frac{m_2}{m_1}$.

Полученные результаты позволяют сделать вывод, что при движении кранов основными источниками шума являются рельсы и узлы колесных пар, в особенности в широкой высокочастотной полосе 500–8000 Гц.

Результаты измерений уровней звукового давления при опускании груза приведены на рисунке 3.10 на примере 100- и 180-тонных кранах.

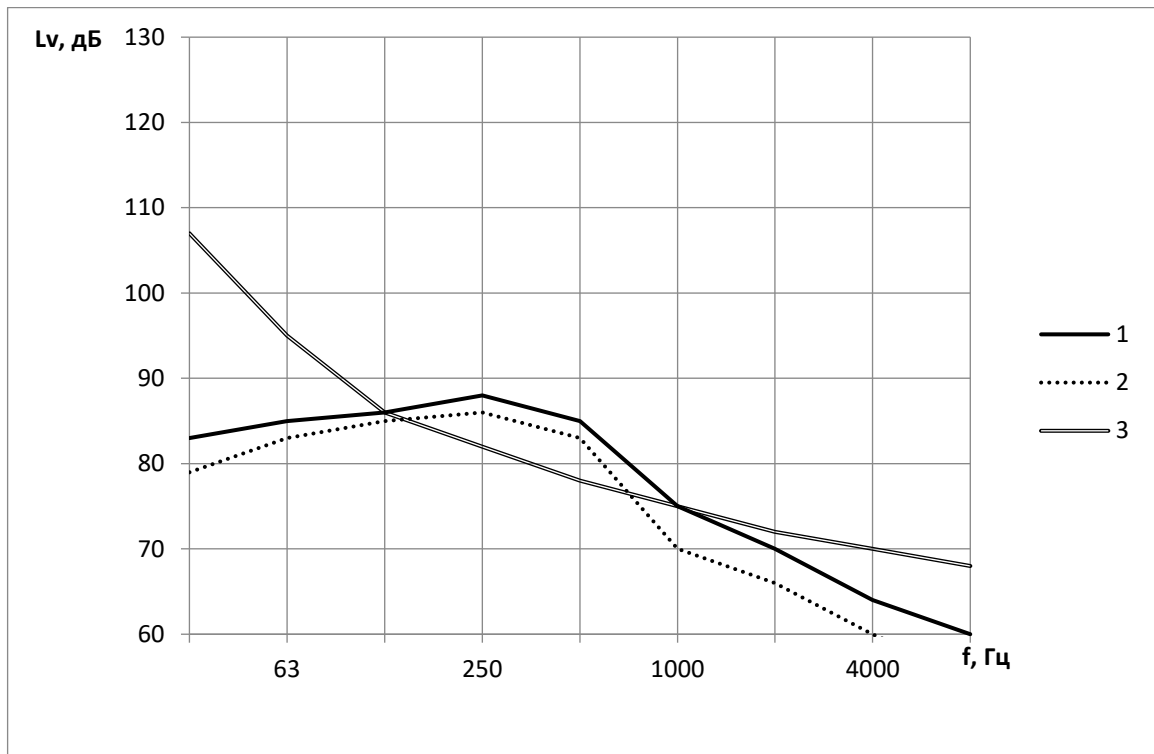


Рисунок 3.10 – Спектры шума при опускании груза:

1 – грузоподъемность 180 т; 2 – грузоподъемность 100 т; 3 – предельный спектр

Уровни звукового давления превышают норматив только в четвертой и пятой октавах и составляют 3–4 дБ для крана грузоподъемностью 100 т и 6–7 дБ для крана грузоподъемностью 180 т. Для 25-тонного крана превышения в этих же октавах составляют 1,5–2 дБ.

Полученные данные позволяют сделать вывод, что превышение уровней звукового давления на рабочих местах операторов технологического оборудования в данном случае определяется звуковым излучением корпуса редуктора.

Измерения шума в соразмерных помещениях показали, что увеличение уровней звукового давления определяется соотношением:

$$\Delta L = (8:9)\Delta V, \quad (3.1)$$

где ΔV – отношение объемов большего и меньшего производственных помещений.

Спектры шума для соразмерного помещения показаны на рисунке 3.11 на примере участка специальных колесотокарных станков для крана грузоподъемностью 50 т.

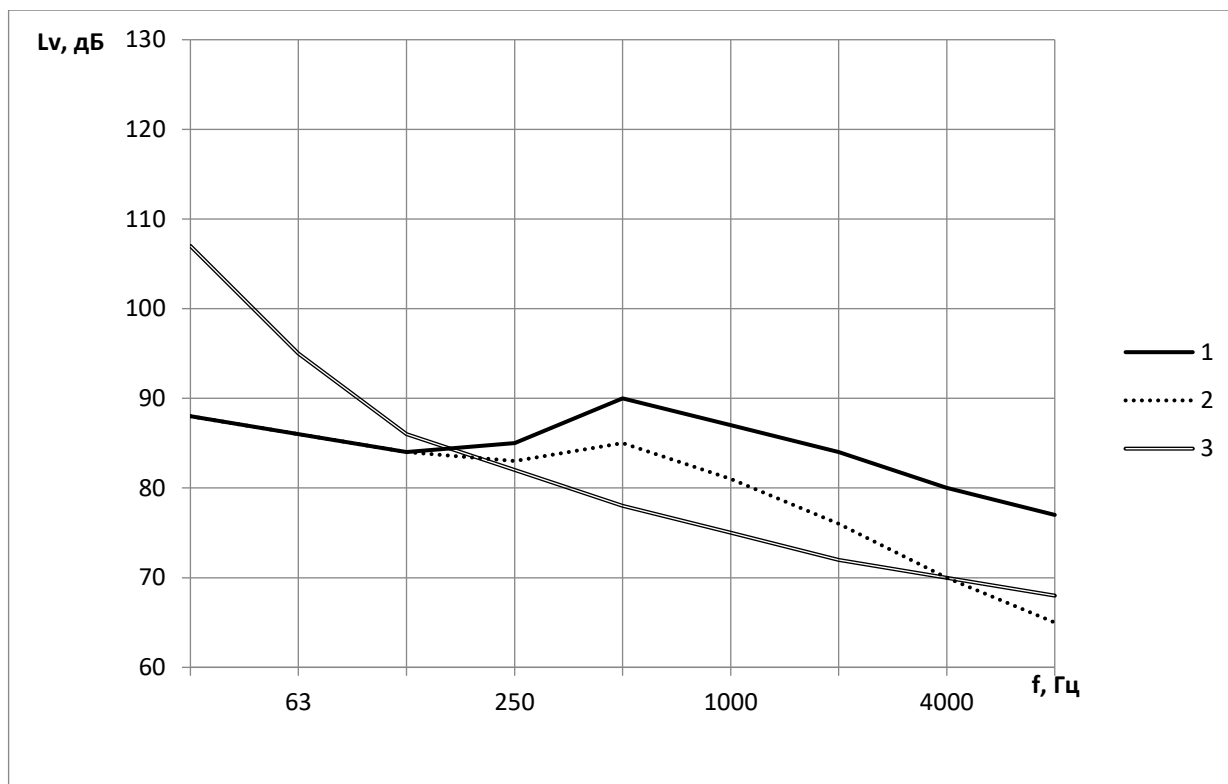


Рисунок 3.11 – Спектры шума мостового крана грузоподъемностью 50 т в соразмерном помещении:

1 – при движении крана; 2 – при опускании груза; 3 – предельный спектр

При движении крана уровни звукового давления превышают предельно-допустимые величины в четвертой – девятой октавах на 9–11 дБ, а при опускании груза в четвертой – восьмой октавах на 3–7 дБ.

Следует отметить, что спектры шума в соразмерных помещениях формируются не только звуковым излучением корпуса редуктора, но и отраженным звуковым излучением, но и отраженным звуком от стен производственного помещения и в первую очередь потолка.

В следующей серии экспериментов измерялись уровни звукового давления в рабочей зоне при проведении технологического процесса и движении мостового

крана. Измерения проводились в условиях механосборочного производства на примере крана грузоподъемностью 50 т. Результаты измерений показаны на примере ленточных станков, участков универсальных и фрезерных станков, продольно-фрезерных станков, заточных станков и лесопильных рам.

Спектр шума рабочего процесса по заданным исследованиям, приведенный на рисунке 3.12, в основном высокочастотный.

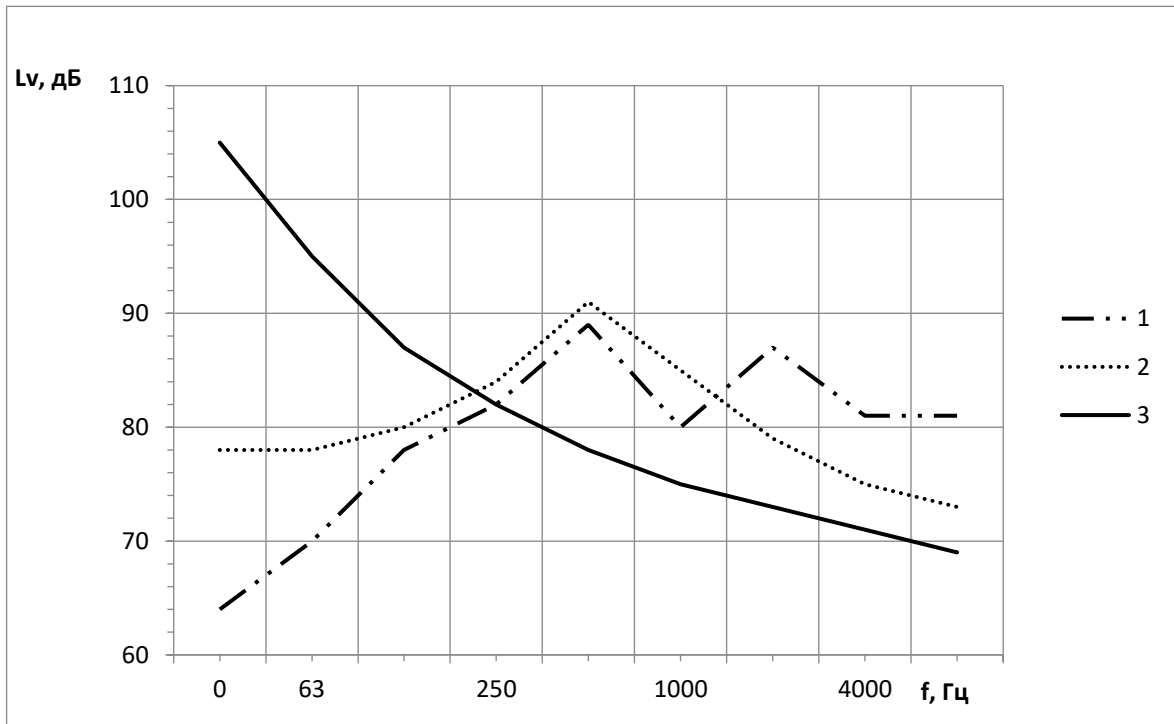


Рисунок 3.12 – Спектр шума в рабочей зоне ленточнопильного станка:

1 – рабочий процесс; 2 – при движении мостового крана; 3 – предельный спектр

Особенно высокие уровни звукового давления создаются в пятой с седьмой октавах. Однако при движении мостового крана влияние его звукового излучения наглядно проявляется в среднечастотной части спектра 1000 Гц. С учетом логарифмического суммирования уровней звукового давления при реализации технического процесса и движения крана превышение над предельно-допустимыми значениями составляет в этом интервале частот 3–5 дБ.

Спектры шума на участке универсальных фрезерных станков в большей степени изменяют спектр рабочего процесса станков (рисунок 3.13).

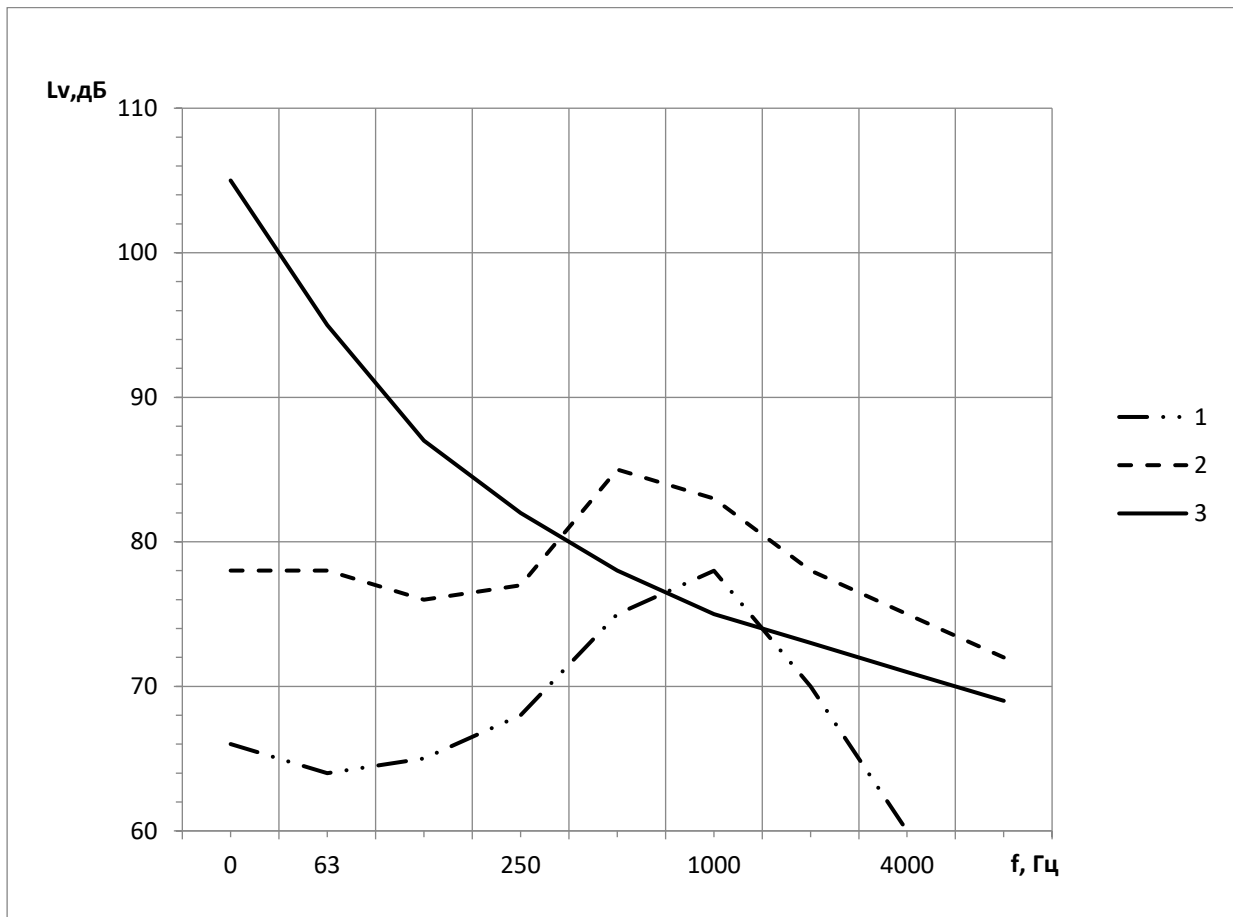


Рисунок 3.13 – Спектры шума в рабочей зоне универсальных фрезерных станков:
 1 – рабочий процесс; 2 – движение мостового крана; 3 – предельный спектр

Фактически звуковое излучение мостового крана и определяет «неблагополучную» акустическую обстановку в рабочей зоне операторов. Следует отметить, что превышение уровней звукового давления в широкой полосе частот (8000 Гц), т. е. и в высокочастотной области создается только звуковым излучением крана и фактически «подавляет» рабочий процесс станка. Величина превышений над предельно-допустимыми значениями составляет от 3 до 7 дБ.

Аналогичная картина зафиксирована и на участке продольно-фрезерных станков. Замеры шума рабочего процесса на примере фрезерования труб лонжеронов показали, что уровни шума превышают предельно-допускаемые значения на 3–5 дБ (рисунок 3.14).

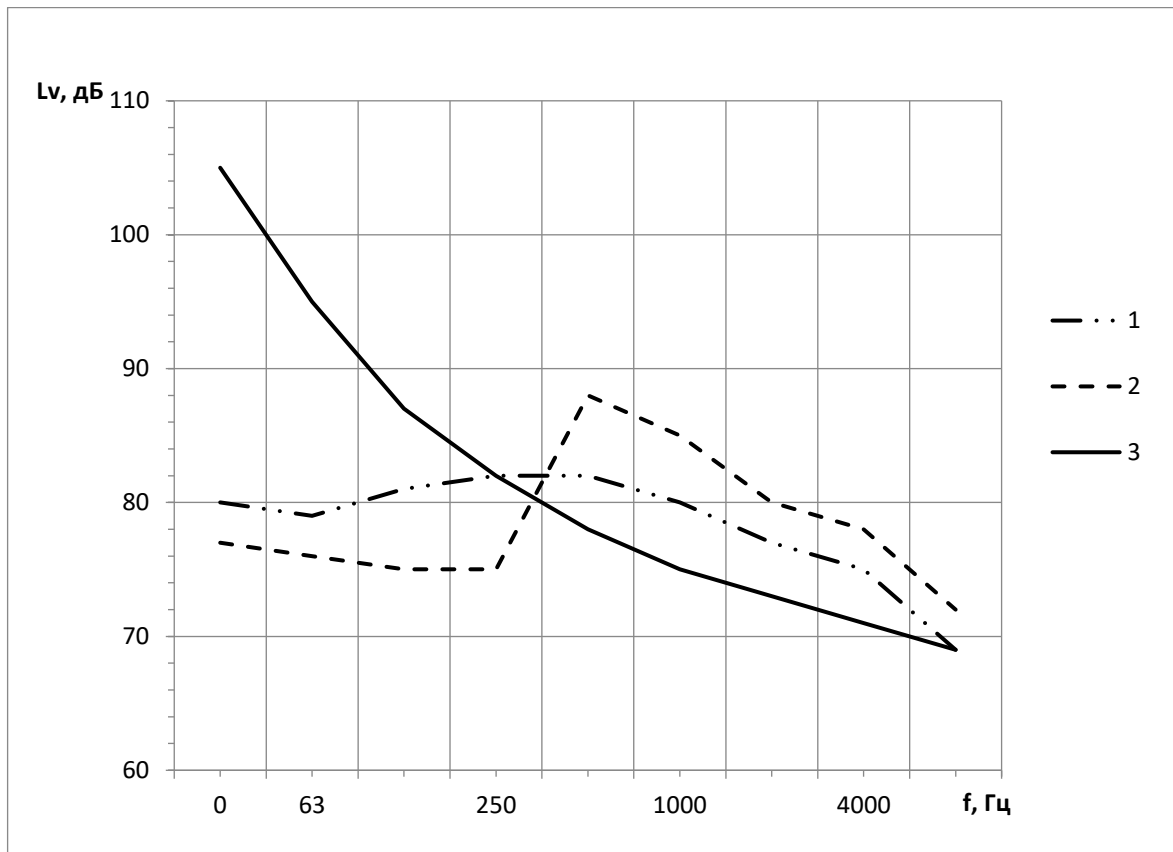


Рисунок 3.14 – Спектры шума в рабочей зоне продольно-фрезерных станков: 1 – рабочий процесс; 2 – при движении мостового крана; 3 – предельный спектр

При движении мостового крана уровни звукового давления существенно возрастают в том же частотном диапазоне, но величины превышений достигают 10 дБ в пятой и шестой октавах.

Экспериментальные исследования шума заточных станков при движении мостовых кранов приведены на рисунке 3.15.

При движении мостового крана его звуковое излучение формирует превышение над предельно-допустимыми величинами в средне- и высокочастотной областях спектра 500–2000 Гц. Уровни звукового давления в этом случае превышают нормативные значения на 3–7 дБ. Следует отметить, что в области средних частот 125–250 Гц звуковое излучение крана также немного выше, чем самого технологического процесса, хотя и не приводит к превышению предельно-допускаемых значений.

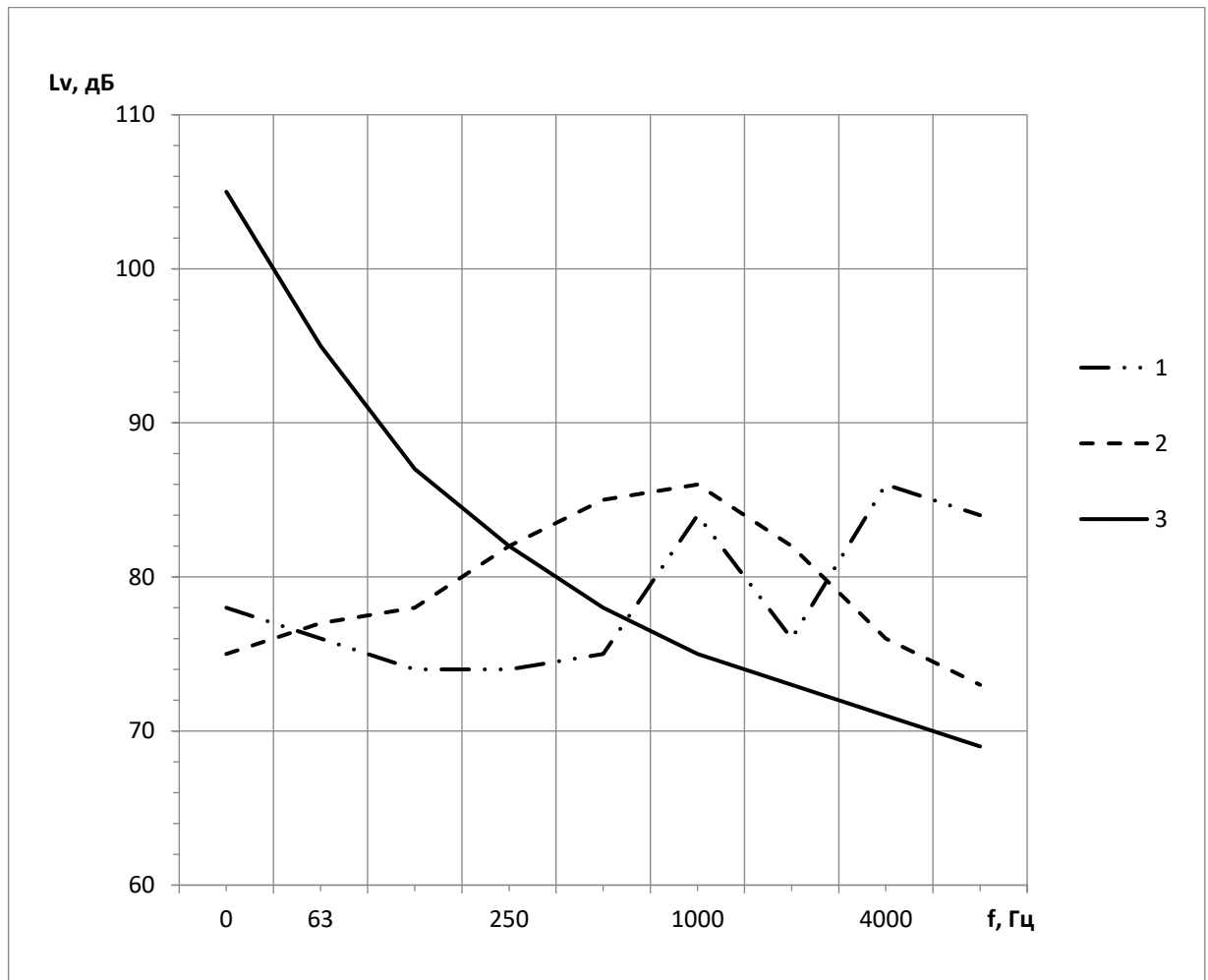


Рисунок 3.15 – Спектры шума на участке заточных станков:

1 – рабочий процесс; 2 – при движении мостового крана; 3 – предельный спектр

Спектр шума лесопильных рам, исследованный в настоящей работе, также высокочастотный. Поэтому закономерности формирования акустических характеристик в рабочей зоне операторов в значительной степени соответствуют участкам заточных станков, что показано на рисунке 3.16.

Высокочастотная область спектра 4000–8000 Гц полностью определяется звуковым излучением рабочего процесса, но среднечастотная 500–1000 Гц – звуковым излучением кранов. Превышение уровней звукового давления над нормативными величинами составляет 9–10 дБ.

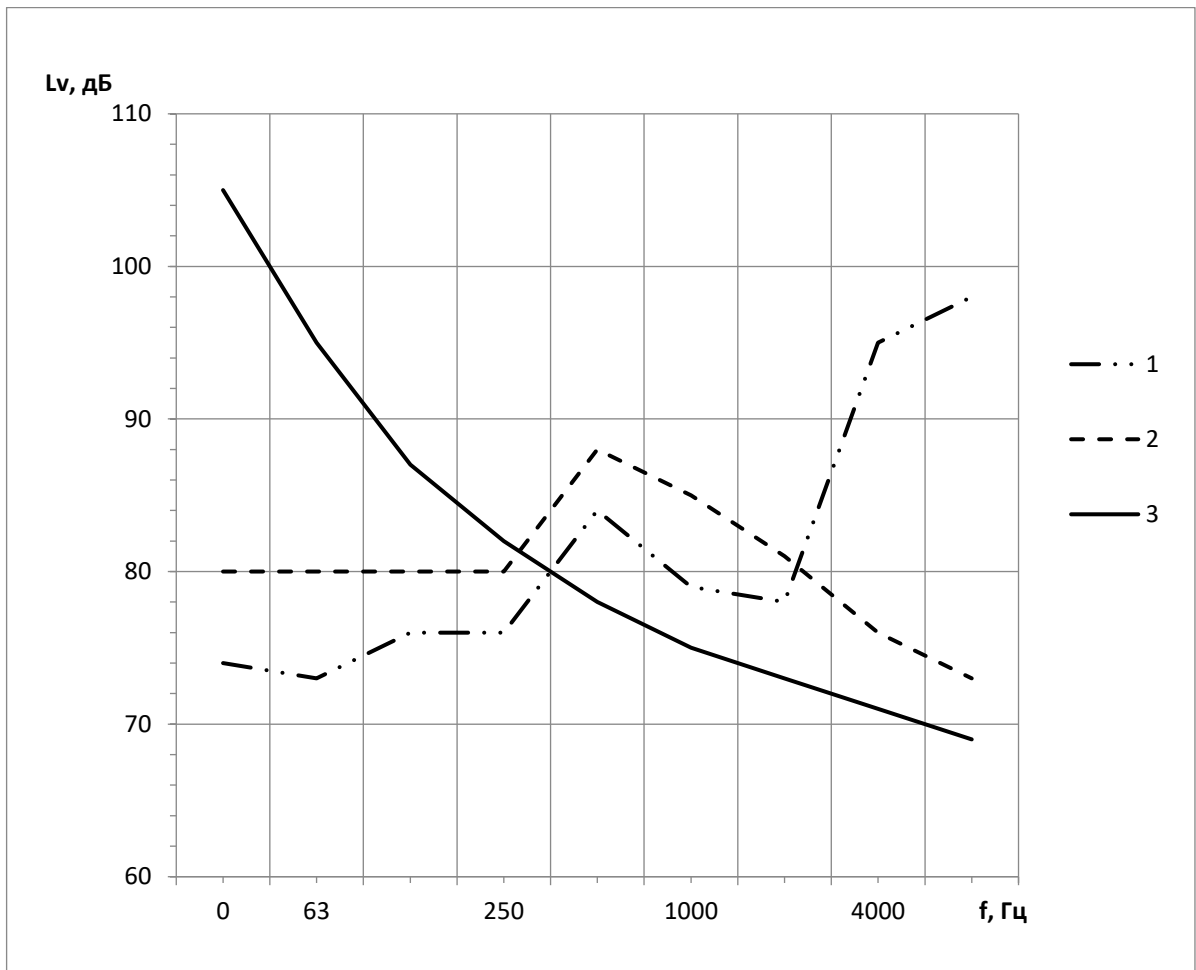


Рисунок 3.16 – Спектры шума в зоне лесопильных рам:

1 – рабочий процесс; 2 – при движении мостового крана; 3 – предельный спектр

По результатам приведённых выше исследований можно сделать следующие выводы:

– Звуковое излучение мостовых кранов создает повышенные уровни шума в производственных помещениях не только при движении крана, но и при подъеме и опускании груза.

– Влияние звукового излучения крана на формирование спектрального состава уровней звукового давления в основном проявляется в среднечастотной области 250–1000 Гц и при реализации технологического процесса, фактически создавая превышение предельно-допускаемых значений.

– Мостовые краны большой грузоподъемности, эксплуатируемые в литейном производстве, являются основными источниками повышенного шума, формирующими звуковое поле в производственных помещениях.

3.5. Экспериментальные исследования спектров шума в кабинах козловых кранов

Измерения октавных уровней звукового давления выполнялись в кабинах кранов грузоподъемностью 12, 25, 50 и 100 т.

Результаты измерений спектров шума в кабинах на рабочем месте крановщиков кранов грузоподъемностью 2 и 25 т показаны на рисунке 3.17.

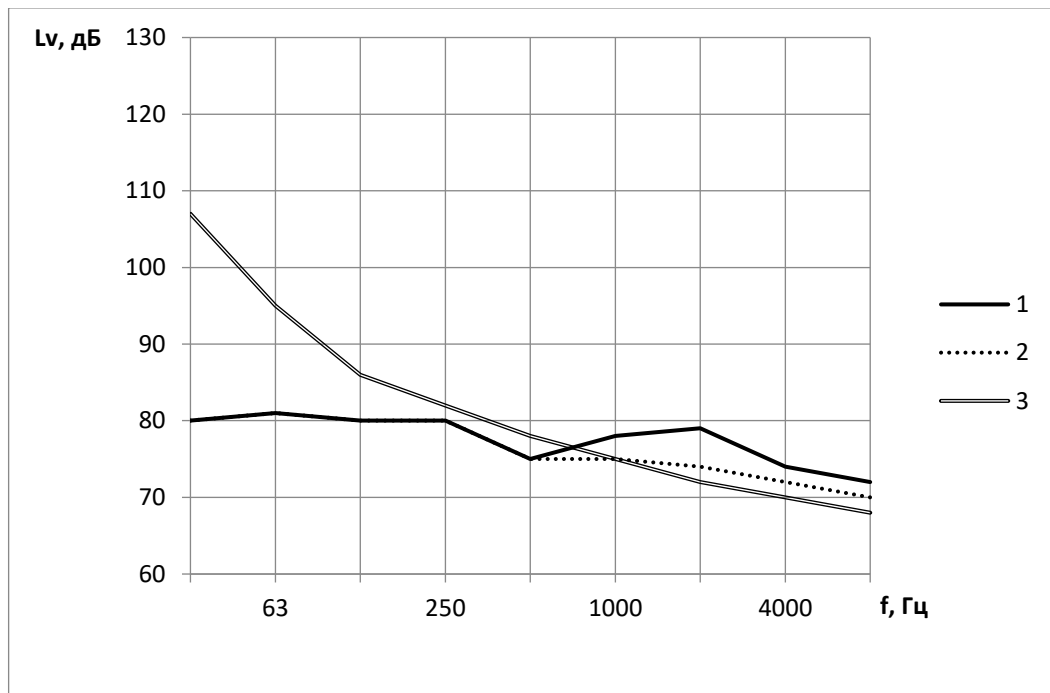


Рисунок 3.17 – Спектры шума в кабинах козловых кранов грузоподъемностью:
1 – 25 т; 2 – 12 т; 3 – предельный спектр

Спектры шума имеют высокочастотный характер. Уровни звукового давления превышают предельно-допускаемые значения в интервале 1000–8000 Гц.

У крана грузоподъемностью 12 т уровни звукового давления превышают нормативные величины не более чем на 2,5 дБ. У крана грузоподъемностью 25 т превышение уровней звукового давления составляет 3–6 дБ в том же частотном диапазоне.

Спектры шума в кабинах 50-тонного и 100-тонного кранов показаны на рисунке 3.18.

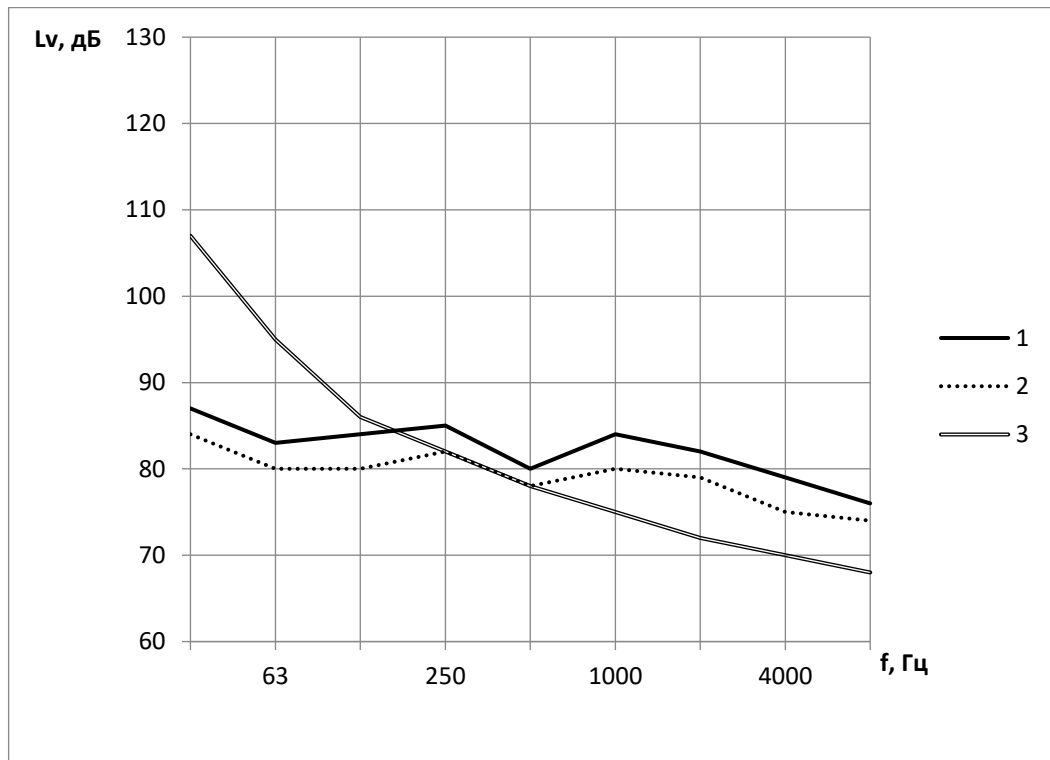


Рисунок 3.18 – Спектры шума в кабинах кранов грузоподъемностью:
 1 – 180 т; 2 – 50 т; 3 – предельный спектр

Следует отметить расширение активного диапазона спектра. Действительно, у 100-тонного крана уровни звукового давления превышают предельно-допустимые величины в интервале частот 250–8000 Гц. В четвертой октаве превышение составляет 4 дБ, в пятой – 3 дБ. Максимальные значения в шестой – девятой октавах составляют 1–8 дБ.

Уровни звукового давления в кабине 50-тонного крана 2–2,5 дБ. Превышение зафиксировано только в шестой – девятой октавах и составляет 5–6 дБ. Результаты измерений, и в особенности тот факт, что превышение уровней составляет не более 10 дБ, позволяют сделать важный вывод для разработки практических мероприятий по снижению уровней звукового давления до предельно-допустимых значений, а именно ограничиться повышением звукопоглощения элементов кабины.

Поэтому в следующей серии экспериментов изучались звукопоглощающие и звукоизолирующие характеристики кабин козловых кранов.

Измерения проводились по схеме [61], приведенной на рисунке 3.19.

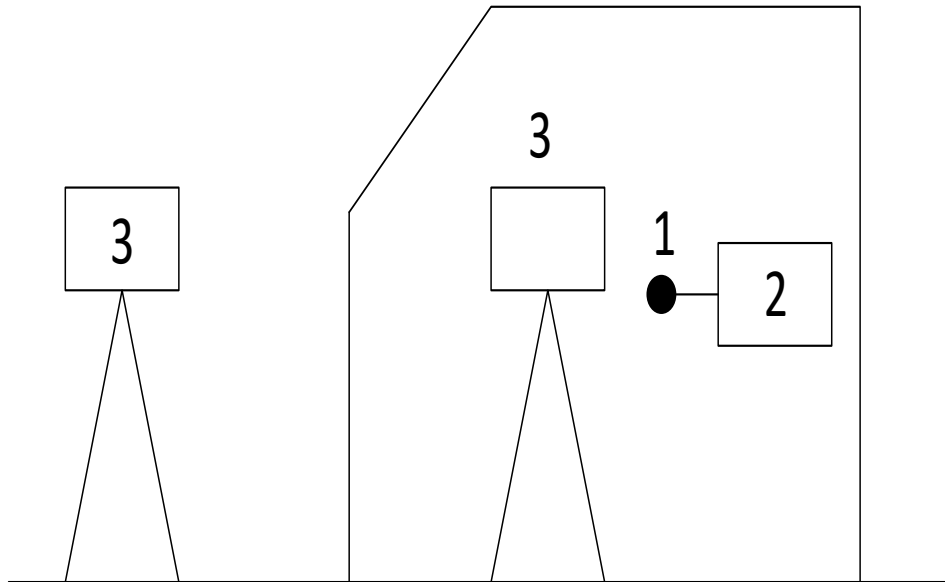


Рисунок 3.19 – Схема измерений звукоизоляции:

1 – источник шума; 2 – звуковой генератор; 3 – микрофоны

Внутри кабины устанавливается источник звука (в данном случае динамик ЗГД-1), излучение которого настраивается на соответствующие частоты звуковым генератором. Уровни звукового давления в кабинах и вне их измеряются микрофонами 3.

Для анализа звукоизоляции вся ограждающая поверхность кабины разбита на следующие элементы:

– мотовоза:

- 1) переднее стекло;
- 2) заднее стекло;
- 3) стекла боковых стенок;
- 4) несущая конструкция передней панели;
- 5) несущая поверхность задней панели;
- 6) несущие конструкции боковых стен;
- 7) потолок;

– кабина козлового крана:

- 1) потолок;
- 2) пол;

- 3) переднее остекление;
- 4) заднее остекление;
- 5) остекление боковых панелей.

Звукоизоляция i -го элемента кабины определяется по формуле:

$$ЗИ_i = L_i^{BH} - L_i^H, \quad (3.2)$$

где L_i^{BH} – уровни звукового давления внутри кабины, дБ; L_i^H – уровни звукового давления снаружи кабины, дБ.

Результаты измерений представлены в таблицах 3.5 и 3.6.

Таблица 3.5 – Звукоизоляция кабины

Наименование элемента	Звукоизоляция (дБ) в октавных интервалах частот (Гц)							
	63	125	250	500	1 000	2 000	4 000	8 000
Потолок	79	21	25	30	32	35	32	34
Несущие конструкции боковых стен	17	17	19	25	30	32	27	30
Переднее остекление	12	12	15	17	18	20	21	24
Остекление задней и боковых стен	10	12	14	15	16	18	20	22

Таблица 3.6 – Звукоизоляция элементов кабины козлового крана

Наименование элемента	Звукоизоляция (дБ) в октавных интервалах частот (Гц)							
	63	125	250	500	1 000	2 000	4 000	8 000
Потолок	22	27	25	30	31	32	33	35
Пол	24	27	27	31	33	34	35	38
Остекление	12	13	15	17	18	21	24	25

Коэффициент звукопоглощения определялся известным методом [56]:

$$\bar{\alpha}_f = \frac{0,16V}{St_p}, \quad (3.3)$$

где V – объем кабины, м³; S – площадь внутренней поверхности кабины, м²; t_p – время реверберации, с.

Средние значения коэффициентов звукопоглощения представлены в таблицах 3.7 и 3.8.

Таблица 3.7 – Коэффициенты звукопоглощения в кабине

Условия регистрации	Звукоизоляция (дБ) в октавных интервалах частот (Гц)								
	31,5	63	125	250	500	1000	2000	4000	8000
С машинистом	0,11	0,18	0,21	0,25	0,3	0,45	0,38	0,35	0,4
Без машиниста	0,09	0,16	0,19	0,21	0,25	0,4	0,32	0,3	0,39

Таблица 3.8 – Коэффициенты звукопоглощения в кабине козлового крана

Условия регистрации	Звукоизоляция (дБ) в октавных интервалах частот (Гц)								
	31,5	63	125	250	500	1000	2000	4000	8000
С крановщиком	0,09	0,15	0,18	0,22	0,26	0,39	0,38	0,3	0,32
Без крановщика	0,07	0,11	0,15	0,2	0,21	0,34	0,3	0,28	0,3

Для кабин мотовозов звукопоглощение возможно использовать для потолка и несущей части боковых и передней панелей. Результаты измерений показали, что при большой площади остекления использование звукопоглощающих материалов для кабин козловых кранов неэффективно, так как фактически может быть применимо только для потолка.

Применительно к компоновке кабин козловых кранов звукопоглощение может быть использовано для пола и потолка. Следует отметить, что увеличение звукопоглощения технически возможно выполнить за счет коврика.

Для потолка следует выбирать материал с максимально возможными коэффициентами звукопоглощения в области средних и высоких частот.

Тогда уровни звукового давления в кабинах с учетом компоновки внутренних источников относительно рабочего места крановщика с учетом данных работ [58] приведены к виду:

$$L_p = L_w + 10 \lg \left(\frac{0,6}{r^2} + 4\psi \frac{S_k - \sum_1^6 \alpha_i^f S_i}{\sum_1^6 \alpha_i^f S_i} \right), \quad (3.4)$$

где α_i^f – звукопоглощение пола; S_i – площадь пола, м².

$$\sum_1^6 \alpha_i S_i = \alpha_1^f S_1 + \alpha_2^f \sum_1^4 S_2 + \alpha_3^f S_3,$$

где α_2^f – звукопоглощение остекления; $\sum_1^4 S_2$ – суммарная площадь остекления, м²; α_3^f – звукопоглощение потолка; S_3 – площадь потолка, м².

Для выполнения предельно-допустимых величин шума в кабинах козловых кранов от воздействия акустического излучения внутренних источников шума (таких как кондиционеры) в левую часть выражения (3.4) подставлены предельно допускаемые величины (L_c). В этом случае зависимость (3.4) приведена к виду удобному для расчетов по обоснованному выбору звукопоглощающего материала:

$$\frac{S_k - \sum_1^6 \alpha_i^f S_i}{\sum_1^6 \alpha_i^f S_i} = 0,25\psi^{-1} \left[10^{0,1(L_c - L_w)} - \frac{0,6}{r^2} \right]. \quad (3.5)$$

3.6. Экспериментальные исследования вибраций на рабочих местах мостовых кранов и уровней шума в кабинах козловых кранов

При измерениях уровней вибраций на рабочих местах крановщиков козловых кранов пьезодатчик устанавливался на кресле крановщика. Измерения проводились при движении крана с грузом и при опускании груза в нормируемом диапазоне частот вибрации 8–63 Гц. Результаты измерений для кранов различной грузоподъемности приведены в таблице 3.9. В верхней строке указаны уровни вибраций при движении крана с грузом, а в нижней – при подъеме груза.

Таблица 3.9 – Уровни вибраций на рабочих местах крановщиков мостовых кранов

Грузоподъемность, т	Уровни вибраций на среднегеометрической частоте, Гц			
	8	16	31,5	63
50	97	109	113	122
	99	111	111	120
100	104	113	119	126
	106	115	117	124
180	106	113	121	128
	108	115	119	126
норматив	102	109	114	122

Анализ результатов измерений показал, что в октавах со среднегеометрическими частотами 8 и 16 Гц уровни вибраций при подъеме груза выше, чем при движении крана, и в октавах со среднегеометрическими частотами 31,5 и 63 Гц.

Уровни вибраций при движении крана выше, чем при подъеме груза. Следует отметить, что у крана грузоподъемностью 50 т в области частот 8–31,5 Гц уровни вибраций ниже предельно допустимых значений, а в октавах со среднегеометрической частотой 63 Гц соответствуют предельно допустимой величине. У кранов грузоподъемностью 100 и 180 т уровни вибрации превышают предельно-допустимые значения во всем нормируемом частотном диапазоне (таблица 3.10).

Эти данные наглядно показали влияние вибраций, передаваемых на раму от редуктора и барабана при подъеме груза, а также системы «колесо – рельс» при движении.

Таблица 3.10 – Превышение уровней вибраций

Грузоподъемность, т	Превышение уровней вибрации (дБ) в октавах со среднегеометрическими частотами, Гц			
	8	16	31,5	63
100	2	4	5	4
	4	6	3	2
180	4	6	7	6
	6	4	5	4

Снижение уровней вибрации на рабочих местах крановщиков мостовых кранов реально может быть достигнуто двумя способами: увеличением виброизоляции кабины или кресла, снижением вибраций, передаваемых на раму от редуктора механизма подъема и барабана, а также увеличением диссипативных параметров системы «колесо – рельс». Второй способ является намного более предпочтительным, т. к. увеличение диссипативных параметров всех элементов (редукторов, барабанов, колес и рельсов) приводит и к снижению уровней шума, создаваемых всей акустической системой мостовых кранов в производственных помещениях.

В отличие от работ [139–148], в которых изучалось соответствие уровней вибрации на рабочих местах крановщиков козловых кранов, в данной серии экспериментов рассматривались закономерности спектров шума в кабинах.

Октавные уровни звукового давления измерялись в кабинах кранов грузоподъемностью 50 и 1000 т. Результаты измерений приведены на рисунке 3.20.

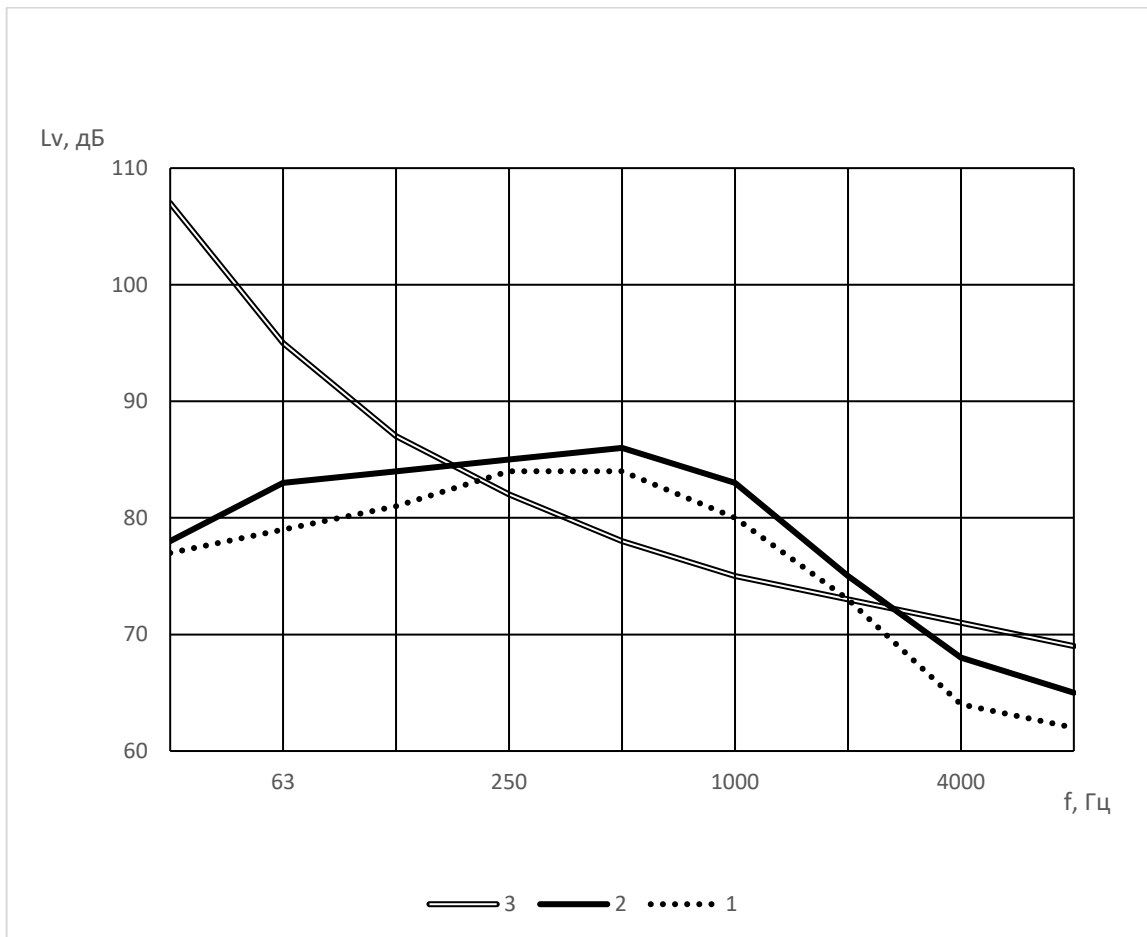


Рисунок 3.20 – Спектры шума в кабинах козловых кранов:

1 – грузоподъемностью 50 т; 2 – грузоподъемностью 100 т; 3 – предельный спектр

Результаты измерений показали, что в кабинах вышеуказанных кранов, несмотря на разработанные мероприятия по увеличению диссипативных свойств потолка и пола, которые снизили уровни вибраций в диапазоне частот 8–31,5 Гц до предельно-допустимых величин, уровни звукового давления превышают предельно-допустимые значения. Превышения зафиксированы в области частот 250–1000 Гц у крана грузоподъемностью 50 т и 250–2000 Гц у 100-тонного крана. Величины превышения составляют 3–8 дБ у 50-тонного крана и 5–10 дБ у 100-тонного. Максимальные уровни наблюдаются в пятой октаве. Теоретические расчеты звукоизоляции остекления (как наиболее «слабого» элемента ограждения кабины) и экспериментальные величины приведены на рисунке 3.21.

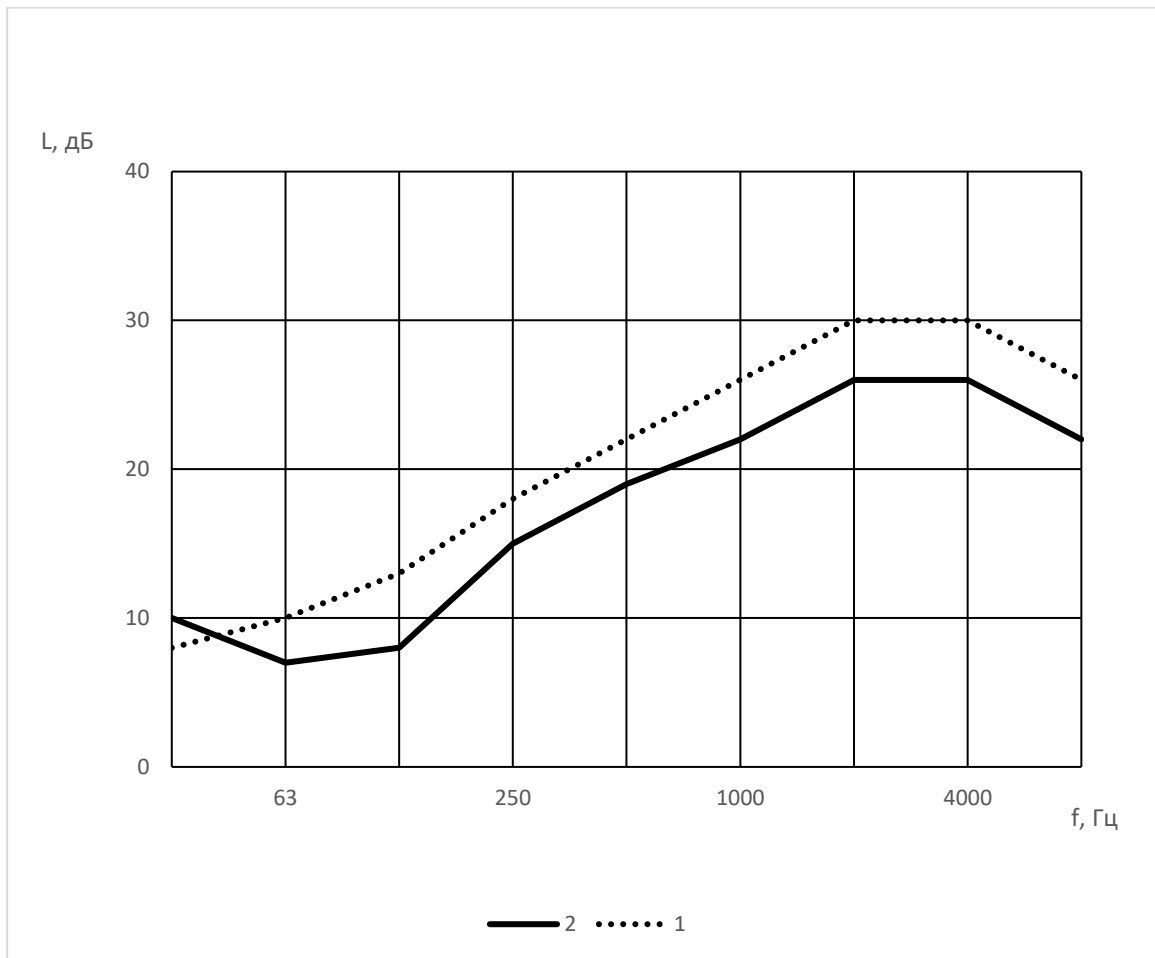


Рисунок 3.21 – Звукоизоляция остекления кабины козлового крана:

1 – теоретические значения; 2 – экспериментальные значения

Экспериментальные измерения звукоизоляции проводились традиционно применяемым для кабин транспортных средств методом прозвучивания по схеме (рисунок 3.22).

Измерения проводились при минимальном уровне помех при неработающем технологическом оборудовании и выключенной системе вентиляции. Микрофоны устанавливались внутри и снаружи кабины и располагались по центру остекления. Звуковое излучение динамика настраивалось на среднегеометрические частоты октавных полос звуковым генератором.

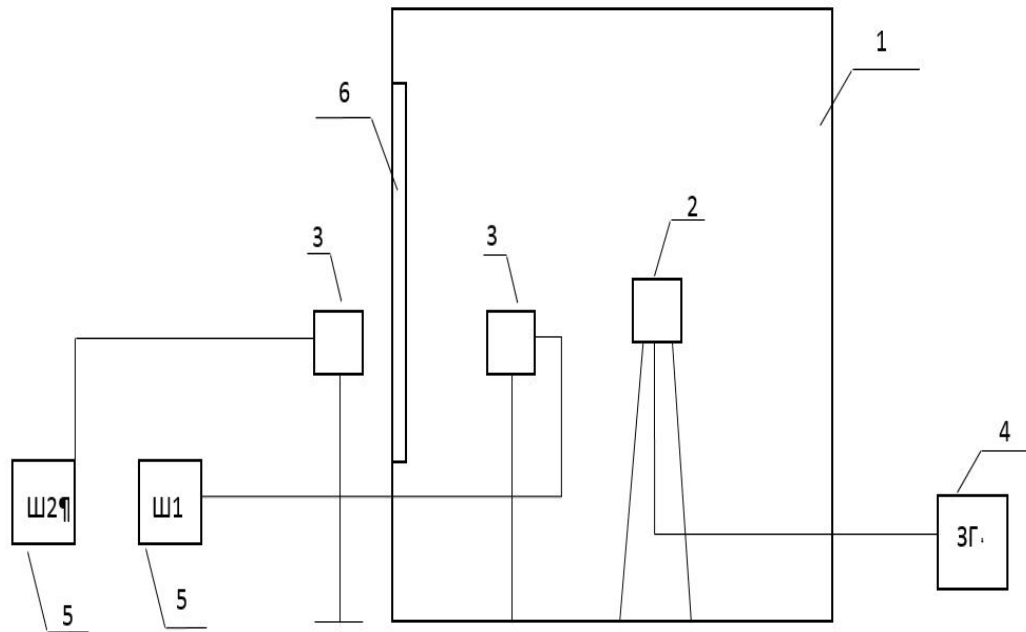


Рисунок 3.22 – Схема измерения звукоизоляции кабины козлового крана:
 1 – кабина; 2 – динамик; 3 – конденсаторные микрофоны; 4 – генератор звуковых частот; 5 – шумомеры; 6 – остекление

Экспериментальное значение звукоизоляции определялось по известной формуле:

$$\text{ЗИ} = L_{\text{внутр}} - L_{\text{нар}}, \quad (3.6)$$

где $L_{\text{внутр}}$ и $L_{\text{нар}}$ – октавные уровни звукового давления внутри и снаружи кабины, дБ.

Полученные данные показали, что воздействие внешней воздушной составляющей шума не приводит к превышениям уровней звукового давления над предельно-допустимыми величинами. Можно предположить, что выявленные превышения создаются структурной составляющей шума элементов остекления. Поэтому выполнены измерения вибраций на остеклении в нормируемом диапазоне уровней шума. Результаты измерений приведены на рисунке 3.23.

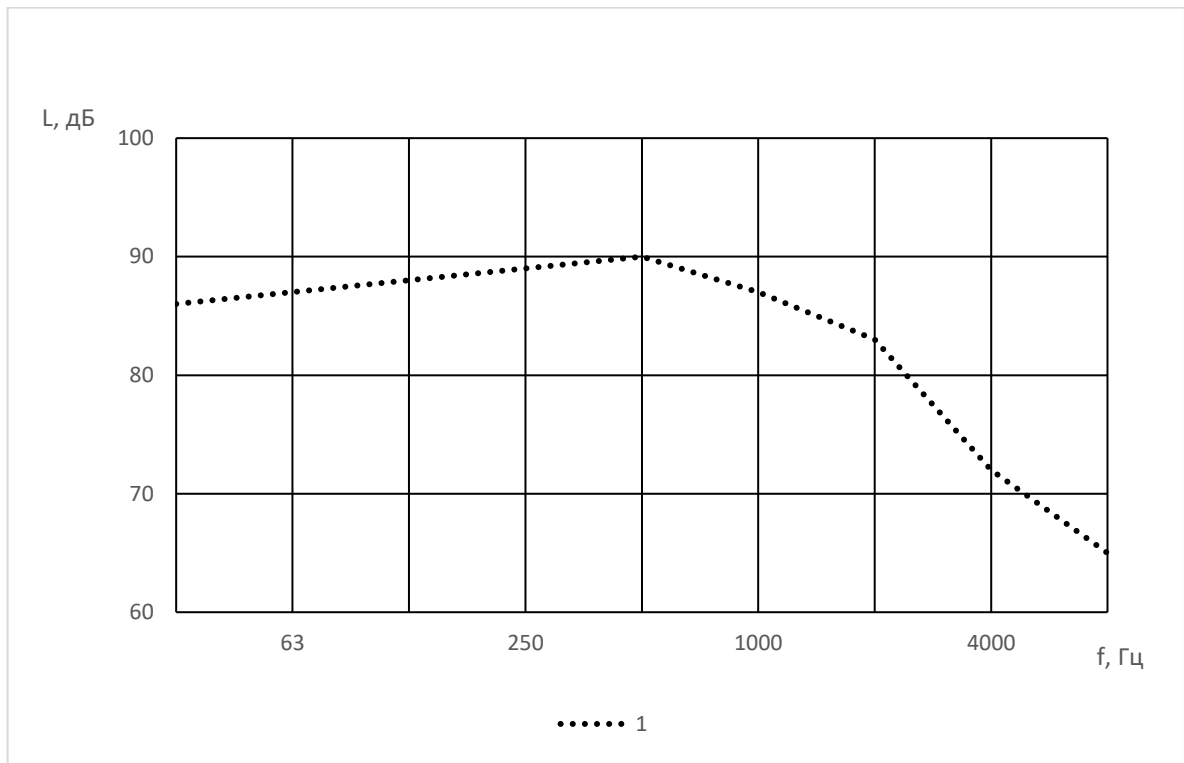


Рисунок 3.23 – Уровни вибраций на остеклении кабины кранового крана грузоподъемностью 100 тонн

Эти данные полностью подтвердили доминирующее влияние структурной составляющей шума. Действительно, «характер» спектра вибраций на остеклении идентичен спектру шума в кабине. Максимальные уровни вибраций расположены в интервале частот 250–2000 Гц, т. е. в том же частотном диапазоне, где уровни звукового давления превышают предельно-допустимые значения шума.

3.7. Выводы по главе

1. Превышение уровней звукового давления (УЗД) при движении мостовых кранов с различной грузоподъемностью в производственных помещениях создается для всех обследованных кранов.

2. Превышение УЗД при подъеме и опускании груза характерно только для кранов с грузоподъемностью 50 т и более. В этом случае характерно превышение вибрации на рабочих местах крановщиков в интервале 8–31,5 Гц.

3. Основной вклад вносят при движении рельсы, колеса и отраженный от стен звук, в первую очередь потолка.

4. Блочно-модульные подшипники снижают вибрацию на раме, на рабочих местах крановщиков, а также интенсивность звукового излучения самого редуктора. В сочетании с локальными экранами в соразмерных помещениях обеспечивают предельно-допустимые величины шума в производственном помещении при подъеме и опускании груза.

5. Спектр вибраций рельса средне- и высокочастотный.

6. Спектр вибраций рамы тележки низко- и среднечастотный.

7. Модернизации подшипниковых узлов барабана и блочно-модульные подшипники обеспечивают предельно-допустимые значения вибрации на рабочих местах крановщиков.

8. Снижение вибраций колес и рельсов сопровождается уменьшением уровней звукового давления в интервале частот 250–8000 Гц.

9. Установлено несоответствие уровней вибрации предельно-допустимым значениям на рабочих местах крановщиков мостовых кранов и уровней звукового давления предельно допустимым величинам в кабинах козловых кранов. Превышение уровней вибраций достигает 7 дБ, а уровней звукового давления до 10 дБ.

4. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВИБРАЦИЙ СТЕРЖНЕВЫХ КОНСТРУКЦИЙ НА ПРИМЕРЕ НЕСУЩИХ РАМ МОСТОВЫХ КРАНОВ И ЭЛЕМЕНТОВ КАБИН С БОЛЬШОЙ ПЛОЩАДЬЮ ОСТЕКЛЕНИЯ

Несущие рамы практически всех типов мостовых кранов представляют собой замкнутые стержневые конструкции из швеллеров, балок двутаврового сечения [149–158]. Несущие элементы кабин с большой площадью остекления [159] представляют собой также замкнутую стержневую конструкцию из уголков (рисунок 4.1).

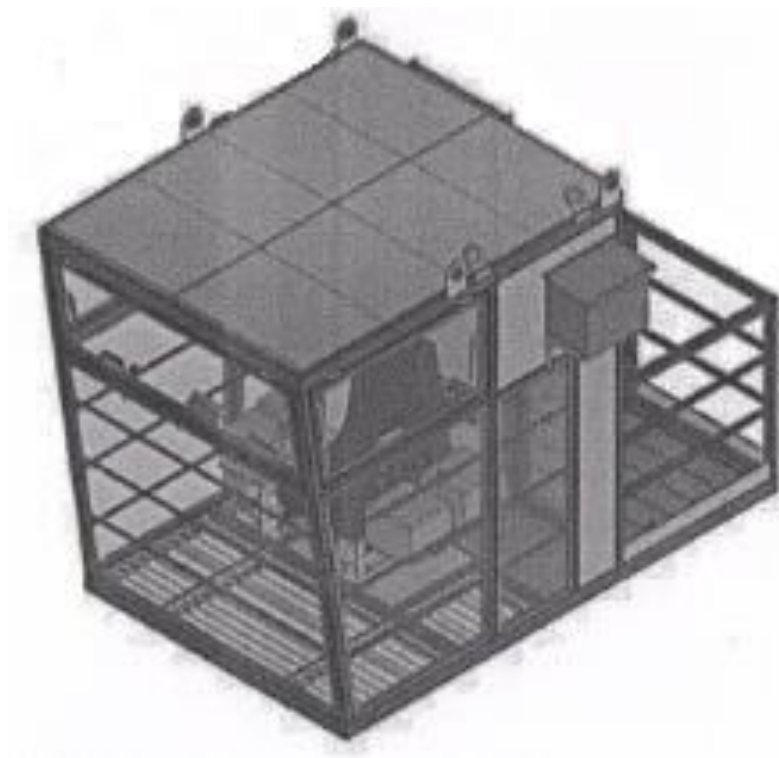


Рисунок 4.1 – Компоновка кабины

Уровни звукового давления элементов несущих рам мостовых кранов как линейных источников определяются согласно зависимостям (2.19).

Для расчета виброскоростей таких конструкций целесообразно рассмотреть распространение вибраций в замкнутой стержневой системе.

4.1. Распределение вибраций в рамах мостовых кранов, как замкнутой энергетической системы состыкованных стержневых элементов

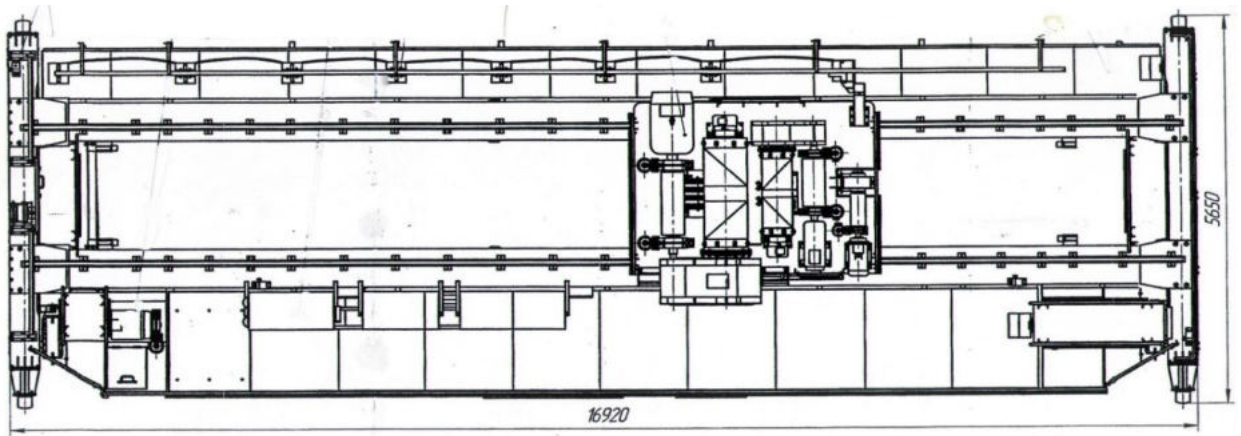


Рисунок 4.2 – Несущая рама мостового крана

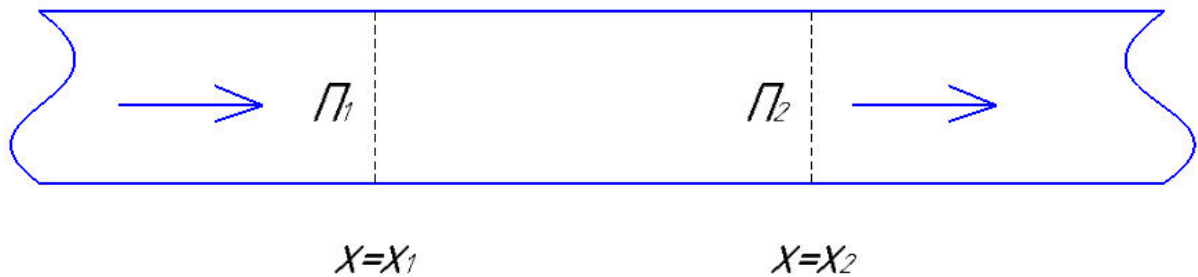


Рисунок 4.3 – Схема распределения потоков энергии

На основании закона сохранения энергии для схемы (Рисунок 4.2, 4.3):

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \Pi_1 - \Pi_2, \quad (4.1)$$

где ε – энергия элементарного объема; Π_1 и Π_2 – потоки энергии через сечение $x = x_1$ и $x = x_2$.

На границе $x = x_2$. Координаты торцов стержней в исходном состоянии, соответственно концы торцов элементов рамы, представляющих собой стержни, плотно касаются друг друга, равны – первого стержня x_1 и x_1 , второго x_1 и x_1 . Существующие характеристики первого стержня будем обозначать индексом I, второго – II.

На основании (4.1) запишем:

$$\frac{d[\mathcal{E}(x, t)]^I}{dt} = [\Pi(x_1, t)]^I - [\Pi(x_2, t)]^I;$$

$$\frac{d[\mathcal{E}(x, t)]^{II}}{dt} = [\Pi(x_2, t)]^{II} - [\Pi(x_3, t)]^{II},$$

где $x = x_1$ у первого стержня и $x = x_3$ у второго стержня свободны, а потому через них изменение потоков энергии в данной системе стержней не происходит. Отсюда следует, что возможен обмен энергией только через границу сопряжения $x = x_2$, следовательно,

$$\frac{d\{[\mathcal{E}(x, t)]^I - [\mathcal{E}(x, t)]^{II}\}}{dt} = [\Pi(x_2, t)]^I - [\Pi(x_2, t)]^{II},$$

т. е. установившийся между двумя стержнями режим возможен в двух случаях: во-первых, если потоки будут равны между собой в любой момент времени и, во-вторых, если со временем каждый из потоков устремится в пределе к нулю.

С целью изучения поведения потоков энергии между двумя стержнями воспользуемся методом Даламбера, в котором основой структурного построения является представление решения волнового уравнения в виде суммы двух функций, имеющих с учетом суперпозиции вид:

$$u(x, t) = \Phi(ct - x) + \varphi(ct + x), \quad (4.2)$$

где Φ и φ – функции, описывающие прямую и обратную волну соответственно.

Деформацию и скорость смещения сечения получим после дифференцирования уравнения (4.2) по координате и времени:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= -\Phi'(ct - x) + \varphi'(ct + x) \\ \frac{\partial u}{\partial t} &= +c[\Phi'(ct - x) + \varphi'(ct + x)] \end{aligned} \right\} \quad (4.2a)$$

На основании закона Гука для границы сопряжения стержней запишем граничное уравнение в виде:

$$\left[ES \frac{\partial u(x_2, t)}{\partial x} \right]^I = -[ku(x_2, t)]^{II}, \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial u(x_2, t)}{\partial x} + \frac{k}{ES} u(x_2, t) = 0.$$

Величина $[u(x_2, t)]^I = [u(x_2, t)]^{II}$, иначе бы стержни не находились в постоянном контакте (в рамках принятой модели условие разрывности механической связи исключается).

Подставляя соотношение (4.2а) в уравнение (4.3) и обозначив через $r = \frac{k}{ES}$, получим неоднородное дифференцированное уравнение относительно $\varphi(ct + x)$:

$$\varphi(ct + l) + r\varphi(ct + x) = -r\Phi(ct - l) + \Phi(ct - x).$$

Общее решение имеет вид:

$$\begin{aligned} \varphi(ct + x) &= \\ &= e^{-\int rd(ct-x)} \left\{ \int [-r\Phi(ct - x) \right. \\ &\left. + \Phi(ct - x)] e^{\int rd(ct-x)} d(ct - x) + C \right\}. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Если допустить, что для прямой волны скорости всех сечений одинаковы, включая границу $x = x_2$, то имеем:

$$\Phi(ct - x) = \text{const} = \left(\frac{V}{C} \right)^*$$

или

$$\frac{d\Phi(ct - x)}{d(ct - x)} = \frac{V}{C}. \quad (4.5)$$

Интегрирование этого выражения дает:

$$\Phi(ct - x) = \frac{V}{c}(ct - x) + \bar{C}.$$

Указанная здесь константа \bar{C} войдет в общую константу решения (4.4).

Подставляя выражение (4.5) в уравнение (4.4) и интегрируя по частям, находим решение уравнения:

$$\varphi(ct + x) = \frac{2V}{Cr} [1 - e^{-r(ct-l)}] - \frac{V}{c}(ct - x).$$

Делая подстановку в (4.2) и заменяя, где x_2 означает длину l стержня от $x_2 - x$, получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u(l, t)}{\partial t} &= 2Ve^{-r(ct-l)}, \\ \frac{\partial u(l, t)}{\partial x} &= \left(-\frac{2V}{c}\right) [1 - e^{-r(ct-l)}]; \quad \left(t \geq \frac{2l}{c}\right). \end{aligned} \quad (4.6)$$

На основании одного из методов решения волнового уравнения, допускающего разделение переменных по координате и по времени, представляемого как произведение их функций:

$$u(x, t) = X(x) \cdot T(t),$$

можно записать выражение для потока энергии в виде:

$$П(x, t) = ES \left(-\frac{4v^2}{c}\right) e^{-r(ct-l)} [1 - e^{-r(ct-l)}]. \quad (4.7)$$

Анализ последнего выражения показывает, что поток энергии на границе сопряжения стремится с течением времени к нулю. Вследствие чего границей совершается работа, величина которой принимает постоянное значение после некоторого отрезка времени. Таким образом, разница энергий в сопряженных стержнях стремится к постоянству. Система принимает стационарное энергетическое состояние во времени.

$$\frac{d(\mathcal{E}^I - \mathcal{E}^{II})}{dt} \rightarrow 0, \text{ откуда } \mathcal{E}^I - \mathcal{E}^{II} = \text{const} = \mathcal{E}_0.$$

В соответствии с законом сохранения энергии с другой стороны получим:

$$A = \mathcal{E}^I + \mathcal{E}^{II}.$$

Из решения последних уравнений устанавливаем, что:

$$\mathcal{E}^I = \frac{1}{2}[A + \mathcal{E}_0] \text{ и } \mathcal{E}^{II} = \frac{1}{2}[A - \mathcal{E}_0].$$

Указанные последними равенствами представления решений $(\mathcal{E}^I - \mathcal{E}^{II})$, несмотря на их трактуемую общность, позволяют сделать заключение о том, что при взаимодействии двух ограниченных стержней в каждом из них устанавливается предельное энергетическое состояние, измеряемое своим конечным числом:

$$(0 < \mathcal{E}^{I,II} < +\infty).$$

Кроме того, из анализа решения, с учетом выражения (4.7) становится ясно, что равновесное состояние между рассматриваемыми стержнями означает отсутствие результирующего потока через сопряженные поверхности, в то же время внутренние энергии имеют произвольные значения, и их сумма равна затрачиваемой работе, подведенной к стержневой системе.

Особый интерес вызывает исследование процесса распределения энергии в системе, где осуществляется постоянный поток энергии. Моделью такой системы может служить полубесконечный стержень или сопряженные между собой стержни, один из которых имеет ограниченные размеры, а другой – полубесконечный. Решение этой задачи поможет определить конечные размеры изолированной акустической системы, для которой приемлема изложенная теория.

Рассмотрим один полубесконечный стержень. Допустим, скорость изменения энергии этого стержня в виде потока описывается следующим экспоненциальным выражением:

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} \Pi(x, t) = A_0 \alpha \cdot e^{-\alpha t},$$

где A_0 – количество энергии в начальный момент; α – некоторый коэффициент, учитывающий геометрию и свойства материала стержня (податливость).

Интегрирование последнего уравнения от $t = 0$ до $t = t^*$ позволяет получить:

$$d\mathcal{E} = A_0 \alpha \cdot e^{-\alpha t} dt$$

или

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= A_0 \int_0^{t^*} \alpha \cdot e^{-\alpha t} dt = -A_0 \int_0^{t^*} e^{-\alpha t} d(-\alpha t) = A_0 \int_0^{t^*} e^{-\alpha t} d(-\alpha t) = A_0 e^{-\alpha t} \\ &= A_0 e^{-\alpha t} - A_0 e^{-\alpha t^*} = A_0 (1 - e^{-\alpha t^*}). \end{aligned}$$

Здесь константа интегрирования учтена выбором A_0 в качестве коэффициента при экспоненте. Полученное выражение описывает закон изменения энергии во времени. При $t^* \rightarrow \infty$ значение подведенной энергии будет совпадать с внутренней энергией стержня. Иначе говоря, какой бы ни была величина совершаемой над стержнем работы, с течением времени он всю ее «поглотил» без остатка.

Теперь следует выяснить, каково будет поведение в изменении этой энергии, если с полубесконечным стержнем будет сопряжен стержень для Δl , к которому подводится энергия A_0 . Во-первых, ясно, что установленное выше изменение энергии, вызванное ее обменом, будет здесь сдвинуто во времени на величину $\Delta t = \frac{2\Delta l}{c}$, являющуюся мерой запаздывания или периодом по отношению к рассмотрению отдельного полубесконечного стержня. Во-вторых, наличие запаздывания распределения энергии с необходимостью требует внести наряду с операцией интегрирования операцию суммирования, учитывающую меру задержки энергии, связанную с ее обменом при повторяющемся цикле. Эта мера задержки энергии, как нетрудно установить, будет зависеть от физических свойств материала стержня Δl и его геометрических параметров. Поэтому подводимая энергия к стержневой системе будет претерпевать свои изменения в процессе своего обмена на величину, соответствующую периоду колебаний ограниченного стержня.

Тогда при рассматриваемом законе изменения энергии на первом периоде колебаний будем иметь следующее выражение:

$$\Delta t^* = T : \Delta \mathcal{E}_1 = -A_0 \int_0^T e^{-\alpha t} d(\alpha t) = A_0(1 - e^{-\alpha T}).$$

Для второго периода колебаний выражение запишется аналогичным образом:

$$2 \cdot \Delta t^* = 2T : \Delta \mathcal{E}_2 = -A_0 \int_T^{2T} e^{-\alpha t} d(-\alpha t) = A_0(e^{-\alpha T} - e^{-2\alpha T}).$$

Для третьего периода:

$$3 \cdot \Delta t^* = 3T : \Delta \mathcal{E}_3 = -A_0 \int_{2T}^{3T} e^{-\alpha t} d(-\alpha t) = A_0(e^{-2\alpha T} - e^{-3\alpha T}).$$

и так далее, для n -го периода:

$$n \cdot \Delta t^* = nT : \Delta \mathcal{E}_n = -A_0 \int_{(n-1)T}^{nT} e^{-\alpha t} d(-\alpha t) = A_0(e^{-(n-1)\alpha T} - e^{-n\alpha T}).$$

Изменение энергии, проходящей через рассматриваемое сечение сопряжение стержней к n -му интервалу времени, определится их непосредственным сложением, т. е. для наблюдаемого времени t , $(n-1)T \ll t \ll nT$, начиная с исходного момента времени $t=0$, получаем выражение:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_n = \Delta \mathcal{E} &= \sum_{i=1}^n \Delta \mathcal{E}_i = A_0[(1 - e^{-\alpha T}) + (e^{-\alpha T} - e^{-2\alpha T}) + \\ &+ (e^{-2\alpha T} - e^{-3\alpha T}) + \dots + (e^{-(n-1)\alpha T} - e^{-n\alpha T})] = A_0[1 - e^{-n\alpha T}] = \\ &= A_0 - A_0 e^{-n\alpha T}. \end{aligned}$$

Поскольку все промежуточные слагаемые взаимно уничтожаются.

Отсюда ясно, что изменение потока энергии для достаточно больших n (или времени $t = nT$) стремится в пределе к исходной энергии A_0 .

Заметим, полученный результат остается в силе независимо от длительности задержки и связанного с поэтапным обменом энергией. Так, например, если определяющие характеристики стержня, описывающие его податливость, таковы, что во время задержки в обмене энергией составляет кратное число по отношению к предыдущему исследованию:

$$m\Delta t^* = mT = \bar{T},$$

где \bar{T} – период колебания ограниченного стержня в рассматриваемом случае; m – любое (конкретное) целое число.

Выполнение аналогичных преобразований, как нетрудно установить, приведет нас к тому же самому результату, причем m может быть этому не обязательно кратным.

Таким образом, мы показали, что в случае взаимодействия конечного стержня с полубесконечным при неразрывности их механической связи вся величина прикладываемой к конечному стержню энергии, независимо от его податливости, перейдет с течением времени в полубесконечный стержень. Этот результат имеет большое значение потому, что при рассмотрении стержневой системы, состоящей из конечного числа элементов с различной податливостью, именно соотношение податливости первого стержня к общей податливости системы будет определять протяженность системы, которую можно считать изолированной.

Особую роль при распределении энергии по элементам системы будет иметь местоположение (координаты) каждого из них. Например, элементы с большей податливостью возьмут на себя большую часть приложенной к системе энергии, поэтому, если таковые элементы находятся в первых рядах указанной гирлянды, то на другие элементы энергия практически не распространяется и, следовательно, естественная граница между такими элементами (податливым и жестким) будет границей двух отдельных изолированных систем.

4.2. Колебания стержней при установившемся режиме

При установившемся режиме распределение энергии в системе осуществляется в соответствии с потенциальной энергией каждого из элементов системы. Иными словами, потоки энергии через границы элементов в системе отсутствуют. Границы элементов в системе не совершают работы и, следовательно, могут быть определены механические колебания. Независимые слагаемые, определяющие распределение потенциальной энергии по элементам системы, могут быть приведены некоторым ортогональным преобразованием к главным (нормальным) осям. Существует ортогональный базис $\{\bar{e}_1, \bar{e}_2, \dots, \bar{e}_n\}$, в котором $U^{I,II}$ записывается в виде:

$$U^{I,II}(\bar{x}) = \frac{1}{2} \sum_{K=1}^n a_K^{I,II} x_K^2,$$

где \bar{x} – вектор размерности n , и при разложении по векторам базиса:

$$\bar{x} = x_1 \bar{e}_1 + x_2 \bar{e}_2 + \dots + x_n \bar{e}_n$$

для каждой из стержней системы.

Здесь x_1, x_2, \dots, x_n – координаты вектора x в выбранном базисе.

Так, например, при работе стержневой системы, отвечающей дифференциальному уравнению

$$\ddot{\bar{x}}^{(I,II)} = -\overline{\text{grad}} U^{I,II},$$

в выбранной системе координат последние уравнения примут вид:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1^I &= -a_1^I x_1^I; \quad \ddot{x}_2^I = -a_2^I x_2^I; \quad \dots \quad \ddot{x}_n^I = -a_n^I x_n^I, \\ \ddot{x}_1^{II} &= -a_1^{II} x_1^{II}; \quad \ddot{x}_2^{II} = -a_2^{II} x_2^{II}; \quad \dots \quad \ddot{x}_n^{II} = -a_n^{II} x_n^{II}. \end{aligned}$$

Тем самым установлено, что при продольных колебаниях система распадается на ряд отдельных инвариантных подпространств, представляющих собой самостоятельные решения с собственными значениями $a_i^{(I,II)}$, описывающие собственные колебания в каждой из них.

При этом, если каждая из форм $U^{(I, II)}(x)$, определяющих потенциальные энергии стержней, является положительно определенной, то все $a_k^{(I, II)}$ положительны. Тогда рассматриваемая точка x (вектор \bar{x}), в каждом из соответствующих инвариантных подпространств совершает n независимых колебаний по n взаимно перпендикулярным направлениям в соответствующих выбранных в них базисах: $e_1^{(I, II)}$; $e_2^{(I, II)}$; ..., $e_n^{(I, II)}$. Эти колебания называются главными или собственными, а числа $\omega_k^{(I, II)}$ – собственными частотами колебаний для каждого отдельного элемента.

Собственные частоты могут быть найдены, исходя из уравнения движения стержня, сопряженного с другим стержнем:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -ku$$

или

(4.8)

$$c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - ku = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}.$$

Решение ищем в виде произведения двух функций, из которых одна зависит только от x , а другая – только от t :

$$U(x, t) = X(x)T(t). \quad (4.8a)$$

Подстановка (4.8a) в (4.8) дает:

$$c^2 T(t) \cdot X''(x) - k \cdot X(x)T(t) = X(x) \cdot T''(t) \quad (4.8б)$$

или

$$\frac{c^2 X''(x) - k/X(x)}{X(x)} = \frac{T''(t)}{T(t)}. \quad (4.9)$$

Левая часть этого равенства не зависит от t , правая – от x , следовательно, общее значение их не зависит ни от x , ни от t , а потому сводится к постоянной, которую возьмем в виде $-c^2 \lambda^2$ (при $\lambda > 0$). Тогда уравнение (4.8б) распадается на две обыкновенных дифференциальных уравнения:

$$\begin{aligned}
 \text{а)} \quad & T''(t) + c^2\lambda^2 T(t) = 0; \\
 \text{б)} \quad & c^2 x''(x) - kX(x) + c^2\lambda^2 X(x).
 \end{aligned} \tag{4.10}$$

Решение их (общие интегралы) имеют вид:

для а):

$$T(t) = A\cos(c\lambda t) + B\sin(c\lambda t).$$

Для решения уравнения б) следует учесть граничные условия на левом и правом торцах:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \text{ и } -k^I \frac{\partial u(x_2 t)}{\partial x} = K_n^{II}(x_2, t); \\
 c^2 x''(x) + c^2\lambda^2 X(x) = -K^I x^I(x) = 0.
 \end{aligned}$$

Решение уравнения:

$$\begin{aligned}
 c^2 x''(x) + c^2\lambda^2 X(x) &= 0; \\
 x''(x) + \lambda^2 X(x) &= 0
 \end{aligned}$$

есть:

$$X(x) = C\cos\lambda x + D\sin\lambda x.$$

Тогда для условия на свободной границе $x = 0$ имеем:

$$X(x) = C\cos\lambda x + D\sin\lambda x.$$

или

$$C\cos\lambda x + D\sin\lambda x = 0 \quad C\cos\lambda 0 = 0 \quad C = 0.$$

Рассматриваем граничное условие для $x_2 = 1$, принимая при этом, что $c = 0$:

$$k_2 \sin\lambda x = -k_1 \cos\lambda x,$$

или откуда:

$$\begin{aligned}
 k_2 \sin\lambda l &= -k_1 \cos\lambda l, \\
 \operatorname{tg}\lambda l &= -\frac{K_1}{K_2} \lambda = -\frac{K_1(\lambda)}{K_2 l}.
 \end{aligned}$$

О решениях этого уравнения дает информацию график, изображенный на рисунке 4.4. Положительные корни $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ и доставляют нам собственные значения с отвечающим собственными функциями $\sin\lambda x, \sin\lambda_2 x, \dots, \sin\lambda_n x$.

Иначе говоря, для λ получается ряд значений:

$$\lambda_n = -\frac{\xi}{l}, \quad (4.11)$$

где ξ (n – целые числа) – положительные корни трансцендентного уравнения:

$$\operatorname{tg}\xi = -\frac{k_1}{k_2 l} \xi, \quad (4.12)$$

$$y = -\frac{k_1}{k_2} \lambda.$$

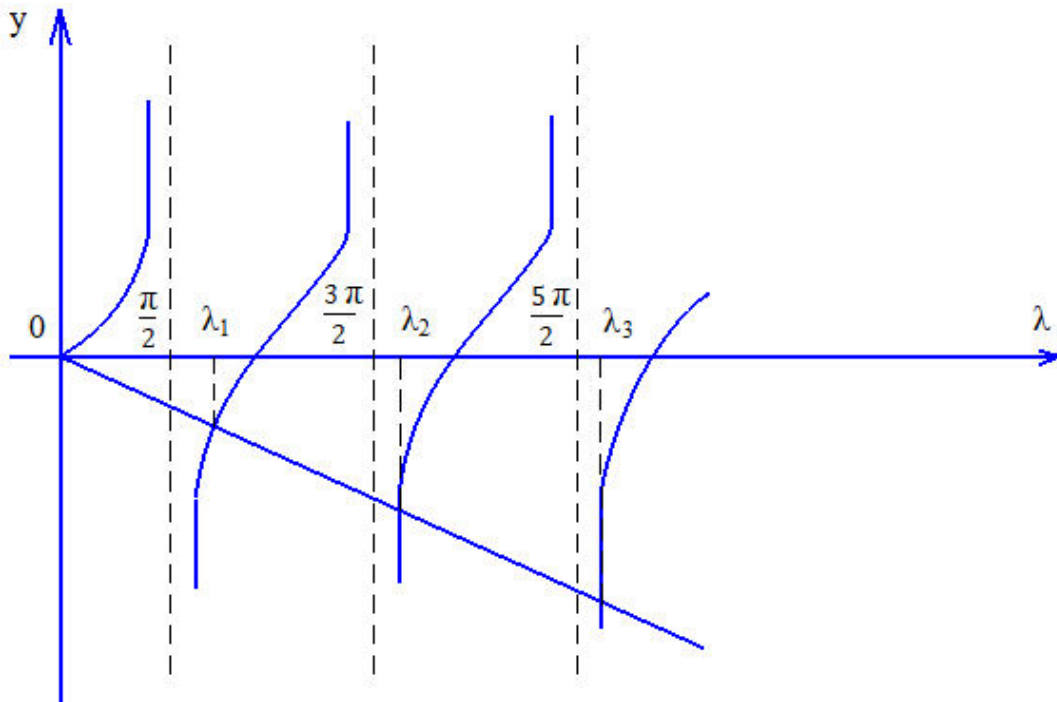


Рисунок 4.4 – Графическое определение положительных корней уравнения (4.11)

При найденных таким образом λ в соответствии с принципом суперпозиции определяем общее решение уравнения:

$$U(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} [A \cos(c\lambda t) + B \sin(c\lambda t)] \sin\lambda_n, \quad (4.13)$$

составленное из четного числа решений.

Полагая здесь $c\lambda = \omega$ ($\omega > 0$)

Получим:

$$U(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin(\omega_n t + \alpha) \sin \lambda_n x. \quad (4.14)$$

Коэффициенты этого ряда определяем из начального условия:

$$U = f(x) \quad (0 \leq x \leq l) \quad (4.15)$$

или

$$U = f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \bar{c}_n \sin \lambda_n x = \sum_{n=1}^{\infty} \bar{c}_n \sin \frac{\xi n X}{l}. \quad (4.16)$$

Последнее уравнение можно рассматривать в виде обобщенного ряда Фурье в промежутке $(0, 1)$. Пользуясь ортогональностью найденных собственных функций:

$$\sin \frac{\xi n X}{l}, \quad (4.17)$$

определяем по известным способам нормирования коэффициенты:

$$C_n = \frac{\int_0^l f(x) \frac{\xi n X}{l} dx}{\int_0^l \sin^2 \frac{\xi n X}{l} dx}. \quad (4.18)$$

При известном задании $f(x)$ эти коэффициенты однозначно находятся. Представление ряда является примером ангармонического ряда Фурье (методом стоячих волн). Члены этого ряда не имеют общего периода, как у гармонического ряда Фурье в обычных условиях. Собственные числа λ_n здесь имеют несколько более сложную природу своего образования по сравнению с условиями, когда граница не совершает работы, что имеет, как правило, место при других граничных условиях, начиная с исходного момента времени ($t = 0$).

Разумеется, все сказанное относительно стержня I в точности переносится на сопряженный с ним стержень II. При колебаниях каждого из стержней на более

высоких частотах будет иметь место отсутствие кратности по отношению к основным формам колебаний, что нетрудно видеть на рисунке 4.4, для рассматриваемого граничного условия.

Поскольку установившееся энергетическое состояние каждого из стержней описывается стоячими волнами, как это следует анализа решения, то среднее значение потока энергии за период равно нулю, что позволяет заключить, что в стоячей волне нет перераспределения между соседними пучностями по отношению к кинетической и потенциальной энергии.

Принимая далее во внимание, что при установившемся энергетическом состоянии в качестве характеристики описания синусоидальности плоской волны используется волновое число, то при известных обозначениях, с одной стороны, можно записать:

$$K = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{c \cdot T} = \frac{\omega}{c}. \quad (4.19)$$

С другой стороны, исходя из графического построения по отысканию решений, в соответствии с рисунком 4.4 устанавливаем, что корни λ_n лежат в пределах:

$$\begin{aligned} \left(n - \frac{1}{2}\right)\pi < \lambda_n < \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi, \\ (2n - 1)\frac{\pi}{2} < \lambda_n < (2n + 1)\frac{\pi}{2}. \end{aligned} \quad (4.20)$$

Тогда для собственных частот находим интервалы их изменений с учетом:

$$\lambda_n = \frac{\xi_n}{l} - \frac{\omega_n}{c}. \quad (4.21)$$

Имеем таким образом:

$$\begin{aligned} \left(n - \frac{1}{2}\right)\pi < \frac{\omega_n l}{c} < \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi, \\ \frac{(2n - 1)\frac{\pi}{2}c}{l} = \frac{(2n - 1)\frac{\pi}{2}}{l} \left(\frac{E}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}} < \omega_n < \frac{(2n + 1)\frac{\pi}{2}}{l} \left(\frac{E}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}}, \end{aligned} \quad (4.22)$$

где n – целые числа, c – скорость распространения.

Полученные в работе результаты могут быть распространены на стержневую систему (служащую, как было отмечено, моделью исследования), состоящую из конечного числа стержней, связанных между собой различными условиями сопряжения.

При этом закон распределения энергии для такой системы представляется в аналогичном виде для времени $t \gg t_{\max}^*$, где t_i^* – время, необходимое для установления равновесного состояния по каждому из стержней системы, т. е.

$$A = \sum_i^n \mathcal{E}_i. \quad (4.23)$$

Так как при волновом процессе кинетическая (T) и потенциальная (U) энергия в рассматриваемом объеме среды достигают своих экспериментальных значений одновременно, поэтому при усреднении их по времени по каждому из стержней имеем:

$$\langle \mathcal{E}_i \rangle = \langle T_i + U_i \rangle = U_i, \quad (4.24)$$

понимая при этом, что в рассматриваемом объеме каждого из стержней среднее значение полной энергии совпадает с максимальным значением потенциальной энергии.

На этом основании последнее соотношение представится в виде:

$$A = \sum_{i=1}^n U_i(x) \quad (t > t_{\max i}^*), \quad (4.25)$$

где n – число элементов, входящих в стержневую систему.

4.3. Уравнение сохранения энергии с учетом внутренних потерь в стержнях

Исследование влияния внутренних потерь на распределение энергии звуковой вибрации преследует две цели. Во-первых, требуется выяснить, как потери влияют на скорость установления стационарного процесса в системе и, во-вторых, имеет ли система при стационарном режиме общий коэффициент потерь.

Оценим влияние затухания на скорость установления равновесного состояния в системе. При рассмотрении взаимодействия конечного стержня с полубесконечным для случая, когда внутренними потерями энергии пренебрегалось, были установлены выражения, позволяющие определить циклический обмен энергией между стержнями на каждом периоде колебаний.

Взяв, таким образом, полученные выражения за основу и принимая во внимание, что для упругой волны малой амплитуды затухание происходит по экспоненциальному закону, так что, если исходное значение энергии составляло значение A_0 , то после прохождения волной расстояние энергия становится равной

$$A_0 \exp(-2\delta x), \quad (4.26)$$

где δ – постоянная затухания, является мерой внутреннего трения, тем самым имеем возможность производить оценку поглощенной энергии в существующей среде по мере волнового движения.

Указанный у степени экспоненты знак минус свидетельствует о том, что диссипация энергии приводит к уменьшению удельной энергии вдоль стержня с увеличением.

Тогда на i -м периоде колебаний значение энергии с учетом потерь определится выражением:

$$t = iT : A_i = -A_0 \int_{(i-1)T}^{iT} e^{-\alpha t} \cdot e^{-2\delta x} d(-\alpha t) = - \int_{(i-1)T}^{iT} e^{-(\alpha t + 2\delta x)} d(-\alpha t), \quad (4.27)$$

где $\alpha = \left(c - \frac{l}{t}\right)$.

Установим здесь взаимосвязь времени t с пройденным волной многоцикловым расстоянием x , где каждый цикл соответствует периоду колебаний ограниченного стержня.

Имеем: для $x = l$, где l – длина ограниченного стержня, и $t = iT$, где $i = 1, 2, 3, \dots$, т. е. конкретное число на момент наблюдения, следующие соотношения:

$$\begin{aligned}
T &= \frac{2l}{c} = \frac{2x}{c}; \quad 2x = cT, \\
\delta 2x &= \delta cT, \\
\delta 2xn &= \delta cxnT = \delta ct.
\end{aligned}
\tag{4.28}$$

Тогда общий показатель экспоненты с учетом затухания представится в виде:

$$-(\alpha t + \delta ct) = (-\alpha t) \left(1 + \frac{\delta c}{\alpha}\right), \tag{4.29}$$

что позволит находить значения энергии на текущих периодах колебаний в соответствии с интегральным выражением:

$$\begin{aligned}
t = iT : A_i &= -A_0 \int_{(i-1)T}^{iT} e^{(-\alpha t) \left(1 + \frac{\delta c}{\alpha}\right)} \cdot d(-\alpha t) = \\
&= -\frac{A_0}{\left(1 + \frac{\delta c}{\alpha}\right)} \int_{(i-1)T}^{iT} e^{(-\alpha t) \left(1 + \frac{\delta c}{\alpha}\right)} d \left((-\alpha t) \left(1 + \frac{\delta c}{\alpha}\right) \right) = \\
&= \frac{A_0}{1 + \frac{\delta c}{\alpha}} \cdot e^{(-\alpha t) \left(1 + \frac{\delta c}{\alpha}\right)} = \\
&= \frac{A_0}{\left(1 + \frac{\delta c}{\alpha}\right)} [e^{-(\alpha + \delta c)(i-1)T} - e^{-(\alpha + \delta c)iT}].
\end{aligned}
\tag{4.30}$$

Для следующего текущего цикла, аналогично рассмотренному, найдем:

$$t = (i + 1)T : A_{i+1} = \frac{A_0}{\left(1 + \frac{\delta c}{\alpha}\right)} [e^{-(\alpha + \delta c)iT} - e^{-(\alpha + \delta c)(i+1)T}]. \tag{4.31}$$

Выясним теперь, какую определенную долю имеет изменение энергии за каждый из периодов колебаний, при учете коэффициента потерь, для чего составим отношение с его оценкой:

$$\frac{A_{i+1}}{A_i} = \frac{e^{-(\alpha + \delta c)iT} [1 - e^{-(\alpha + \delta c)T}]}{e^{-(\alpha + \delta c)(i-1)T} [1 - e^{-(\alpha + \delta c)T}]} = e^{-(\alpha + \delta c)T} < 1, \tag{4.32}$$

что всегда меньше единицы при входящих параметрах, постоянных по величине λ , c , T .

Отсюда ясно, что на каждом из периодов колебаний убывание энергии происходит на одну и ту же долю в соотношении $I : e^{-(\alpha+\delta c)T}$, что, в свою очередь, обеспечивает повышение условия сходимости по параметру энергии, поскольку постоянная убывания имеет значение меньше единицы.

Установим это предельное значение энергии, для чего устремим $I = n$ к достаточно большому числу (точнее говоря до $n = \infty$), отвечающему моменту наблюдения:

$$A = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{A}{1 + \frac{\delta c}{\alpha}} [e^{-(\alpha+\delta c)nT} (e^{(\alpha+\delta c)T} - 1)], \quad (4.33)$$

где $nT = t$ (здесь n – целое число).

Так как входящее в последнее соотношение выражение:

$$\left| \frac{e^{(\alpha+\delta c)T} - 1}{1 + \frac{\delta c}{\alpha}} \right| = G < \infty \quad (4.34)$$

определяет ограниченную константу, независимую от, при трактуемых в ней параметрах, определяющих систему:

δ – постоянная затухания энергии;

$T = \frac{2l}{c}$ и определяет период колебаний ограниченного стержня с длиной, равной $2l$, взаимодействующего с полубесконечным стержнем;

c – скорость распространения без учета затухания, то значение энергии со временем монотонно убывает и сходится в пределе к нулю.

Действительно,

$$A_t = A_0 G \lim_{m \rightarrow \infty} e^{-\xi \delta t} = 0, \quad (4.35)$$

где $\xi = \frac{\alpha}{\delta} + C$ ($\delta \neq 0$).

Анализируя полученные решения на примере взаимодействия конечного стержня с полубесконечным, где, с одной стороны, предполагалось, что затухание, связанное с внутренним трением в материале, отсутствует и, с другой – где параметр этого затухания независимо от своей величины ($0 < \delta < i$) принимался расчетом, можно сделать вывод, что наличие затухания ускоряет процесс периодической передачи энергии из органического стержня в сопряженный с ним полубесконечный стержень до окончательного нулевого значения энергии в конечном стержне.

Этот результат нетрудно проследить на рассмотрении полученного выражения:

$$A_n(\delta) \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{A}{1 + \frac{\delta c}{\alpha}} [e^{-(\alpha + \delta c)nT} (e^{(\alpha + \delta c)T} - 1)], \quad (4.36)$$

если положить в нем сначала $\delta = 0$, свидетельствующее об отсутствии затухания, и в другом случае, беря $\delta = \delta_0$ ($0 < \delta_0 < 1$), из результата которого становится ясно, что наличие члена $e^{-(\lambda + \delta_0 c)nT}$ ($\delta_0 \neq 0$), учитывающего текущее затухание, ускоряет поэтапную передачу энергии.

Указанное положение можно обобщить с распространением его на стержневые системы, состоящие из конечного числа ограниченных стержней, где наличие затухания, аналогично рассмотренному, обеспечивает ускорение процесса сходимости, но уже к состоянию устойчивого (стационарного) энергетического равновесия каждого из стержней.

Одновременно необходимо подчеркнуть, что большему коэффициенту затухания ($\delta_2 > \delta_1$) будет соответствовать при этом более скоротечное (циклическое) преобразование энергии до ее предельного устойчивого состояния в каждом из компонентов стержневой системы, генерируемой посредством волнового процесса.

4.4. Коэффициент потерь системы

Присущее реальным материалам внутреннее трение обуславливает потерю энергии в текущих циклах колебаний системы. Для учета общего рассеяния энергии, приводящего к уменьшению удельной энергии за единицу времени, вводят ее оценку, учитывающую как внутренние, так и конструктивные потери энергии рассматриваемых акустических систем. За количественную характеристику этой оценки принимают постоянную величину, называемую коэффициентом потерь (η). Коэффициент потерь и рассматриваемый ранее коэффициент затухания энергии (δ) взаимосвязаны при гармоническом движении следующим образом:

$$\delta = \frac{1}{2} \omega \eta = \frac{2\pi f \eta}{2} = \pi f \eta, \quad (4.37)$$

где f – частота колебаний.

Коэффициент потерь показывает, какая доля полной энергии, присущая элементу, теряется за один полный период колебаний и находит взаимосвязь с энергетическими параметрами с помощью соотношений:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{E}}{dt} &= \pi \mathcal{E} \eta; \\ \frac{dU}{dt} &= \pi U \eta, \end{aligned} \quad (4.38)$$

где \mathcal{E} и U – соответственно полная и потенциальная энергия элемента, входящего в систему.

Для возникновения в этих условиях потока необходимо присутствие внешней силы, которая бы вывела стержень из состояния равновесия. Одно лишь изменение внутреннего энергетического состояния сопряженных стержней вследствие потерь к возникновению такой силы не приведет. Следовательно, элементы стержневой системы будут колебаться в отвечающем себе режиме при условиях наличия внутренних потерь. Время этого затухания вследствие потерь, за

которое амплитуда колебаний уменьшится в «е» раз, может быть определено из выражения:

$$t_{\text{в}} = \frac{1}{\pi f \eta}. \quad (4.39)$$

Отсюда ясно, что время затухания колебания зависит от частоты и коэффициента потерь. Это время, с одной стороны, должно быть много больше времени, необходимого для того, чтобы потоки энергии через смежную границу сопряженных стержней устремились к нулю. Вместе с тем, с другой стороны, оно должно быть больше, хотя бы на порядок, времени ($t = \frac{10L_{\text{общ}}}{c}$, где $L_{\text{общ}}$ – общая длина системы), необходимого для многократного происхождения упругой волны по всей длине системы. В противном случае рассматриваемая нами система не будет удовлетворять условиям изолированности из-за достаточно больших потерь энергии.

Далее заметим, что для каждого из стержней, входящего в систему, можно записать поэтапно (поцикловое) уменьшение энергии за счет ее внутренних потерь: где U – величина потенциальной энергии рассматриваемого элемента в системе; n – число полных циклов прохождения упругой волной на момент наблюдения.

Указанную последовательность можно использовать для оценки величины поглощенной ($U_{\text{пт}}$) (потерянной) энергии за какой-либо конечный промежуток времени, для чего составим выражение:

$$U_{\text{пт}} = U\eta + U\eta^2 + \dots + U\eta^n = U\eta \frac{(1 - \eta^n)}{1 - \eta}, \quad (4.40)$$

где правая (последняя) часть является результатом суммирования конечного отрезка ряда геометрической прогрессии со знаменателем η меньше единицы. Предельный период при устремлении дает конечную величину поперечной энергии, определяемую выражением:

$$U_{\text{пт}} = U \frac{\eta}{1 - \eta}. \quad (4.41)$$

Учитывая далее, что значение коэффициента потерь η для большинства технических материалов, как правило, значительно меньше единицы, последнее выражение запишется в виде:

$$U_{\text{пт}} = U\eta \frac{1}{1 - \eta} = U\eta(1 - \eta)^{-1} = U(\eta + \eta^2 + \eta^3 + \dots). \quad (4.42)$$

С достаточной для практики оценкой, удержим здесь лишь член разложения, в результате получим:

$$U_{\text{пт}} = U\eta. \quad (4.43)$$

Анализируя указанные соотношения, нетрудно заметить, что наибольшее количество энергии теряется за первый цикл колебаний, что также ясно из последнего равенства, являющегося результатом предельной операции, и этот факт имеет место для каждого элемента, входящего в систему. Вместе с тем из последних соотношений установлено, что суммарная энергия потерь (являющихся результатом предельного перехода) стремится к своему постоянному значению.

Общая же энергия потерь системы будет складываться из потерь входящих в нее отдельных элементов, поэтому для каждого первого текущего цикла распространения упругой волны по элементам системы (ее двойного хода) можно записать энергетическое соотношение с учетом потерь на первом основном текущем цикле, т. е.

$$A\eta = U_1\eta_1 + U_2\eta_2 + \dots + U_n\eta_n = \sum_n U_n\eta_n, \quad (4.44)$$

откуда общий коэффициент потерь системы представится соотношением:

$$\eta_{\text{общ}} = \frac{U_1\eta_1}{A} + \frac{U_2\eta_2}{A} + \dots + \frac{U_n\eta_n}{A} = \frac{\sum_n U_n\eta_n}{A}. \quad (4.45)$$

Если коэффициенты потерь, имевшие место на отдельных элементах, входящих в систему, между собой равны, то общий коэффициент всей системы будет соответствовать коэффициенту потерь любого элемента. Если же

коэффициенты потерь на элементах η_i ($i = \overline{1, n}$) не равны между собой, то коэффициент потерь системы $\eta_{\text{общ}}$ будет находиться в пределах:

$$\eta_j < \eta_{\text{общ}} < \eta_i, \quad (4.46)$$

где $\eta_j < \eta_i$.

Разумеется, все изложенное переносится на систему, у которой:

$$U_1 = U_2 = U_3 = \dots U_n. \quad (4.47)$$

Если же потенциальные энергии не равны между собой, то в этом случае коэффициент потерь системы будет находиться в зависимости от того условия, какие потери по своим значениям принадлежат соответствующей элементу энергии. Например, если имеет место уравнение:

$$\begin{aligned} U_1 > U_2 > U_3; \\ \eta_1 < \eta_2 < \eta_3, \end{aligned} \quad (4.48)$$

то общий коэффициент потерь будет по величине близок к наибольшему коэффициенту потерь.

При условии, если

$$\begin{aligned} U_1 > U_2 > U_3, \\ \text{но } \eta_1 < \eta_2 < \eta_3, \end{aligned} \quad (4.49)$$

то общий коэффициент потерь будет располагаться между границами:

$$\eta_1 < \eta_{\text{общ}} < \eta_3. \quad (4.50)$$

Однако его значение будет находиться ближе к наименьшему числу.

Резюмируя, следует отметить, что в механической системе в первую очередь целесообразно накладывать условия на изменение потерь в элементах системы, обладающих наибольшей запасенной энергией.

Вместе с тем предельная суммарная оценка значения потерь энергии в механической системе не оказывает влияния на характер распределения энергии внутри системы, и одновременно с этим, как установлено в работе, наличие потерь

ускоряет процесс наступления в системе энергетического стационарного состояния, при котором прекращается обмен энергией между ее элементами.

Влияние коэффициентов перехода на процесс распределения вибрации в изолированной системе, с целью получения более полного характера поведения системы проведены аналитические исследования распределения энергии для случая, когда система подвергается неоднократному внешнему воздействию. Решение этой задачи основывалось на использовании метода энергетических коэффициентов перехода, поскольку в этом случае представляется возможным более просто установить количественные оценки.

4.5. Распределение энергии в системе стержней

Начнем с рассмотрения продольного взаимодействия двух одинаковых стержней, расчетная схема которого была положена в основу изучения распределения энергии между стержнями.

На рисунке 4.5 показана схема перехода W_0 в стержневой системе.

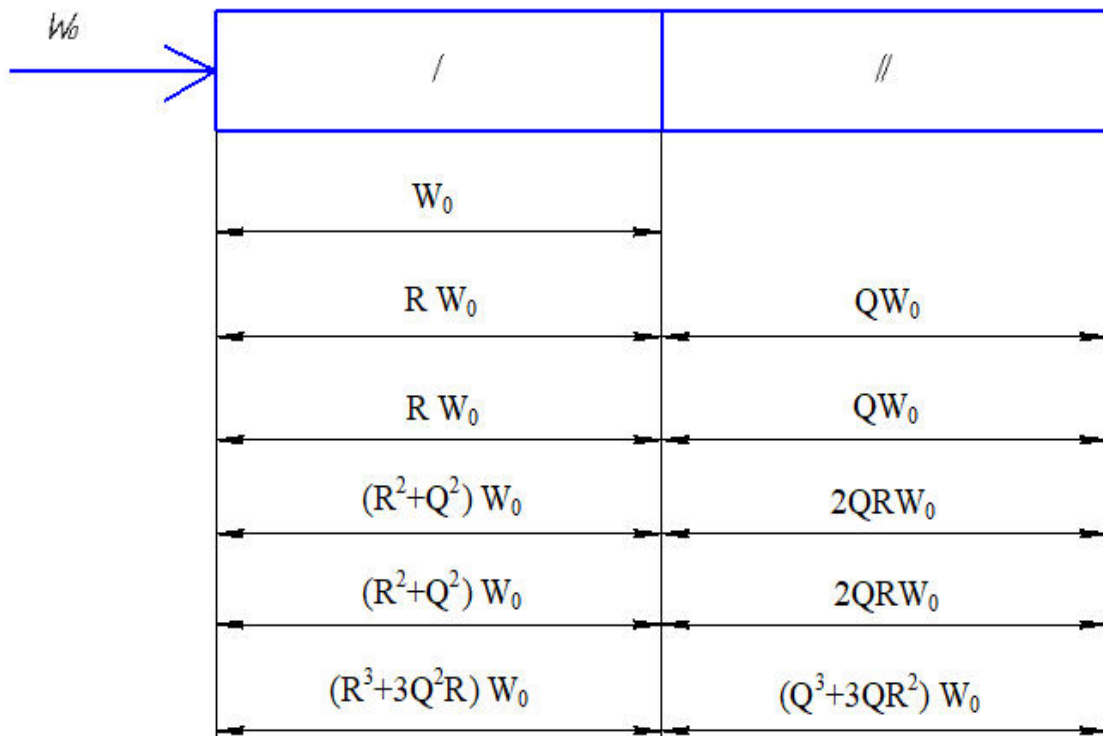


Рисунок 4.5 – Распределение энергии в двухстержневой системе
(число циклов перехода энергии)

Как видно из схемы, при каждом нечетном этапе прохождения волны через границу объединение коэффициентов перехода может быть представлено биномом Ньютона. Если рассмотреть соответствующие биномы Ньютона для выражения $(R \pm Q)$ при произвольном значении n :

$$\begin{aligned}(R + Q)^n &= \sum_k^n C_n^k R^{n-k} Q^k, \\ (R - Q)^n &= \sum_k^n (-1)^k C_n^k R^{n-k} Q^k,\end{aligned}\tag{4.51}$$

то можно заметить, что операции сложения и вычитания их левых и правых частей с последующим делением обеих частей на 2 приводят к выражению:

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}[(R + Q)^n + (R - Q)^n] &= C_n^0 R^n + C_n^2 Q^2 R^{n-2} + \dots + C_n^n Q^n, \\ \frac{1}{2}[(R + Q)^n - (R - Q)^n] &= C_n^1 R^{n-1} + C_n^3 Q^3 R^{n-3} + \dots + C_n^n Q^{n-1} R.\end{aligned}\tag{4.52}$$

Правые части последних равенств являются выражениями коэффициентов перехода энергии по каждому из стержней для текущего значения n . Левые части с учетом (4.52) можно представить в виде:

$$\begin{aligned}\varphi_n^I &= \frac{1}{2}[1 + (R - Q)^n], \\ \varphi_n^{II} &= \frac{1}{2}[1 - (R - Q)^n].\end{aligned}\tag{4.53}$$

Равенства являются эквивалентными коэффициентами распределения энергии для каждого из взаимодействующих стержней, а потому могут являться предметом исследования обмена энергии. Для каждого из стержней имеется своя последовательность распределения энергии:

– для 1-го стержня:

$$\{\varphi_n^I\} = \varphi_1^I, \varphi_2^I, \dots, \varphi_n^I\tag{4.54}$$

где $\varphi_n^I = \frac{1}{2}[1 + |(R - Q)|^n]$;

– для 2-го стержня:

$$\{\varphi_n^{II}\} = \varphi_1^{II}, \varphi_2^{II}, \dots, \varphi_n^{II}. \quad (4.55)$$

где $\varphi_n^{II} = \frac{1}{2}[1 - |((R - Q))|^n]$.

С возрастанием n последовательность (φ_n^I) монотонно убывает, оставаясь ограниченной снизу, а последовательность (φ_n^{II}) монотонно возрастает, оставаясь ограниченной сверху. Откуда следует выполнение достаточного признака сходимости у каждой из последовательностей при $n \rightarrow \infty$, т. е. имеем наличие факта существования у них предела.

Каждая из последовательностей играет роль некоторых коэффициентов от исходной энергии W_0 , которые изменяются вместе с n , поэтому можно записать:

$$\begin{aligned} W_n^I &= \{\varphi_n^I\}W_0 = \frac{W_0}{2} \left\{ 1 + |((R - Q))|^n \right\}, \\ W_n^{II} &= \{\varphi_n^{II}\}W_0 = \frac{W_0}{2} \left\{ 1 - |((R - Q))|^n \right\}. \end{aligned} \quad (4.56)$$

Выражение $(R - Q)^n$ и при $n \rightarrow \infty$ является бесконечно малой величиной, поскольку $|R - Q| < 1$, и поэтому каждая из последовательностей стремится к одному и тому же пределу $\frac{W_0}{2}$. Анализируя представленные выражения, можно сделать вывод, что величины коэффициентов перехода R и Q не оказывают существенного влияния на процесс выравнивания энергией взаимодействующих стержней. При стремлении $n \rightarrow \infty$ значения коэффициентов перехода вообще исчезают. Учитывая, $n = \tau/T$, где τ – текущее время взаимодействия стержней. $T = \frac{2l}{c}$ – период, за который импульс пробегает расстояние, равное удвоенной длине стержня ($2l$) со скоростью распределения волн (c). Получим, что даже небольшого отрезка времени достаточно для выравнивания энергий в контактирующих стержнях. Рассмотрим два стержня с отношением длин 1:2. В этом случае выполним необходимые преобразования аналогично рассмотренному алгоритму, начиная с четвертого цикла взаимодействия (рисунок 4.6).

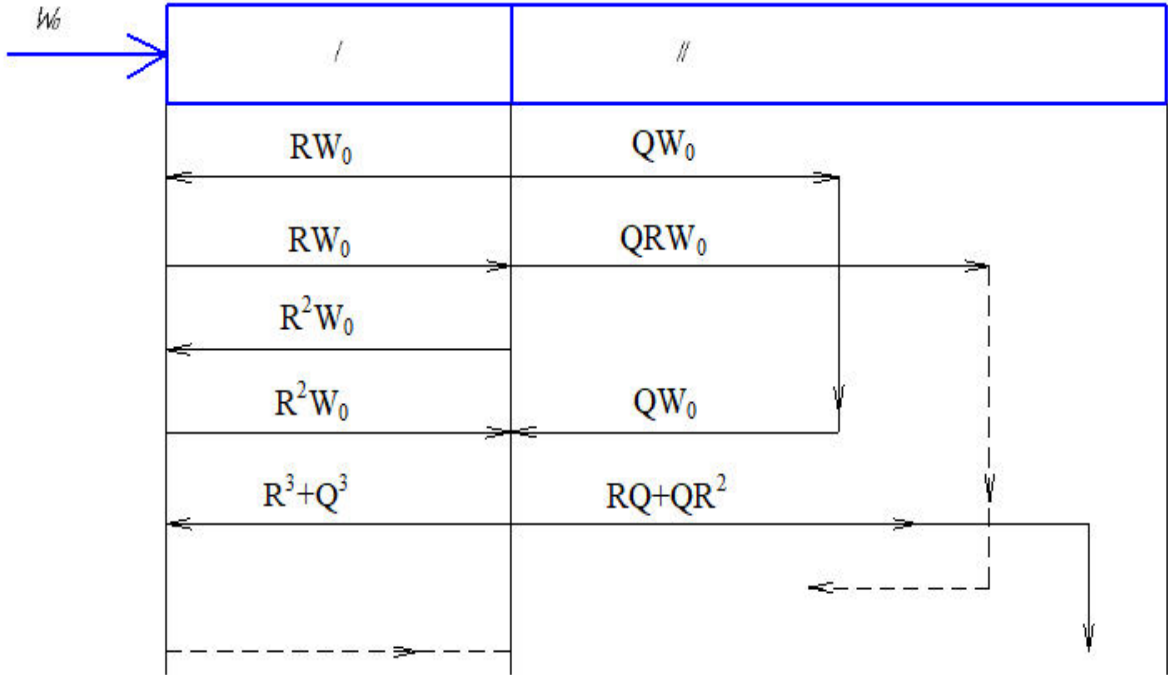


Рисунок 4.6 – Схема распространения волновой энергии в системе с отношением стержней 1:2

$$\text{Стержень I: } R^3 + Q^3 = R^2 + Q^2 - R^2 + R^3 = (R^2 + Q^2)QR^2. \quad (4.57)$$

$$\text{Стержень II: } RQ + QR^2 = 2QR - QR + QR^2 = 2QR - Q^2R.$$

Можно записать:

$$\begin{aligned} R^3 + Q^2 &= \frac{1}{2}[1 + (R - Q)^2] - \alpha_2, \\ RQ + QR^2 &= \frac{1}{2}[1 - (R - Q)^2] + \beta_2, \end{aligned} \quad (4.58)$$

где α_2 и β_2 означают поправочные коэффициенты биномов Ньютона, при $n = 2$ соответственно равные QR^2 и Q^2R (для $n > 2$ значения α_n и β_n будут другие).

Продолжая этот процесс на этапе обмена энергии с номером n аналогично рассмотренному, получим выражения:

– стержень I:

$$\frac{1}{2}[(R + Q)^n + |(R - Q)|^n]\alpha_n = [R^n + C_n^2 Q^2 R^{n-2} + \dots + Q^n] - \alpha_n; \quad (4.59)$$

– стержень II:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}[(R+Q)^n - |(R-Q)|^n]\beta_n = \\ & = [C_n^1 QR^{n-1} + C_n^3 Q^2 R^{n-3} + \dots + -(-1)^{n-1} C_n^{n-1} Q^{n-1} R] \\ & - \beta_n. \end{aligned} \quad (4.60)$$

В предельном значении энергия стержня I уже не стремится к величине 1/2 (как это было показано для случая равных стержней), а становится меньше этой величины, т. е. имеет значение $(\frac{1}{2} - \xi)$, где ξ – некоторое предельное число ($\xi > 0$), подлежащее определению. Рассматривая распределение энергии, несомой волной по текущим циклам своего прохождения вдоль стержня I, имеем:

$$W_n^I = \frac{1}{2}[1 + |(R-Q)|^n] - \alpha_n, \quad (4.61)$$

где W_n^I – значение энергии для стержня на цикле рассмотрения $n = 1, 2, 3, \dots$

$$\lambda_2 > \lambda_3 > \lambda_4 > \lambda_n$$

Для достаточно больших степеней бинома значения энергии монотонно убывают, оставаясь ограниченными снизу, что является свидетельством выполнения достаточного признака существования предела по энергии для стержня I, причем этот предел имеет значение меньше 1/2, т. к.

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2}[1 + |(R-Q)|^n] - \alpha_n &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2}[1 + |(R-Q)|^n] - \lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n = \frac{1}{2} - \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n &= \frac{1}{2} - \xi, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|(R-Q)|^n}{2} = 0. \end{aligned} \quad (4.62)$$

Покажем, что:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n = \xi = \frac{1}{6}. \quad (4.63)$$

Пусть изменение энергии с возрастанием для стержня I списывается последовательностью $\{x_n\}$, а для стержня II – последовательностью $\{y_n\}$. Тогда соответствующие формулы для общего члена каждой из последовательностей с

учетом условия $|Q| + |R| = I$ и эквивалентного преобразования, заключающегося в прибавлении и вычитании к последним по $1/3$, представляется в виде:

$$\begin{aligned} \{x_n\} &= \left\{ \frac{1}{3} + \left[\frac{1}{6} + \frac{|(R-Q)|^n}{2} - \alpha_n \right] \right\}, \\ \{y_n\} &= \left\{ \frac{1}{3} + \left[\frac{1}{6} - \frac{|(R-Q)|^n}{2} - \beta_n \right] \right\}. \end{aligned} \quad (4.64)$$

$$\begin{aligned} \{x_n\} &= \left\{ \frac{1}{3} + \left[\frac{1}{6} + \frac{|(R-Q)|^n}{2} - \alpha_n \right] \right\}, \\ \{y_n\} &= \left\{ \frac{1}{3} + \left[\frac{1}{6} - \frac{|(R-Q)|^n}{2} - \beta_n \right] \right\}. \end{aligned} \quad (4.65)$$

В отличие от случая двух равных стержней, где выполнение принципа замкнутости энергии обеспечивалось одновременно для любого текущего цикла рассмотрения n , здесь это условие выполняется с запаздыванием прохождения волны вдоль удлиненного стержня с кратностью 2 на величину, отвечающую разнице циклов $(n-2)$, что дает основание записать равенство:

$$x_n + y_n + z_{n-2} = 1. \quad (4.66)$$

Или, переписав его в соответствии со своими аналитическими выражениями, получим:

$$\alpha_n + \beta_n + \beta_{n-2} = \frac{1}{2} - \frac{|(R-Q)|^{n-2}}{2}. \quad (4.67)$$

При стремлении $n \rightarrow \infty$ правая часть последнего равенства будет стремиться к константе $1/2$, а это означает возможность каждую из переменных записать в виде:

$$\alpha_n = \beta_n = \beta_{n-2} = \frac{1}{6} - \frac{|(R-Q)|^{n-2}}{2}. \quad (4.68)$$

Подставляя выражение для α_n из (4.68) в соотношение (4.65), получим:

$$x_n = \frac{1}{3} + \left[\frac{|(R-Q)|^n}{2} + \frac{|(R-Q)|^{n-2}}{2} \right]. \quad (4.69)$$

Откуда, устремляя $n \rightarrow \infty$, с учетом исходной энергии W_0 , найдем $W'_n = W_0/3$, т.к. выражение в квадратных скобках представляет собой бесконечно малую величину при $n \rightarrow \infty$. Остальная часть энергии придется на второй стержень.

Рассмотренная схема относительно обмена энергией для случая двух неодинаковых стержней может быть применена на случай прохождения вибрационной энергии в системе, состоящей из трех равных взаимодействующих между собой стержней.

Представленная на рисунке 4.7 схема взаимодействия стержней наглядно демонстрирует поэтапное прохождение волны вдоль стержневой системы.

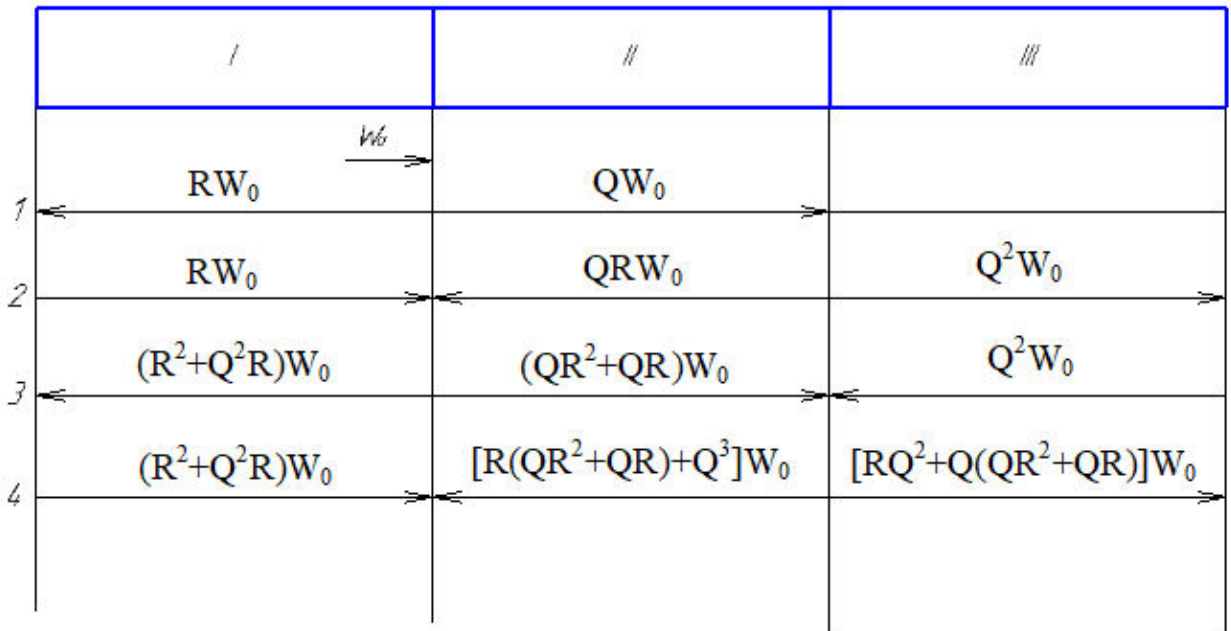


Рисунок 4.7 – Трехстержневая замкнутая стержневая система

Для каждого из стержней аналитические выражения энергии дают следующие выражения:

Для третьего цикла рассмотрения:

– стержень I:

$$R^2 + Q^2R - Q^3 = \frac{1}{2}[(R + Q)^2 + (R - Q)^2] - Q^3; \quad (4.70)$$

– стержень II:

$$QR^2 + QR = \frac{1}{2}[(R + Q)^2 + (R - Q)^2] - Q^2R; \quad (4.71)$$

– стержень III: Q^2 – обмена стержня III со стержнем II еще нет.

Применение замкнутости требует равенства сумма коэффициентов единицы (закон сохранения энергии).

Действительно,

$$\begin{aligned} (R^2 + Q^2R - Q^3) + (QR^2 + QR) + Q^2 &= \frac{1}{2}[(R + Q)^2 + (R - Q)^2] - \\ &- Q^3 + \frac{1}{2}[(R + Q)^2 - (R - Q)^2] - Q^2R + Q^2 = \\ &= (R + Q)^2 - Q^2(R + Q) + Q^2 = 1. \end{aligned} \quad (4.72)$$

Для четвертого цикла:

$$\begin{aligned} - \text{стержень} &: \frac{1}{2}[(R + Q)^2 + (R - Q)^2] - Q^3; \\ - \text{стержень} &: \frac{1}{2}[(R + Q)^3 - (R - Q)^3] - (Q^2R^2 + QR^2); \\ - \text{стержень} &: \frac{1}{2}[(R + Q)^3 - (R - Q)^3] - (R^3 + RQ^2). \end{aligned} \quad (4.73)$$

И для пятого:

$$\begin{aligned} - \text{стержень} &: \frac{1}{2}[(R + Q)^4 + (R - Q)^4] - [3Q^2R^2 - R^2Q + Q(Q^2R^2 + \\ &QR^2)]; \\ - \text{стержень} &: \frac{1}{2}[(R + Q)^4 - (R - Q)^4] - [3Q^3R - RQ^2 + R(Q^2R^2 + QR^2)]; \\ - \text{стержень} &: \frac{1}{2}[(R + Q)^3 + (R - Q)^3] - [R^3 + RQ^3]. \end{aligned} \quad (4.74)$$

Для схемы, изображенной на рисунке 4.7, добавочные члены стремятся к $1/6$ независимо от величины коэффициентов Q и R .

Пусть перераспределение энергии с возрастанием циклов взаимодействия описывается для каждого из стержней последовательностями:

$$\{x_n\}, \{y_n\}, \{z_n\}. \quad (4.75)$$

С учетом $Q + R = I$ и преобразований, заключающихся в прибавлении и вычитании $1/3$ каждому из выражений для текущего значения энергии любого стержня, получим:

$$\begin{aligned} \{x_n\} &= \left\{ \frac{1}{3} + \left[\frac{1}{6} + \frac{(R - Q)^n}{2} - \alpha_n \right] \right\}, \\ \{y_n\} &= \left\{ \frac{1}{3} + \left[\frac{1}{6} - \frac{(R - Q)^n}{2} - \beta_n \right] \right\}, \\ \{z_n\} &= \left\{ \frac{1}{3} + \left[\frac{1}{6} + \frac{(R - Q)^{n-1}}{2} - \gamma_n \right] \right\}. \end{aligned} \quad (4.76)$$

Условие замкнутости энергии на любом цикле прохождения ее по системе позволяет записать следующую систему равенств:

$$x_2 + y_2 + z_2 = x_3 + y_3 + z_3 = \dots = x_n + y_n + z_n = 1. \quad (4.77)$$

Здесь принцип замкнутости энергии выполняется одновременно для любого текущего цикла n в отличие от рассмотрения стержней различной длины.

Подставляя сюда соответствующие им выражения для цикла с номером, получим:

$$\alpha_n + \beta_n + \gamma_n = \frac{1}{2} + \frac{(R - Q)^{n-1}}{2}. \quad (4.78)$$

Для достаточно больших значений правая часть равенства стремится к постоянному значению $1/2$, что дает основание записать последовательности:

$$\{\alpha_n\}, \{\beta_n\}, \{\gamma_n\} \quad (4.79)$$

исходя из равенства:

$$\alpha_n + \beta_n + \gamma_n = \frac{1}{2} + \frac{(R - Q)^{n-1}}{2} = A \quad (4.80)$$

в виде:

$$\alpha_n = \frac{A}{3} + P_1, \quad \beta_n = \frac{A_3}{3} + P_2, \quad \gamma_n = \frac{A}{3} + P_3. \quad (4.81)$$

где $P_1 = P_1(n)$, $P_2 = P_2(n)$, $P_3 = P_3(n)$, причем каждая из P_i стремится к нулю вместе с возрастанием n .

Таким образом, у последовательностей:

$$\{x_n\}, \{y_n\}, \{z_n\} \quad (4.82)$$

поправочные члены могут быть представлены в виде:

$$\alpha_n = \beta_n = \gamma_n = \frac{1}{6} + \frac{(R-Q)^{n-1}}{6}. \quad (4.83)$$

и при достаточно больших n каждая из них стремится к общему пределу $1/6$.

В силу выполнения достаточного признака сходимости (ограниченность и монотонность) каждая из последовательностей стремится к одному и тому же пределу $W_0/3$.

Действительно,

$$\begin{aligned} x_m = \lim_{m \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{3} + \left[\frac{1}{6} + \frac{(R-Q)^m}{2} - \alpha_m \right] \right\} W_0 &= \lim_{m \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{3} + \left[\frac{1}{6} + \frac{(R-Q)^m}{2} - \right. \right. \\ \left. \left. \left(\frac{1}{6} + \frac{(R-Q)^{m-1}}{6} \right) \right] \right\} W_0 &= \lim_{m \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{3} + \frac{(R-Q)^m}{2} - \frac{(R-Q)^{m-1}}{6} \right\} W_0 = \frac{W_0}{3}. \end{aligned} \quad (4.84)$$

Аналогичные преобразования для остальных последовательностей позволяют получить выражения с предельной оценкой:

$$\begin{aligned} y_m = \lim_{m \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{3} + \left[\frac{1}{6} - \frac{(R-Q)^m}{2} - \frac{1}{3} - \frac{(R-Q)^{m-1}}{6} \right] \right\} W_0 &= \lim_{m \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{3} - \frac{(R-Q)^m}{2} - \right. \\ \left. - \frac{(R-Q)^{m-1}}{6} \right\} W_0 &= \frac{W_0}{3}. \\ z_m = \lim_{m \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{3} + \left[\frac{1}{6} + \frac{(R-Q)^{m-1}}{2} - \frac{1}{6} - \frac{(R-Q)^{m-1}}{6} \right] \right\} W_0 &= \lim_{m \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{3} + \right. \\ \left. + \frac{(R-Q)^{m-1}}{3} \right\} W_0 &= \frac{W_0}{3}. \end{aligned} \quad (4.85)$$

Откуда ясно, что уравнение вибрационной энергии между стержнями, причем снова можно отметить, что предварительные сведения о непосредственных значениях энергетических коэффициентов Q и R , как это следует из анализа представленных соотношений, являются несущественными.

Распространение схемы исследования для стержней с возрастающей кратностью при соотношении длин 1:3, где, как и было предложено, сохранился принцип линейности распределения энергии в соответствии с энергоемкостью каждого из стержней.

Распределение энергии составило значение: стержень I – $W_0/4$, стержень II – $3W_0/4$.

Это подтверждение нашло отражение и в рассмотрении предельного случая – взаимодействия ограниченного стержня I со стержнем полубесконечным.

Получено, что энергия из стержня I полностью переходит в полубесконечный стержень.

Анализируя результаты, нетрудно проследить, что выражения, описывающие характер распределения энергии в стержневой системе, полученные на основе метода энергетических коэффициентов перехода и метода потока энергии, совпадают. Если в первом случае роль потока играют коэффициенты перехода $(Q - R)^n$, то во втором – произведение напряжения на скорости: $C^2 \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{\partial u}{\partial t}$.

И там, и там поток со временем исчезает, совершив работу по изменению внутренней энергии стержней. Поскольку оба метода дают одинаковые результаты, можно утверждать о достоверности полученных результатов.

4.6. К расчету коэффициента потерь системы

Известно, что коэффициент потерь, величина обратная характеристике добротности системы, соответствует тангенсу угла сдвига фаз (φ). Для большинства используемых в технике материалов тангенс угла можно заменить величиной суммарного угла в силу малости его значений, так что:

$$\eta = \operatorname{tg}\varphi \approx \varphi. \quad (4.86)$$

Поскольку потери вызываются внутренним трением в элементах податливости, из которых изготовлен материал, то это дает основание считать их взаимозависимыми, вместе с тем жесткость (величина обратная податливости) пропорциональна модулю упругости, а потому упругие и диссипативные свойства

элемента податливости можно охарактеризовать комплексным методом упругости, что позволяет записать равенство:

$$E^* = \bar{E} = E_0 + iE'_0 \approx E_0(1 + i\eta). \quad (4.87)$$

Это равенство в силу разложения верно с точностью до величины порядка η^2 , а т. к. $\eta \ll 1$, то величины E_0 и $|\bar{E}| = E_0\sqrt{1 + \eta^2} = E$, следует считать равными между собой, поэтому для учета действительной части можно опускать индекс ноль у E .

В соответствии с этим комплексным методом модуль упругости запишем в виде:

$$E^* = E(\alpha + i\beta) = E \left(\frac{1 + itg\varphi}{1 - itg\varphi} \right), \quad (4.88)$$

где φ – угол сдвига фаз при учете потерь.

Умножая числитель и знаменатель на сопряженное знаменателю выражение $(1 + itg\varphi)$, последовательно получаем:

$$E(\alpha + i\beta) = E \left(\frac{1 + itg\varphi}{1 - itg\varphi} \cdot \frac{1 + itg\varphi}{1 + itg\varphi} \right) = E \frac{(1 + itg\varphi)^2}{1 + tg^2\varphi} = E \left(\frac{1 - tg^2\varphi}{1 + tg^2\varphi} + i \frac{2tg\varphi}{1 + tg^2\varphi} \right). \quad (4.89)$$

Тогда для равенства комплексных величин должны иметь:

$$\begin{aligned} (*) \alpha &= \frac{1 - tg^2\varphi}{1 + tg^2\varphi} = \cos 2\varphi; \\ \beta &= \frac{2tg\varphi}{1 + tg^2\varphi} = \sin 2\varphi; \\ tg 2\varphi &= \frac{2tg\varphi}{1 - tg^2\varphi} = \frac{\beta}{\alpha}; \\ 2\varphi &= \arctg \frac{\beta}{\alpha}. \end{aligned} \quad (4.90)$$

Принимая во внимание, что тангенс угла сдвига фаз соответствует коэффициенту потерь, можем записать:

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1 - \varphi^2}{1 + \varphi^2}, \\ \beta &= \frac{2\varphi}{1 + \varphi^2} \end{aligned} \quad (4.91)$$

и $24 = \operatorname{arctg} \eta = \eta$, откуда $\varphi = \eta/2$.

Отсюда получаем, что φ – коэффициент внутреннего трения за полупериод, соответствует половине коэффициента потерь за цикл.

Между α и β выполняются условия: модуль $|E^*| = 1$; аргумент $E^*(\operatorname{arctg} E^* = 24)$.

Преобразования дают:

$$|E^*| = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} = 1, \quad \operatorname{arctg} E = \operatorname{arctg} \frac{\beta}{\alpha} = 24 = \eta. \quad (4.92)$$

Предельный случай, в соответствии с равенством (*), имеем, когда $\operatorname{tg} \varphi = 1$ или $\varphi = \frac{\pi}{4}$, при котором α и β получают значения $\alpha = 0$, $\beta = 1$, соответствующие идеально пластическому телу. Этот результат находит подтверждение в приведенных в данной работе исследованиях, связанных с распределением энергии при наличии затухания и без него, где имело место равенство: $\eta = \operatorname{arctg}$, на примере рассмотрения взаимодействия двух одинаковых стержней. Это условие при графическом представлении отвечало бессекторной прямой на фазовой плоскости. Взяв за основу равенство $\alpha + \beta = 1$, а также принимая во внимание, что по аналогии с комплексным модулем упругости с коэффициентом потерь связана комплексная скорость распространения c^* следующим соотношением $c^* = c(1 - i\eta/2)$, это дает основание взять в рассмотрение закон сохранения энергии в виде второго равенства:

$$\bar{Q} + \bar{R} = 1 \quad (\bar{Q}, \bar{R} > 0), \quad (4.93)$$

где \bar{Q} и \bar{R} – энергетические коэффициенты перехода.

Исходя из этих двух равенств, единице, и, положив дополнительно, что $\bar{Q} = a^2$; $\bar{R} = b^2$, покажем, что при этих связанных между собой параметрах, выражение

$$f(Q, R, \eta) = |Q\alpha - R\beta| \quad (4.94)$$

не превосходит единицы, т. е. $|Q\alpha - R\beta| \leq 1$, учитывающего потери.

Действительно, перемножив почленно указанные равенства, получим:

$$a^2\alpha^2 - a^2\beta^2 + b^2\alpha^2 + b^2\beta^2 = 1, \quad (4.95)$$

или

$$a^2\alpha^2 - a^2\beta^2 + b^2\alpha^2 + b^2\beta^2 + 2ab\alpha\beta = 1. \quad (4.96)$$

Откуда $(a\alpha - b\beta)^2 + (b\alpha + a\beta)^2 = 1$.

Так как $(b\alpha - a\beta)^2 \geq 0$, то имеем $(a\alpha - b\beta)^2 \leq 1$, отсюда заключаем, что

$$\left| \sqrt{\bar{Q}} \cdot \alpha - \sqrt{\bar{R}} \cdot \beta \right| \leq 1, \quad (4.97)$$

считая при этом $\sqrt{\bar{Q}} = Q$ и $\sqrt{\bar{R}} = R$.

Полученное последнее равенство устанавливает взаимосвязь коэффициентов перехода Q и R с коэффициентом потерь η .

Из него следует, что коэффициент потерь с точки зрения оценки поглощения энергии ускоряет процесс установления системой стационарного энергетического состояния. Действительно, как было показано ранее, выражение:

$$W_0|Q - R|^n = f(n) \quad (4.98)$$

представляет собой скорость изменения энергии потока для каждого элемента системы в зависимости от $n = \tau/T$ (числа циклов на момент наблюдения) в тех случаях, когда потерями энергии пренебрегали.

В случае учета потерь для рассматриваемых значений Q и R аналогом последнему выражению является выражение $W_0|Q\alpha - R\beta|^n$, соответствующее потоку с учетом потерь для текущих значений n , которое с течением n может только уменьшаться. Покажем это, используя неравенство:

$$f(Q, R, \eta) = |Q\alpha - R\beta| \leq |Q - R|. \quad (4.99)$$

Оценим значения α и β , в связи с чем представим их следующим образом, учитывая, что $\eta \ll 1$:

$$\alpha = \frac{1 - \eta^2}{1 + \eta^2} = \frac{1 + \eta^2 - 2\eta^2}{1 + \eta^2} = 1 - \frac{2\eta^2}{1 + \eta^2} = \quad (4.100)$$

$$= 1 - 2\eta^2(1 + \eta^2)^{-1} \approx 1 - 2\eta^2.$$

Здесь в разложении выражения $\frac{1}{1+\eta^2} = (1 + \eta^2)^{-1}$ учтены, в силу малости значения η , два первых члена.

$$\beta = \frac{2\eta}{1 + \eta^2} = \frac{2}{\eta + \frac{1}{\eta}}. \quad (4.101)$$

Откуда имеем $\beta < 1$ т. к. $\eta + \frac{1}{\eta} > 2$ ($\eta \neq 1$).

Таким образом, мы установили, что α и β при любых значениях коэффициента потерь $\eta < 1$ находятся в промежутке:

$$0 < \alpha < 1$$

и

$$0 < \beta < 1,$$

а потому отсюда заключаем, что $|Q\alpha - R\beta| \leq |Q - R|$, откуда

$$W_0|Q\alpha - R\beta|^n \leq W_0|Q - R|^n.$$

Физически последнее неравенство означает, что для всех возможных случаев взаимодействия стержней, входящих в стержневые системы, состояние стационарного энергетического равновесия для системы при учете внутренних потерь энергии будет наступать раньше, чем без учета последних, как это следует на основании анализа рассмотренных в работе задач, связанных с энергетическим образом.

В исследовании было также показано, что в результате совершенной работы над системой, состоящей из стержневых элементов, каждый из них приобретал определенное количество энергии за требуемое для этого время.

При дальнейшем увеличении времени, как показывают результаты исследований, элементы прекращают обмен энергией, что соответствует наступлению момента устойчивых колебаний системы, отвечающих собственным формам. При этих условиях колебаний с учетом коэффициента потерь каждый

стержень будет терять определенное количество энергии, как показывает выражение:

$$W_0|Q\alpha - R\beta|^n = f(Q, R, \eta). \quad (4.102)$$

Количественная разность энергии, сопряженных между собой стержней, обладающих запасенной энергией, будет меняться. Однако, согласно анализу результатов задач, в которых вместо выражения потока $W_0|Q - R|^n$ следует понимать теперь выражение, учитывающее потери, $- W_0|Q\alpha - R\beta|^n$, это не приведет к образованию (или возникновению) потока через границу сопряженных стержней, так как торцевые сечения у каждого из стержней (в зоне сопряжения) являются естественными узлами колебаний, в которых скорость смещения в точках этих сечений равна нулю.

4.7. Методология инженерного расчета вибраций стержневых систем на примере кабин мостовых кранов с большой площадью остекления и несущих рам

Фактически расчет как рам мостовых кранов, так и несущих конструкций кабин с большой площадью остекления выполняется с единых позиций с учетом (как показали вышеуказанные данные) диссипативной функции, задаваемой коэффициентом потерь колебательной энергии в установившемся режиме распространения вибраций.

Швеллера, уголки балки двутаврового профиля выполняются из стали, то система уравнений энергетического баланса в общем виде определяется соотношением:

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{k^*} \sum_1^{k_1} \left(8 \cdot 10^3 \cdot \eta_i \cdot S_i \cdot \left(\frac{Y_i}{F_i} \right)^{0,5} + \alpha_{ij} l_{ij} \right) \frac{k}{l_i} V_i^2 = \\ & = \sum_{k=1}^{k^*} \sum_1^{k_1} \frac{k}{l_j} \alpha_{ji} l_{ij} V_i^2 + \sum_1^{k_2} 7,7 \cdot 10^{-9} W_i l_i^* (Y_i F_i)^{-0,5} (1 - k_{0i}), \end{aligned} \quad (4.103)$$

где k^* – количество собственных частот колебаний элементов рамы, попадающих в нормируемый диапазон звуковых частот; W^* – вибрационная мощность соответствующего внешнего источника, Вт, (для рам мостовых кранов таковыми являются редуктора механизмов подъема груза и перемещения тележки, точки крепления барабанов механизмов подъема и узлы колесных пар); l_i^* – расстояние между точками крепления вышеуказанных источников к раме; k_{0i} – коэффициент ослабления вибраций в мест крепления источника к раме; S_i – площадь поверхности соответствующего элемента рамы, м².

Элементы остекления кабины представляют собой пластины ограниченных размеров, звуковое давление которых определяется как:

$$P = 4,9 \cdot 10^2 V_{mn_i} \cdot \arctg^{0,5} \frac{R_i l_i}{2R_i \sqrt{4R_i^2 + l_i^2 + l_i^2}}, \quad (4.104)$$

где V_{mn_i} – скорость колебаний источника элементов остекления, определяется из системы уравнений энергетического баланса, которая для расчетной схемы кабины приведена к виду [159]:

$$\sum_1^{K_1} (\delta_i S_i + \alpha_{i-j} l_{i-j}) q_i = \sum_1^{K_1} \alpha_{j-i} l_{j-i} q_i^2 + \sum_1^{k_1} N_i (1 - k^*), \quad (4.105)$$

где δ_i – коэффициенты поглощения энергии в стенках остекления, м⁻¹; $\alpha_{i-j; j-i}$ – коэффициенты передачи между элементами остекления и элементами несущей конструкции кабины; l_{i-j} – длина линии контакта между элементами несущей конструкции и остекления, м; q_i – потоки вибрационной мощности в элементах остекления, Вт/м; K_1 – количество стенок корпуса; K_2 – количество элементов остекления; N_i – вводимая, в элементы остекления, вибромощность, Вт; S_i – площадь элемента остекления, м²; k^* – коэффициент ослабления вибраций, определяемый способом установки остекления в стенке кабины.

Коэффициент затухания:

$$\delta_i = \frac{\pi f_{mn} \eta}{c_u}, \quad (4.106)$$

f_{mn} – собственная частота колебаний элемента остекления, Гц; c_u – скорость распространения изгибной волны в элементе остекления, м/с; η – эффективный коэффициент потерь колебательной энергии.

Скорость распространения изгибной волны определяется по формуле:

$$c_u = \sqrt{1,8 \sqrt{\frac{E}{\rho}} h f_{mn}}. \quad (4.107)$$

где E – модуль упругости, Па; ρ – плотность, кг/м³; μ – коэффициент Пуассона.

Потоки вибромощности в элементах кабины и их скорости колебаний определяются согласно вышеуказанным зависимостям.

$$c_u = 1,2 \cdot 10^2 \sqrt{\frac{m^2}{l_1^2} + \frac{n^2}{l_2^2}}, \quad (4.108)$$

$$f_{mn} = 4 \left(\frac{m^2}{l_1^2} + \frac{n^2}{l_2^2} \right); \quad (4.109)$$

$$\delta_u = \eta \sqrt{\frac{m^2}{l_1^2} + \frac{n^2}{l_2^2}}; \quad (4.110)$$

$$f_{\text{диф}} = \left(\frac{20}{\eta l_1 l_2} \right). \quad (4.111)$$

Тогда система уравнений примет вид:

$$\begin{aligned} & \sum_1^k \left(1,4 \eta \sqrt{h \left(\frac{m^2}{l_{i1}^2} + \frac{n^2}{l_{i2}^2} \right)} \cdot S_i + \alpha_{i-j} l_{i-j} \right) q_i = \\ & = \sum_1^k \alpha_{i-j} l_{i-j} q_i + \sum_1^{k_1} N_i (1 - k^*). \end{aligned} \quad (4.112)$$

Потоки вибрационной мощности, характерной для элементов остекления, границы диффузности определяются по формуле:

$$q_i = 1,2 \cdot S_i \cdot h_i^2 \cdot \eta_i \left(\frac{m^2}{l_{i1}^2} + \frac{n^2}{l_{i2}^2} \right), \quad (4.113)$$

где h – толщина остекления, мм.

Вводимая в элементы остекления вибромощность определяется (Рисунок 4.8):

$$N = m_3 g V_k f_k = 8 \cdot 10^{-4} m_3 V_k \left(\frac{k}{l} \right)^2 \sqrt{\frac{Y}{F}}, \quad (4.114)$$

где m_3 – масса элемента, кг; V_k – скорость колебаний, м/с.

Эффективный коэффициент потерь колебательной энергии представляет собой функцию частотно-зависимую величину и задается по данным работы [66].

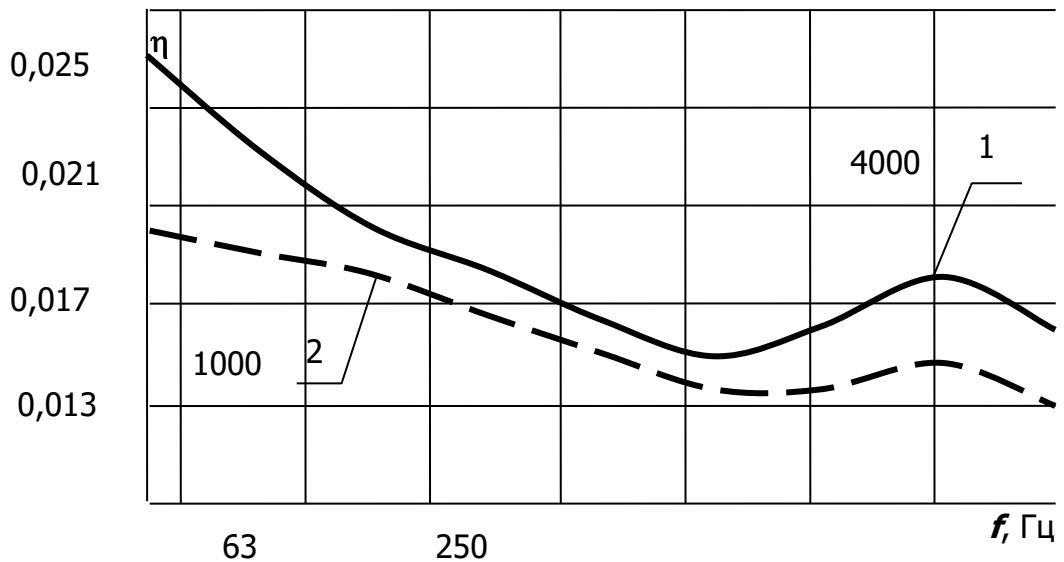


Рисунок 4.8 – Диссипативная функция элементов остекления 1–6 мм; 2–12 мм

Экспериментальные данные приведены на рисунке 4.9.

Регрессионные зависимости коэффициента потерь колебательной энергии двойного стеклопакета от частоты колебаний для воздушных промежутков 10 и 20 мм имеют следующий вид:

$h = 10$ мм

ограниченных размеров:

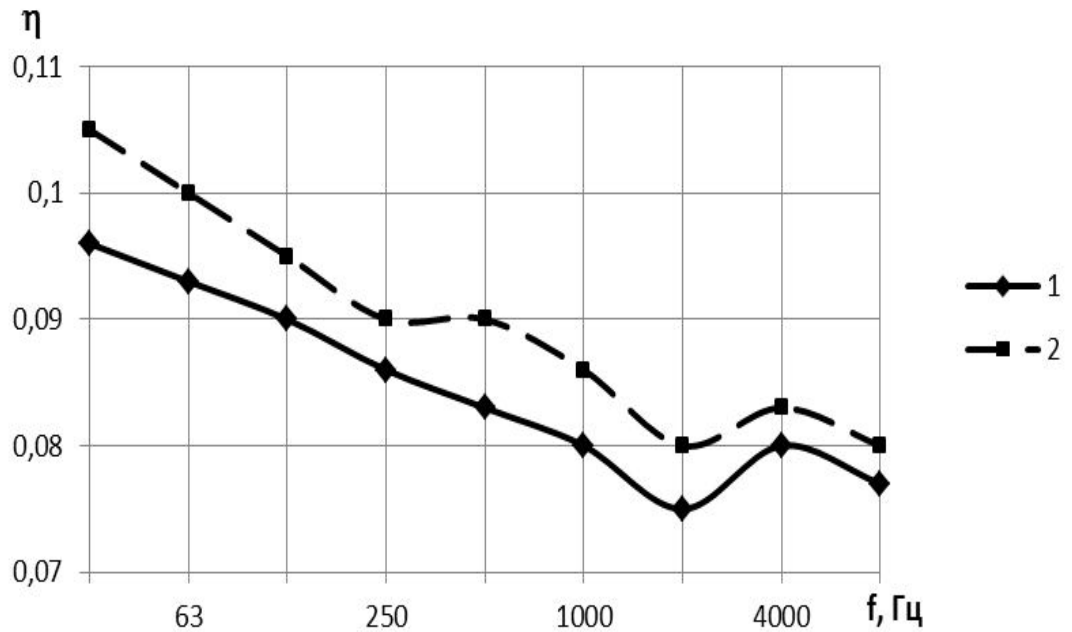


Рисунок 4.9 – Диссипативная функция с различным воздушным промежутком:
1–10 мм; 2–20 мм

$$\begin{aligned}
 & h = 20 \text{ мм} \\
 \eta = & -4,849 + 12,452 \lg f - \\
 & -12,686 (\lg f)^2 + \\
 & +6,717 (\lg f)^3 - 1,954 (\lg f)^4 + \\
 & +0,297 (\lg f)^5 - 0,018 (\lg f)^6
 \end{aligned} \tag{4.115}$$

результатирующие волны в замкнутом воздушном объеме являются суммой всех элементарных волн. Прямая и обратная волны определяются выражениями (4.116) и (4.117) соответственно:

$$a = \sum_{\frac{1}{k^x}}^{k^x} a_i, \tag{4.116}$$

$$b = \sum_{1}^{\frac{1}{k^x}} b_i, \tag{4.117}$$

Тогда звуковое давление в кабине представлено следующим образом:

$$P(x, t) = \rho_0 c_0 (a e^{-k_0 x} + b e^{k_0 x}) e^{i \omega t}. \tag{4.118}$$

Амплитуды a и b определены согласно граничным условиям, приведенным в зависимости (4.119):

	$x = 0$	$x = l_1$	
	z_0	z_e	
силы:	$P_{(0)}e^{i\omega t}$	$P_l e^{i\omega t}$	(4.119)
скорость:	$V_{mn(0)}$	$V_{mn(l_1)}$	
давление:	$P_0 e^{i\omega t}$	$P_l e^{i\omega t}$	
граничные условия:	$z_0 V_0 + S_0 P_0$	$z_e V_e + S_e P_{e_1}$,	

где z – импеданс поршня определяемый формулами.

Подставляя значения $P(x, t)$ при $x = 0$ и $x = l_1$ в граничные условия, получили систему из двух уравнений.

$$\begin{cases} (z_0 + S_0 \rho_0 c_0)a + \\ + (z_0 - S_0 \rho_0 c_0)b = \psi_0 \\ (z_e - S_e \rho_0 c_0)a e^{-k_0 l} + \\ + (z_e - S_e \rho_0 c_0)b e^{k_0 l} = \psi_e. \end{cases} \quad (4.120)$$

4.8. Выводы по главе

1. На основе экспериментальных данных коэффициентов потерь колебательной энергии колес, осей колесных пар и элементов несущих рам получены регрессионные зависимости, позволяющие существенно уточнить виброакустические расчеты объектов исследования.

2. Разработан общий алгоритм расчета акустических характеристик мостовых кранов в широком диапазоне нормируемых звуковых частот.

3. Фактически на основе этих данных на этапе проектирования мостовых кранов теоретически обосновываются конструкции систем снижения шума до предельно допустимых значений.

5. МЕТОДИКА РАСЧЕТА ВИБРАЦИЙ И ШУМА МОСТОВЫХ КРАНОВ ПРИ ИХ ПРОЕКТИРОВАНИИ

Коэффициенты потерь колебательной энергии являются той механической характеристикой, от численного значения которой в значительной степени зависят расчеты спектров вибрации и шума. В настоящее время в расчеты формулы виброакустической динамики вводятся экспериментальные данные. Подобные исследования коэффициентов потерь колебательной энергии проводились для узлов колесных пар вагонов и локомотивов. Следует отметить, что колебательная система мостовых кранов имеет существенные отличия от локомотивов и вагонов, что и определяет необходимость проведения исследований диссипативной функции для следующих узлов мостовых кранов: колес, осей колесных пар и несущей рамы. Измерительная система коэффициентов потерь подробно описана в работе [160] и в данном разделе не приводится. В качестве объекта исследования был выбран мостовой кран грузоподъемностью 25 т (наиболее распространенный в производственных цехах машиностроительных предприятий).

Следует отметить, что возбуждение колебаний в элементах несущей системы мостовых кранов, выполнялось не магнитом, а специальным динамометрическим молотком. Процесс затухания колебаний записывался на девяти октавных частотах нормируемого частотного диапазона. Для удобства инженерных расчетов экспериментальные значения математически обрабатывались, и на этой основе были получены регрессионные зависимости частотно-зависимых коэффициентов потерь колебательной энергии колес, осей колесных пар и элементов несущей рамы.

Фактически именно данные регрессионные зависимости положены в основу методики акустического расчета на этапе проектирования различных типов мостовых кранов.

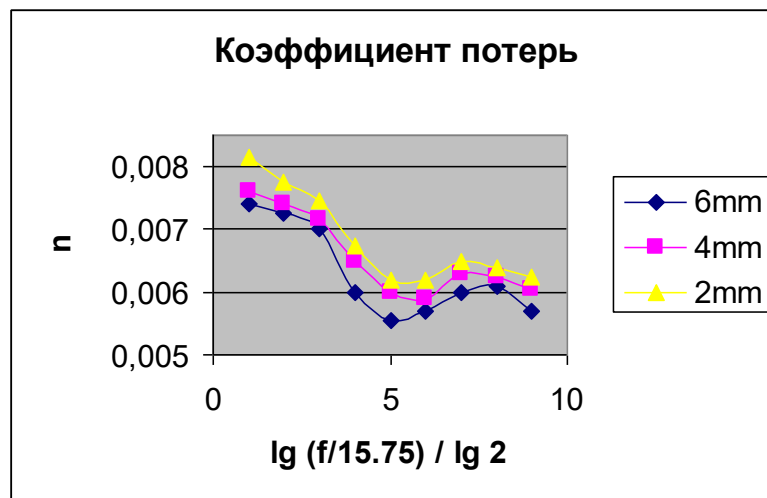
5.1. Закономерности диссипативной функции основных излучающих элементов колебательной системы мостовых кранов

Коэффициент потерь колебательной энергии в распределенных конструкциях со сложной геометрией η характеризует их диссипативные свойства и соответственно зависит от частоты f . Знание зависимости η от f и размерных параметров конструкции α необходимо для проведения виброакустических расчетов, в частности, для замыкания уравнений, детально описывающих колебания конструкции. При отсутствии теоретических основ расчета таких зависимостей единственной возможностью определять $\eta(f, \alpha)$ является технический эксперимент [160–167].

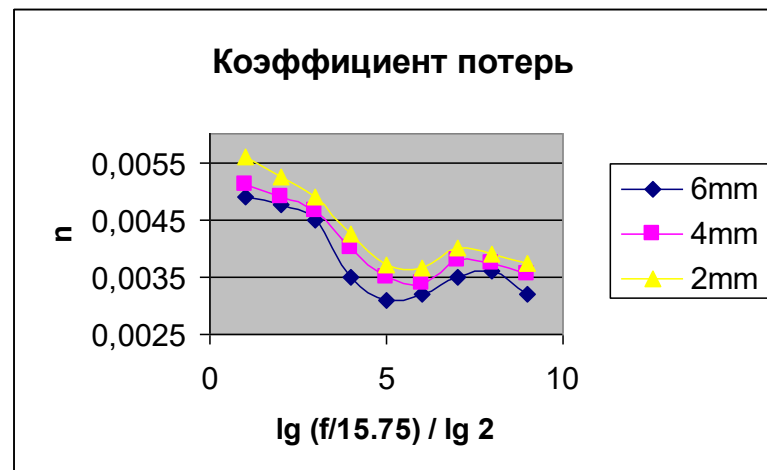
Поскольку приборное обеспечение соответствующих измерений позволяет определять $\eta(f, \alpha)$ лишь в октавных полосах, возникает потребность обобщать результаты посредством разного рода аппроксимаций.

В зависимости от характера и объема первичных данных приходится довольствоваться результатами одно- или многопараметрических регрессий. Измерения среднеоктавных коэффициентов η для рам швеллеров и собственно швеллеров проводились на специализированном стенде [168]. Впоследствии объектом подобного эксперимента служили ось и колесо подвижного состава. В первом случае варьировались: 1) толщина металла $h = 2, 4$ и 6 мм; 2) частота колебаний $f = 31.5, 63, 125, 250, 500, 1000, 2000, 4000$ и 8000 Гц, а также 3) наличие и отсутствие рамной обвязки исследуемых метизов. Такой эксперимент при должной организации позволяет сконструировать аппроксимирующую формулу, в которой коэффициент потерь η является функцией трех переменных. Здесь следует отметить, что план эксперимента и полученный объем данных (рисунок 5.1) позволяют выполнить названную аппроксимацию лишь в исключительных случаях. Особенностью нашей ситуации является как раз такая «исключительность», состоящая в том, что спектральные зависимости $\eta(f, \alpha)$ для всех шести сочетаний варьируемых параметров оказались подобны. Этот, сразу заметный, факт подтверждается корреляционной матрицей, приведенной на

рисунке 5.2. Фигурирующие в ячейках этой матрицы коэффициенты парной корреляции для шести сочетаний варьируемых в эксперименте параметров α отражают степень схожести частных зависимостей $\eta(f)$ между собой. В частности, равный единице коэффициент парной корреляции двух кривых свидетельствует об их линейной зависимости, т. е. возможности получать одну из другой путем сдвига и растяжения.



a



б

Рисунок 5.1 – Данные экспериментальных измерений $\eta(f, \alpha)$:

a – рамы из швеллеров; *б* – собственно швеллера

Соединение -		рама			нет связи			
h =		2 мм	4 мм	6 мм	2 мм	4 мм	6 мм	
2	ММ		1	0,994995	0,980602	0,999519	0,994995	0,981696
4	ММ	0,994995		1	0,986046	0,99645	1	0,987074
6	ММ	0,980602	0,986046		1	0,979939	0,986046	0,999767
2	ММ	0,999519	0,99645	0,979939		1	0,99645	0,98112
4	ММ	0,994995		1	0,986046	0,99645	1	0,987074
6	ММ	0,981696	0,987074	0,98112	0,98112	0,987074		1

Рисунок 5.2 – Степень геометрического подобия кривых $\eta(f)$, приведенных на рисунке 5.1

Перед описанием процедуры обобщения данных рисунка 5.1 обратим внимание на тот факт, что любая аппроксимация является своего рода «сжатием» данных и, соответственно, ее качество определяется степенью сжатия и сопутствующей утратой детализации. Очевидно, что степень сжатия тем выше, чем проще результирующая формула. Под простотой последней понимают число подгоночных коэффициентов [169]. Хорошей следует считать аппроксимацию, число коэффициентов в которой как минимум на порядок меньше числа исходных табличных значений. Также логично считать приемлемой потерей точности несоответствие аппроксимации и фактических данных на уровне погрешности определения последних. Ну и, конечно же, всякая аппроксимация подразумевает гладкость искомого результата и достаточную подробность исходных данных.

Традиционным в технических приложениях считается подход, использующий полиномиальную аппроксимацию. Применительно к исходным данным рисунка 5.1 (для удобства исходные данные масштабированы путем введения новой переменной $-f \rightarrow \log_2(f/15.75)$) он требует использовать многочлен как минимум четвертой степени по преобразованной частотной переменной и первой или второй степеней по толщине металла. Кроме того, потребуется введение дополнительного коэффициента для учета факта обвязки швеллеров. Такая аппроксимация требует определить семь подгоночных коэффициентов.

Соответственно коэффициент сжатия данных составит 9 точек по частоте $\times 6$ вариантов параметров /7 подгоночных коэффициентов, т. е. 7,71. При этом важно оценить сопутствующую погрешность, которая может оказаться неприемлемо высокой. Преимуществом описанного подхода является его легкая реализация практически в любом из вычислительных пакетов, поскольку он изначально включается их производителями в базовый функционал.

Например, синяя кривая на верхнем фрагменте рисунка 5.1 автоматически встроенными средствами Excel представляется выражением:

$$\eta = -1,0125 \cdot 10^{-5} x^4 + 2,0246 \cdot 10^{-4} x^3 - 1,3017 \cdot 10^{-3} x^2 + 2,6858 \cdot 10^{-3} x + 5,7861 \cdot 10^{-3}, \quad (5.1)$$

где $x = \log_2 (f/15.75 \text{ Гц})$.

Коэффициент корреляции (5.1) с исходными данными составляет 0,988, а среднеквадратичная погрешность – около 3 %. Однако такое удобство получения (5.1) имеет и обратную сторону: аналогичных встроенных средств для подбора формул типа функций векторного аргумента (многих переменных) в распространенных вычислительных пакетах не предусмотрено, и поэтому требуется всякий раз составлять специализированный вычислительный алгоритм.

Существенно упрощает задачу видимая симметрия данных: в нашем случае верхний фрагмент рисунка 5.1 представляет собой несколько приподнятую копию нижнего. Отмеченное обстоятельство подтверждается высокой (с коэффициентом 0,999697) скоррелированностью приведенных на этом рисунке графиков функций двух переменных и при одинаковом масштабе по оси абсцисс означает приподнятость одной изображающей поверхности (верхней) над другой (нижней) на некоторую постоянную величину. Отсюда следует, что влияние рамочной обвязки однообразно увеличивает коэффициент потерь η на любой частоте вне зависимости от толщины швеллера. Можно строго доказать, что величина смещения η за счет обвязки равна разности суммарных значений на верхнем и нижнем фрагментах рисунка 5.1. Численно она составляет 0,002504. Выявленный

факт позволяет существенно упростить конструирование итоговой формулы, фактически сведя ее к функции двух аргументов $\eta(f, h)$.

Классическое полиномиальное представление с минимальным числом подгоночных параметров в этом случае выглядит следующим образом:

$$\eta(f, h, \delta) = A + B \delta + C h + D x + E x^2 + F x^3 + G x^4, \quad (5.2)$$

$$x = \log_2 (f / 15.75 \text{ Гц}),$$

где коэффициент A отвечает за базовый уровень диссипации; B – за влияние обвязки (при $\delta = 0$ рамы нет, при $\delta = 1$ – рама имеется), – за толщину швеллера, а все прочие отражают зависимость η от частоты f .

Их определение требует решить задачу математического программирования [170, 171], сводящуюся к минимизации невязки для всех 54 опытов:

$$\Sigma [\eta(f_i, h_j, \delta_k) - (A + B\delta_k + C h_j + D x_i + E x_i^2 + F x_i^3 + G x_i^4)]^2 \rightarrow \min. \quad (5.3)$$

В формуле (5.3) суммирование производится по $i (= 1 \dots 9)$, $j (= 1 \dots 3)$ и $k (= 0, 1)$ одновременно. Согласно [6] нахождение фигурирующих в (5.3) подгоночных коэффициентов $\{A, \dots, G\}$ сводится к решению системы алгебраических уравнений, отвечающих необходимому условию экстремума:

$$\begin{aligned} \partial/\partial A \left\{ \Sigma [\eta(f_i, h_j, \delta_k) - (A + B\delta_k + C h_j + D x_i + E x_i^2 + F x_i^3 + G x_i^4)]^2 \right\} &= 0, \\ \partial/\partial B \left\{ \Sigma [\eta(f_i, h_j, \delta_k) - (A + B\delta_k + C h_j + D x_i + E x_i^2 + F x_i^3 + G x_i^4)]^2 \right\} &= 0, \\ \partial/\partial C \left\{ \Sigma [\eta(f_i, h_j, \delta_k) - (A + B\delta_k + C h_j + D x_i + E x_i^2 + F x_i^3 + G x_i^4)]^2 \right\} &= 0, \\ \partial/\partial D \left\{ \Sigma [\eta(f_i, h_j, \delta_k) - (A + B\delta_k + C h_j + D x_i + E x_i^2 + F x_i^3 + G x_i^4)]^2 \right\} &= 0, \\ \partial/\partial E \left\{ \Sigma [\eta(f_i, h_j, \delta_k) - (A + B\delta_k + C h_j + D x_i + E x_i^2 + F x_i^3 + G x_i^4)]^2 \right\} &= 0, \\ \partial/\partial F \left\{ \Sigma [\eta(f_i, h_j, \delta_k) - (A + B\delta_k + C h_j + D x_i + E x_i^2 + F x_i^3 + G x_i^4)]^2 \right\} &= 0, \\ \partial/\partial G \left\{ \Sigma [\eta(f_i, h_j, \delta_k) - (A + B\delta_k + C h_j + D x_i + E x_i^2 + F x_i^3 + G x_i^4)]^2 \right\} &= 0. \end{aligned} \quad (5.4)$$

В явном виде система (5.4) записывается как:

$$\begin{aligned}
& \Sigma[\eta(f_i, h_j, \delta_k) - (A + B\delta_k + C h_j + D x_i + E x_i^2 + F x_i^3 + G x_i^4)] = 0, \\
& \Sigma[\eta(f_i, h_j, \delta_k) - (A + B\delta_k + C h_j + D x_i + E x_i^2 + F x_i^3 + G x_i^4)]\delta_k = 0, \\
& \Sigma[\eta(f_i, h_j, \delta_k) - (A + B\delta_k + C h_j + D x_i + E x_i^2 + F x_i^3 + G x_i^4)]h_j = 0, \\
& \Sigma[\eta(f_i, h_j, \delta_k) - (A + B\delta_k + C h_j + D x_i + E x_i^2 + F x_i^3 + G x_i^4)]x_i = 0, \\
& \Sigma[\eta(f_i, h_j, \delta_k) - (A + B\delta_k + C h_j + D x_i + E x_i^2 + F x_i^3 + G x_i^4)]x_i^2 = 0, \\
& \Sigma[\eta(f_i, h_j, \delta_k) - (A + B\delta_k + C h_j + D x_i + E x_i^2 + F x_i^3 + G x_i^4)]x_i^3 = 0, \\
& \Sigma[\eta(f_i, h_j, \delta_k) - (A + B\delta_k + C h_j + D x_i + E x_i^2 + F x_i^3 + G x_i^4)]x_i^4 = 0.
\end{aligned} \tag{5.5}$$

Решение системы (5.5) встроенными средствами Excel [172] приведено на рисунке 5.3; там же указана его корреляция с исходными экспериментальными данными и уровень среднеквадратичной погрешности. Интересная для практики относительная погрешность формулы (5.2) с приведенными на рисунке 5.3 подгоночными коэффициентами показана на рисунках 5.4, 5.5. Представленные на рисунках 5.3–5.5 данные свидетельствуют о достаточном качестве выполненной классическим способом аппроксимации. Так значение показателя B , трактуемое как влияние на результат рамной обвязки, оказалось крайне близким к полученной нами ранее оценке на основе подбора спектров (см. рисунок 5.3).

	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
45		A	B	C	D	E	F	G		
46		4,215E-03	2,412E-03	-1,346E-04	2,585E-03	-1,238E-03	1,904E-04	-9,440E-06		
47										
48	h =	6	4	2			h =	6	4	2
49						Расчет				
50	x	рама					x	рамы нет		
51		6mm	4mm	2mm			6mm	4mm	2mm	
52	1	0,00734769	0,007616934	0,007886			1	0,0049356	0,0052	0,00547
53	2	0,00741048	0,007679722	0,007949			2	0,0049984	0,00527	0,00554
54	3	0,00681029	0,007079526	0,007349			3	0,0043982	0,00467	0,00494
55	4	0,0061232	0,006392443	0,006662			4	0,0037111	0,00398	0,00425
56	5	0,00569878	0,005968016	0,006237			5	0,0032867	0,00356	0,00383
57	6	0,00565999	0,00592923	0,006198			6	0,0032479	0,00352	0,00379
58	7	0,00590328	0,006172515	0,006442			7	0,0034912	0,00376	0,00403
59	8	0,00609851	0,006367745	0,006637			8	0,0036864	0,00396	0,00422
60	9	0,005689	0,005958238	0,006227			9	0,0032769	0,00355	0,00382
61										
62	x	Невязка =	4,37045E-07		Невязка =	1,06E-06	x	Невязка =	6,2E-07	
63	1	2,7359E-09	2,86764E-10	6,96E-08			1	1,268E-09	1,1E-08	1,6E-08
64	2	2,5754E-08	7,82442E-08	3,96E-08	СКО =	0,00014	2	6,17E-08	1,4E-07	8,2E-08
65	3	3,5991E-08	4,96664E-09	1,02E-08			3	1,036E-08	3E-10	1,3E-09
66	4	1,5179E-08	1,15684E-08	7,8E-09	Корреляция =	0,995967	4	4,457E-08	3,9E-10	1,6E-13
67	5	2,2135E-08	1,02295E-09	1,39E-09			5	3,485E-08	3,1E-09	1,6E-08
68	6	1,6007E-09	8,5442E-10	2,34E-12			6	2,295E-09	1,4E-08	1,9E-08
69	7	9,3556E-09	1,62523E-08	3,39E-09			7	7,756E-11	1,6E-09	8,8E-10
70	8	2,2338E-12	1,38639E-08	5,62E-08			8	7,469E-09	4,2E-08	1,1E-07
71	9	1,2104E-10	8,42028E-09	5,07E-10			9	5,916E-09	1,5E-11	4,3E-09

Рисунок 5.3 – Результат аппроксимации экспериментальных данных рисунка 5.1 многочленом (5.2)

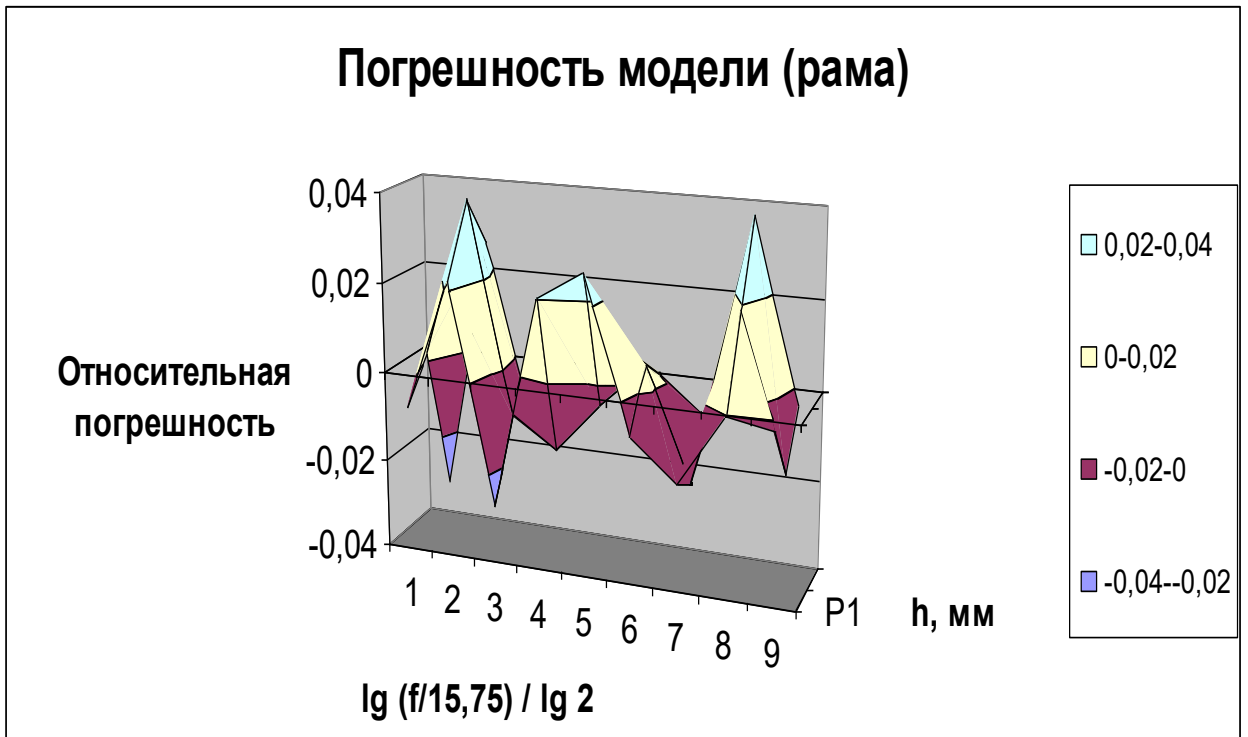
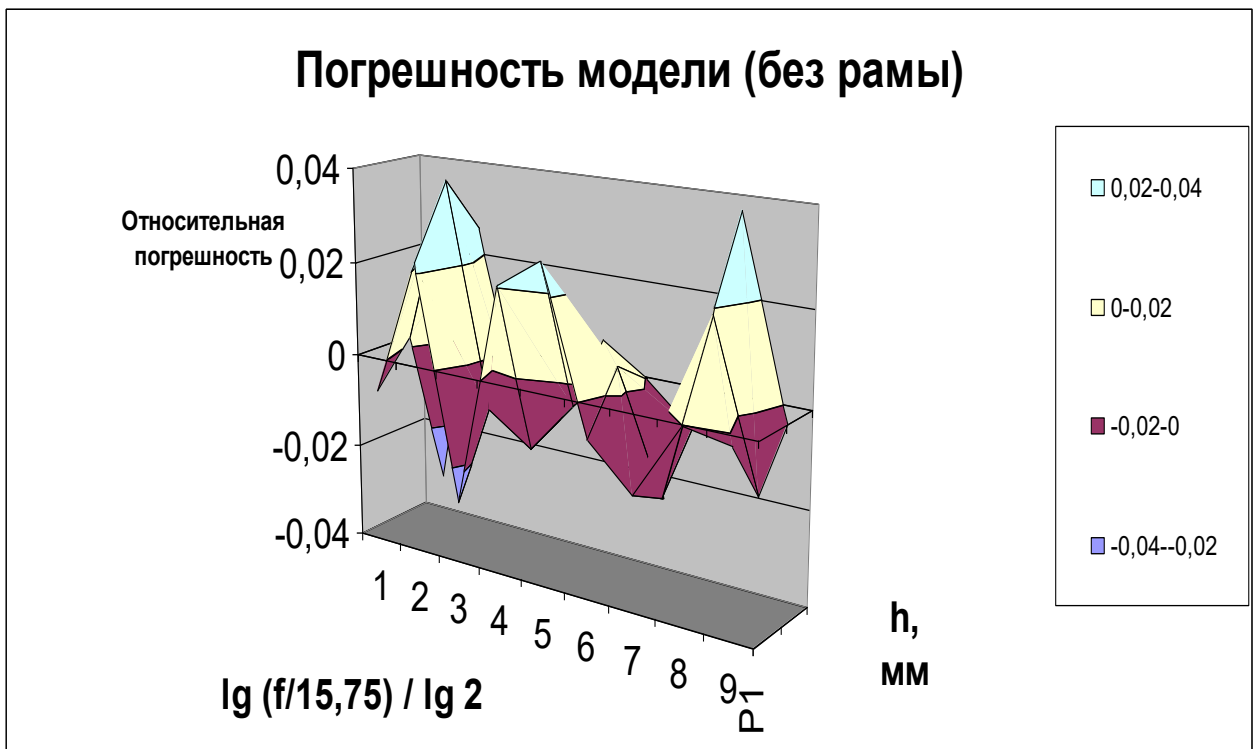
*a**б*

Рисунок 5.4 – Относительная погрешность регрессионной модели (2):

a – с рамой; *б* – без рамы

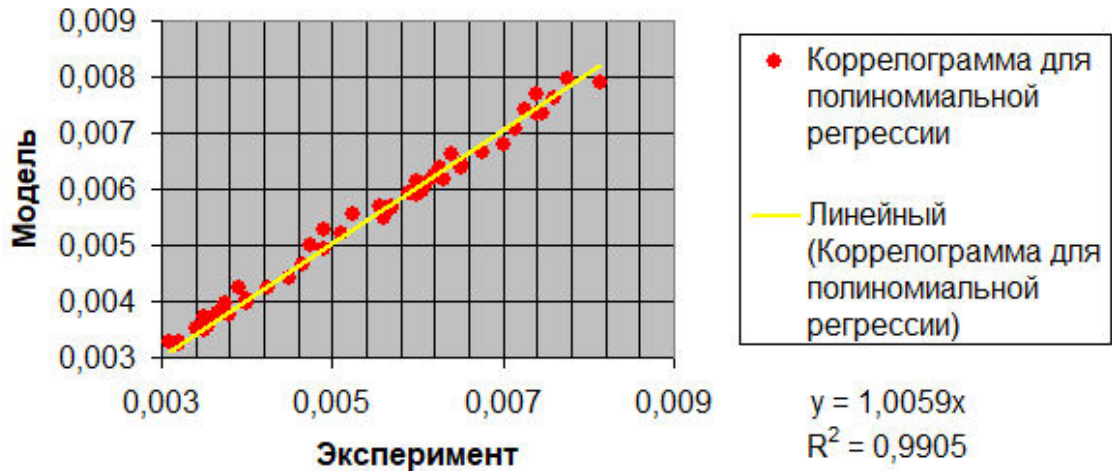


Рисунок 5.5 – Погрешность регрессионной модели (5.2) при параметрах эксперимента

Подытоживая этот результат, следует отметить, что его можно также получить, решая средствами стандартных пакетов, в частности, MathCAD [173] переопределенную систему из 54 алгебраических уравнений для семи подгоночных параметров. Ее явный вид приведен ниже:

$$[\eta(f_i, h_j, \delta_k) - (A + B\delta_k + C h_j + D x_i + E x_i^2 + F x_i^3 + G x_i^4)] = 0, \quad (5.6)$$

$$i = 1 \dots 9, \quad j = 1 \dots 3, \quad k = 0, 1.$$

При этом можно строго доказать равнозначность постановки задач (5.3) и (5.6).

Теперь в качестве выгодной альтернативы рассмотрим аппроксимацию данных рисунка 5.1 функцией, содержащей меньшее число подгоночных параметров. Таковой выберем:

$$\eta(f, h, \delta) = A + B \delta + C h + D \cdot e^{Ex} \cdot \cos(F x^3), \quad (5.7)$$

$$x = \log_2(f / 15.75 \text{ Гц}),$$

Для их отыскания будем решать соответственно задачу минимизации функционала:

$$\Sigma [\eta(f_i, h_j, \delta_k) - (A + B\delta + C h + D \cdot e^{Ex} \cdot \cos(F x^3))]^2 \rightarrow \min. \quad (2) \quad (5.8)$$

или систему уравнений:

$$\begin{aligned}
& \Sigma \left[\eta(f_i, h_j, \delta_k) - \left(A + B\delta_k + Ch_j + D \cdot e_i^{Ex} \cdot \cos(Fx_i^3) \right) \right] = 0, \\
& \Sigma \left[\eta(f_i, h_j, \delta_k) - \left(A + B\delta_k + Ch_j + D \cdot e_i^{Ex} \cdot \cos(Fx_i^3) \right) \right] \delta_k = 0, \\
& \Sigma \left[\eta(f_i, h_j, \delta_k) - \left(A + B\delta_k + Ch_j + D \cdot e_i^{Ex} \cdot \cos(Fx_i^3) \right) \right] h_j = 0, \\
& \Sigma \left[\eta(f_i, h_j, \delta_k) - \left(A + B\delta_k + Ch_j + D \cdot e_i^{Ex} \cdot \cos(Fx_i^3) \right) \right] e_i^{Ex} \cdot \cos(Fx_i^3) = 0, \\
& \Sigma \left[\eta(f_i, h_j, \delta_k) - \left(A + B\delta_k + Ch_j + D \cdot e_i^{Ex} \cdot \cos(Fx_i^3) \right) \right] e_i^{Ex} \cdot \cos(Fx_i^3) x_i = 0, \\
& \Sigma \left[\eta(f_i, h_j, \delta_k) - \left(A + B\delta_k + Ch_j + D \cdot e_i^{Ex} \cdot \cos(Fx_i^3) \right) \right] e_i^{Ex} \cdot \sin(Fx_i^3) x_i^3 = 0.
\end{aligned} \tag{5.9}$$

Решение задачи (5.8) или (5.9) с оценкой соответствующих погрешностей приведено на рисунках 5.6–5.8. Сравнивая результаты идентификации модели (5.7) с аналогичными для модели (5.2), нетрудно убедиться, что она лучше аппроксимирует исходные данные, несмотря на меньшее число подгоночных параметров. Это побуждает рекомендовать ее для описания подобных спектральных кривых промышленного шума.

	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
45	A	B	C	D	E	F				
46		4,185E-03	2,519E-03	-1,348E-04	2,158E-03	-2,744E-01	1,452E-02			
47										
48	h =	6	4	2			h =	6	4	2
49						Расчет				
50	x	рама					x	рамы нет		
51		6mm	4mm	2mm				6mm	4mm	2mm
52	1	7,536E-03	7,805E-03	8,075E-03			1	5,016E-03	5,286E-03	5,555E-03
53	2	7,134E-03	7,403E-03	7,673E-03			2	4,615E-03	4,884E-03	5,154E-03
54	3	6,771E-03	7,041E-03	7,310E-03			3	4,252E-03	4,521E-03	4,791E-03
55	4	6,326E-03	6,596E-03	6,865E-03			4	3,807E-03	4,076E-03	4,346E-03
56	5	5,763E-03	6,032E-03	6,302E-03			5	3,243E-03	3,513E-03	3,782E-03
57	6	5,479E-03	5,749E-03	6,018E-03			6	2,960E-03	3,229E-03	3,499E-03
58	7	5,979E-03	6,249E-03	6,518E-03			7	3,460E-03	3,730E-03	3,999E-03
59	8	5,993E-03	6,262E-03	6,532E-03			8	3,474E-03	3,743E-03	4,013E-03
60	9	5,823E-03	6,092E-03	6,362E-03			9	3,304E-03	3,573E-03	3,843E-03
61										
62	x	Невязка =	5,21561E-07		Невязка =	9,91E-07	x	Невязка =	4,7E-07	
63	1	1,8406E-08	4,2095E-08	5,674E-09			1	1,354E-08	3,45E-08	1,99E-09
64	2	1,3499E-08	1,10028E-11	5,957E-09	СКО =	0,000135	2	1,836E-08	2,55E-10	9,31E-09
65	3	5,2391E-08	1,19662E-08	1,957E-08			3	6,16E-08	1,66E-08	1,19E-08
66	4	1,0643E-07	9,1667E-09	1,328E-08	Корреляция =	0,995967	4	9,421E-08	5,84E-09	9,21E-09
67	5	4,5245E-08	1,03734E-09	1,034E-08			5	2,057E-08	1,67E-10	6,79E-09
68	6	4,8748E-08	2,28885E-08	3,305E-08			6	5,764E-08	2,91E-08	2,28E-08
69	7	4,2133E-10	2,60367E-09	3,413E-10			7	1,586E-09	4,95E-09	6,82E-13
70	8	1,1476E-08	1,53126E-10	1,739E-08			8	1,598E-08	4,8E-11	1,27E-08
71	9	1,51E-08	1,79622E-09	1,252E-08			9	1,073E-08	5,33E-10	8,57E-09

Рисунок 5.6 – Результат аппроксимации экспериментальных данных рисунка 5.1 моделью (5.7)

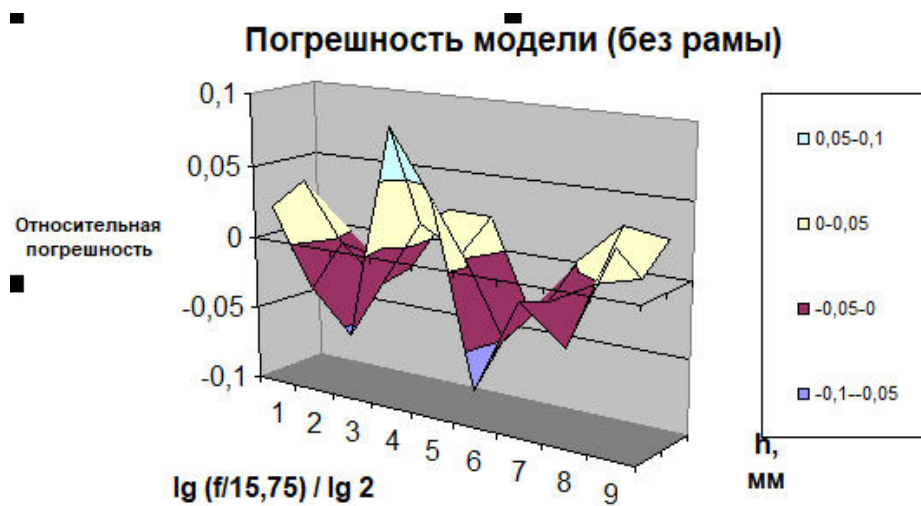
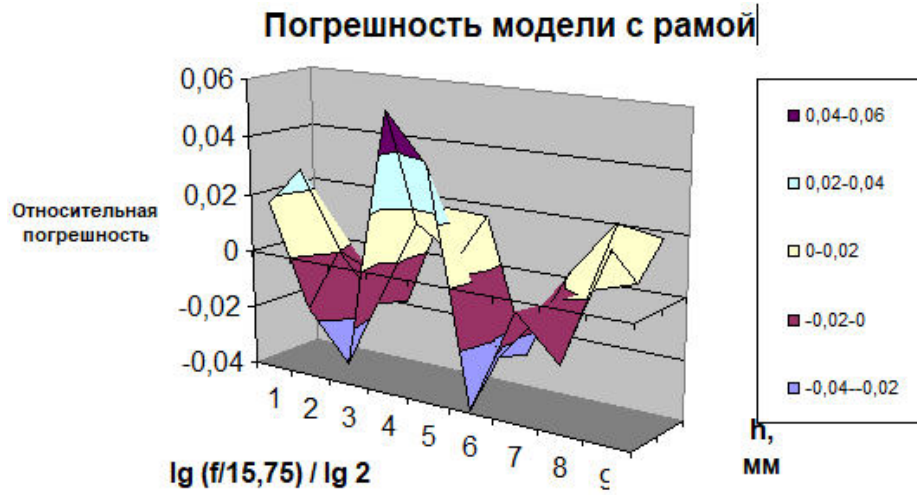


Рисунок 5.7 – Относительная погрешность регрессионной модели (5.7):

a – с рамой; *б* – без рамы

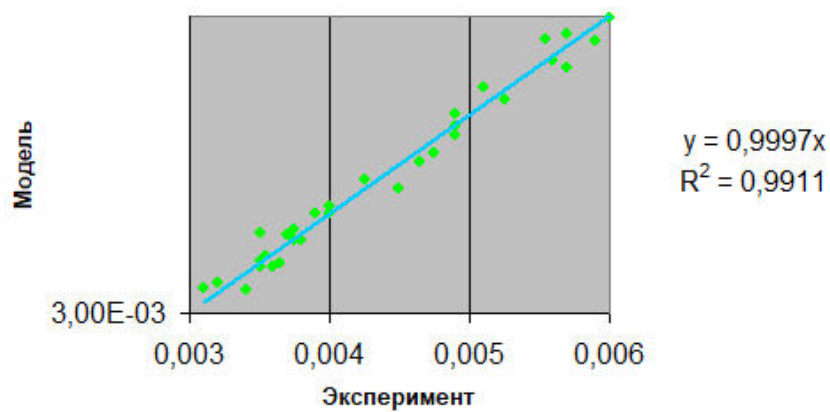


Рисунок 5.8 – Погрешность регрессионной модели (5.7) при параметрах эксперимента

Мы, в частности, воспользуемся здесь упрощенной версией модели (5.7) для компактного представления спектральных коэффициентов потерь колебательной энергии железнодорожными колесами и осями. Однако в целях отыскания наиболее эффективного алгоритма и средств идентификации таких моделей сравним непосредственную минимизацию (5.9) в Excel с результатом решения переопределенной системы уравнений в MathCAD.

Для функции одной переменной (частоты f) эта модель принимает форму:

$$\eta(f) = A + B \cdot e^{Cx} \cdot \cos(Dx^3), x = \log_2 \left(\frac{f}{15.75} \text{ Гц} \right). \quad (5.10)$$

Идентификацию этой модели применительно к железнодорожным колесам и осям выполним встроенными средствами Excel, решая переопределенную систему уравнений:

$$\eta(f_i) - (A + B \cdot e_i^{Cx} \cdot \cos(Dx_i^3)) = 0, i = 1 \dots 9, \quad (5.11)$$

а в MathCAD – определенную систему, отвечающую необходимому условию экстремума:

$$\sum [\eta(f_i) - (A + B \cdot e_i^{Cx} \cdot \cos(Dx_i^3))]^2 \rightarrow \min \quad (5.12)$$

или в явной форме:

$$\begin{aligned} \sum [\eta(f_i) - (A + B \cdot e_i^{Cx} \cdot \cos(Dx_i^3))] &= 0, \\ \sum [\eta(f_i) - (A + B \cdot e_i^{Cx} \cdot \cos(Dx_i^3))] e_i^{Cx} \cdot \cos(Dx_i^3) &= 0, \\ \sum [\eta(f_i) - (A + B \cdot e_i^{Cx} \cdot \cos(Dx_i^3))] e_i^{Cx} \cdot \cos(Dx_i^3) x_i &= 0, \\ \sum [\eta(f_i) - (A + B \cdot e_i^{Cx} \cdot \cos(Dx_i^3))] e_i^{Cx} \cdot \sin(Dx_i^3) x_i^3 &= 0. \end{aligned} \quad (5.13)$$

Результаты решения этой задачи для осей и колес мостового крана представлены на рисунках 5.9–5.12 в сопоставлении с данными классической идентификации встроенными средствами этих пакетов посредством многочленной четвертой степени:

$$\eta(f) = A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + Ex^4, x = \log_2(f/15.75 \text{ Гц}). \quad (5.14)$$

	B	C	D	E	F	G	H	I
1								
2					A	B	C	D
3					0,00271636	0,003581	-0,269981	0,011072416
4								
5								
6	x	n	n модель	невязка =	2,9317E-07	ошибка	многочлен	ошибка 4
7	1	0,00525	0,00545	3,9911E-08		0,038053	0,0051885	-6,14666E-05
8	2	0,005	0,004795	4,2033E-08		-0,041	0,005155	0,000154994
9	3	0,0044	0,004239	2,6001E-08		-0,03665	0,0044075	7,4854E-06
10	4	0,00375	0,00364	1,2165E-08		-0,02941	0,0034897	-0,00026031
11	5	0,0027	0,002889	3,5617E-08		0,069898	0,0027642	6,4175E-05
12	6	0,0022	0,002198	4,9519E-12		-0,00101	0,0024124	0,000212386
13	7	0,0025	0,002288	4,5068E-08		-0,08492	0,0024347	-6,53466E-05
14	8	0,00275	0,003054	9,2367E-08		0,110516	0,0026502	-9,98136E-05
15	9	0,00265	0,002648	3,1385E-12			0,0026971	4,70774E-05
16				корреляция	0,98632118		0,9924976	
17				СКО =	0,00018048		0,0001339	

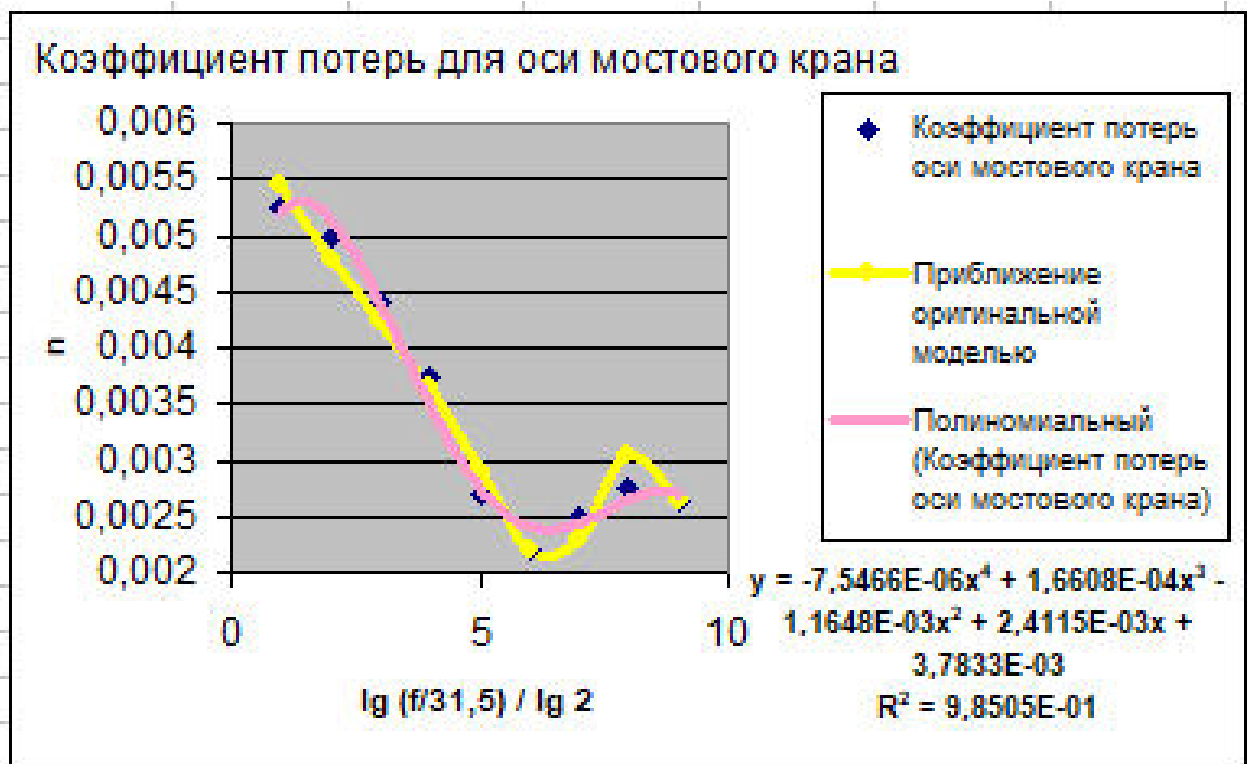


Рисунок 5.9 – Идентификация регрессионной модели (5.10) для оси мостового крана средствами Excel

Ось колеса мостового крана - исходные данные

$x :=$	$\eta :=$		
1	0.00525		
2	0.005		
3	0.0044		
4	0.00375		
5	0.0027		
6	0.0022		
7	0.0025		
8	0.00275		
9	0.00265		

Регрессионная модель
 $f(x, A, B, C, D) := A + B \cdot \exp(C \cdot x) \cdot \cos(D \cdot x^3)$

Начальное приближение
 $A := 0.02 \quad B := 0.03 \quad C := -0.25 \quad D := 0.01$

given Переопределенная система уравнений
 $f(x_1, A, B, C, D) = \eta_1 \quad f(x_2, A, B, C, D) = \eta_2 \quad f(x_3, A, B, C, D) = \eta_3$
 $f(x_4, A, B, C, D) = \eta_4 \quad f(x_5, A, B, C, D) = \eta_5 \quad f(x_6, A, B, C, D) = \eta_6$
 $f(x_7, A, B, C, D) = \eta_7 \quad f(x_8, A, B, C, D) = \eta_8 \quad f(x_9, A, B, C, D) = \eta_9$

Численное решение
 $\begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} := \text{minerr}(A, B, C, D)$

$\begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} =$	$\begin{bmatrix} 0.0027149 \\ 0.0036215 \\ -0.275451 \\ 0.0110619 \end{bmatrix}$
--	--

Рисунок 5.10 – Идентификация регрессионной модели (5.10) для оси мостового крана средствами MathCAD

	B	C	D	E	F	G	H	I
2					A	B	C	D
3					0,002186737	0,003498	-0,311186	0,01459964
4								
5								
6	x	п	п модель	невязка =	1,38696E-07	ошибка	многочлен	ошибка 4
7	1	0,0046	0,004749	2,2236E-08		0,032417	0,0051885	0,000588533
8	2	0,0043	0,004051	6,1857E-08		-0,05784	0,005155	0,000854994
9	3	0,0035	0,003457	1,887E-09		-0,01241	0,0044075	0,000907485
10	4	0,0027	0,002786	7,3139E-09		0,031675	0,0034897	0,00078969
11	5	0,002	0,002001	1,3474E-12		0,00058	0,0027642	0,000764175
12	6	0,0018	0,001646	2,3693E-08		-0,08551	0,0024124	0,000612386
13	7	0,0023	0,002302	4,04E-12		0,000874	0,0024347	0,000134653
14	8	0,0022	0,002294	8,8532E-09		0,042769	0,0026502	0,000450186
15	9	0,002	0,002113	1,285E-08			0,0026971	0,000697077
16				корреляция	0,992155868		0,9807249	
17				СКО =	0,00012414		0,0006823	

Рисунок 5.11 – Идентификация регрессионной модели (5.10) для колеса мостового крана средствами Excel (начало)

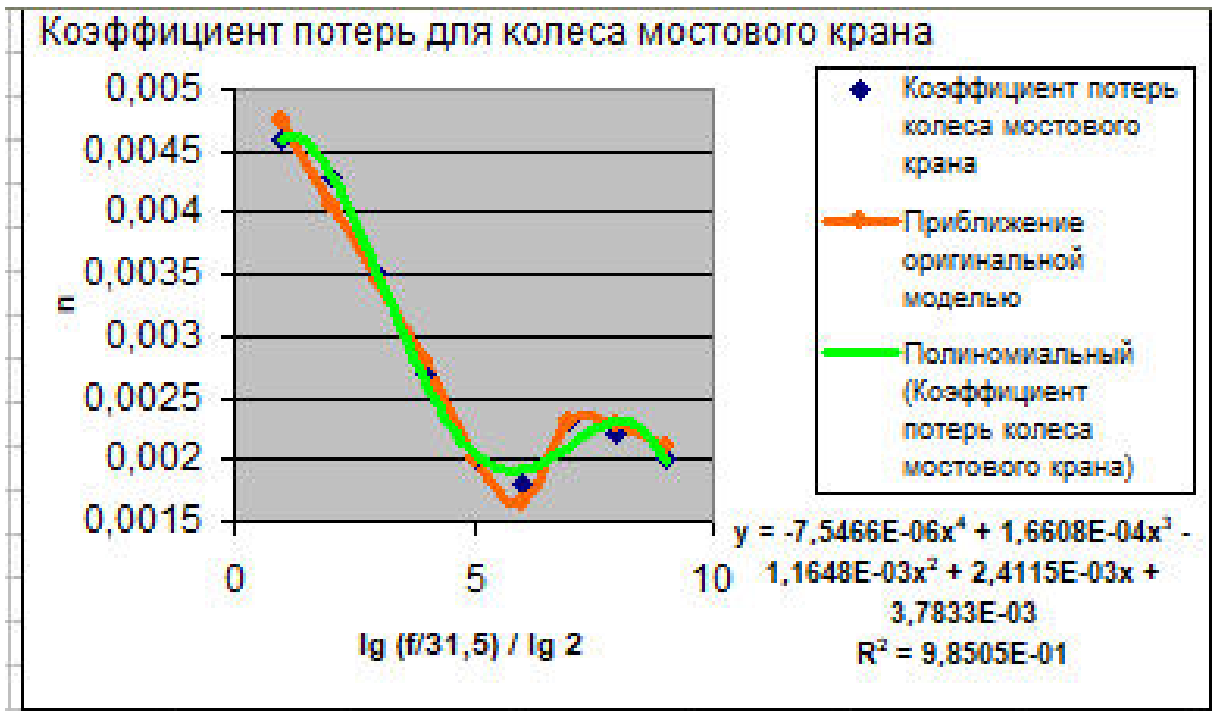


Рисунок 5.12 – Идентификация регрессионной модели (5.10) для колеса мостового крана средствами Excel (окончание)

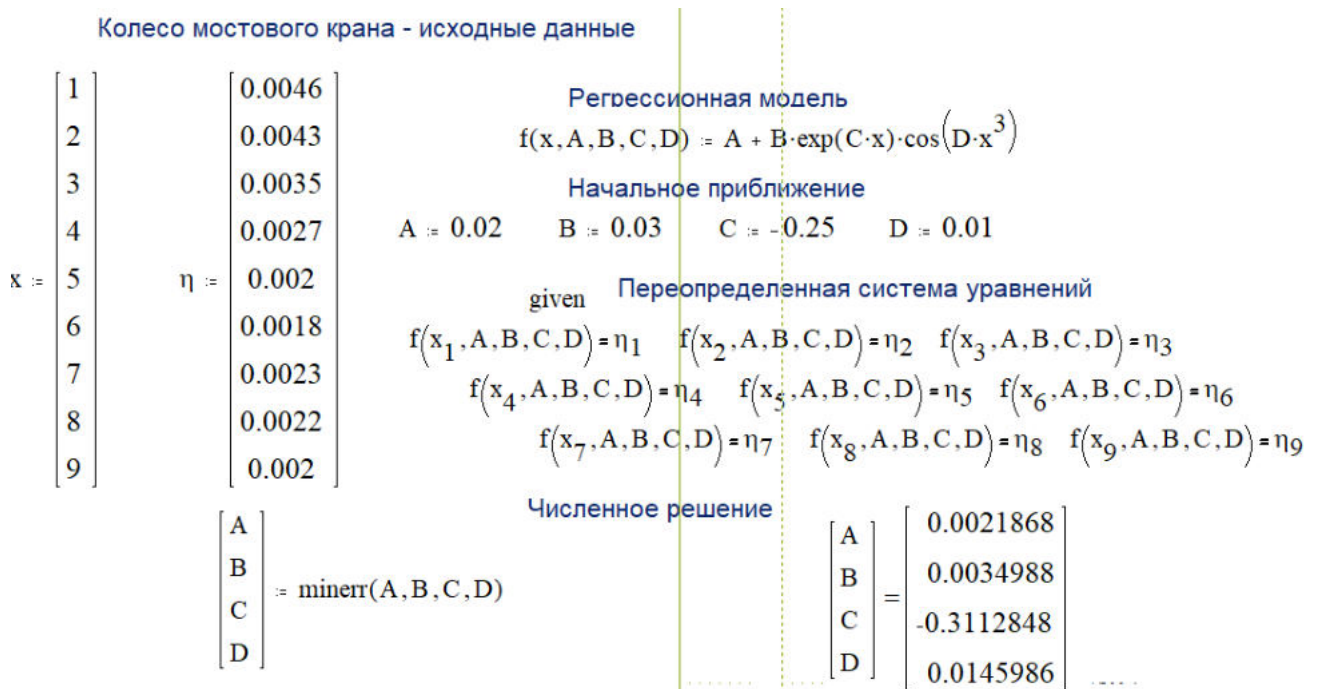


Рисунок 5.13 – Идентификация регрессионной модели (5.10) для колеса мостового крана средствами MathCAD

Как свидетельствуют представленные на рисунках 5.9–5.12 результаты идентификации классической полиномиальной и предложенной в данной работе моделей, новый подход, благодаря учету особенностей спектрального коэффициента потерь, позволяет представлять результаты технического эксперимента более компактно при сохранении традиционно требуемой точности. Кроме того, сходство спектров $\eta(f)$ для всех исследованных объектов позволяет заключить, что на потери колебательной энергии влияет в большей степени материал, нежели геометрические особенности конструкции. Данное обстоятельство позволяет рекомендовать предложенный шаблон аппроксимации для обобщения результатов виброакустических исследований разнообразных тонкостенных конструкций из стали.

5.2. Общий алгоритм расчета

Теоретические исследования виброакустической динамики элементов мостовых кранов и регрессионные зависимости коэффициентов потерь колебательной энергии вышеуказанных элементов положены в основу общего алгоритма расчета виброакустических характеристик различных типов мостовых кранов, что позволяет на этапах проектирования рассчитать ожидаемые уровни звукового давления и, что, самое главное, на этом же этапе определить величины превышений над предельно допустимыми значениями. Алгоритмы предусматривают поэлементное сравнение источников с санитарными нормами, что и позволяет на стадии проектирования обеспечить выполнение предельно-допустимых значений [174].

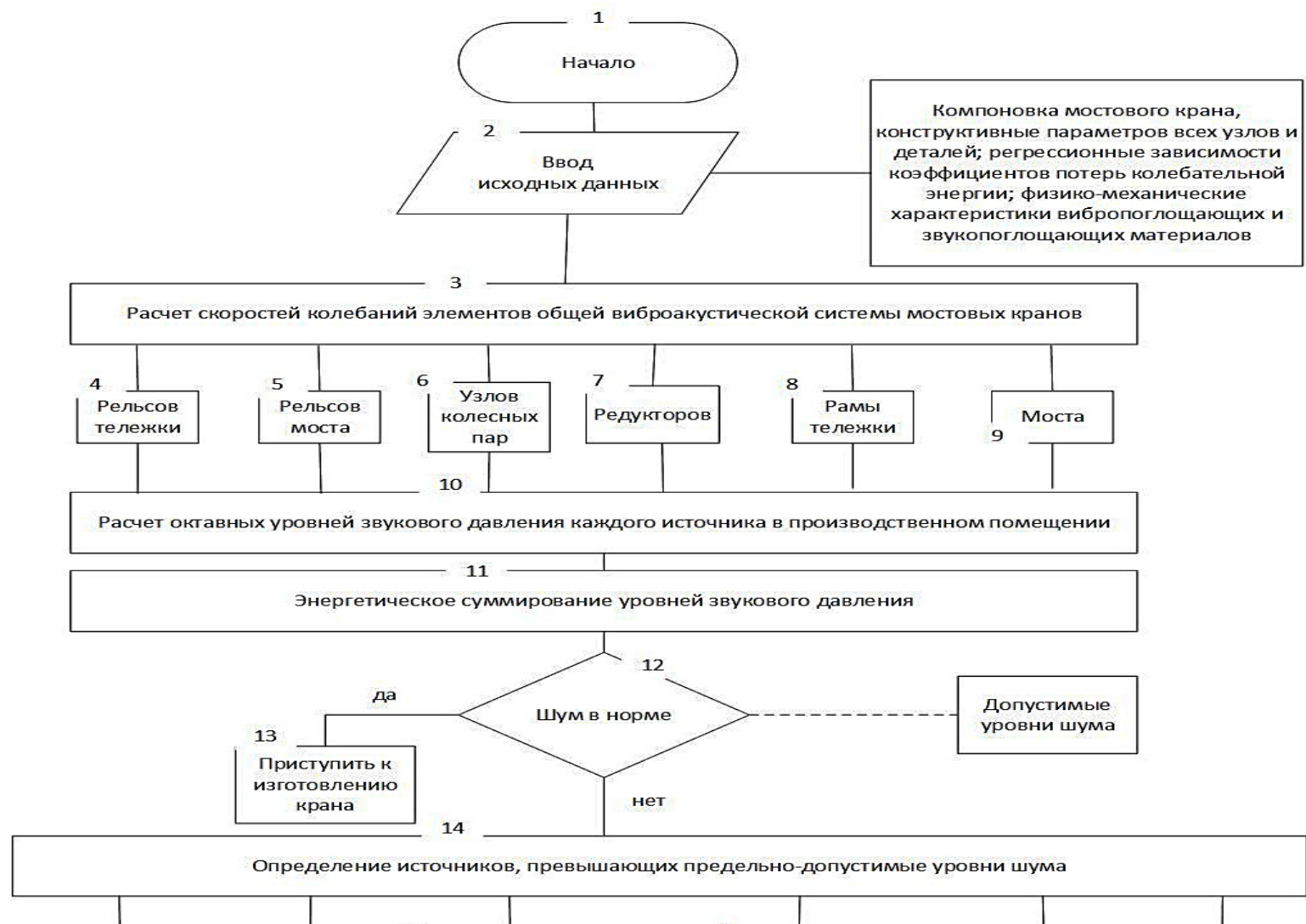


Рисунок 5.14 – Обеспечение акустической безопасности мостового крана на этапе проектирования (начало)



Рисунок 5.14 – Обеспечение акустической безопасности мостового крана на этапе проектирования (продолжение)

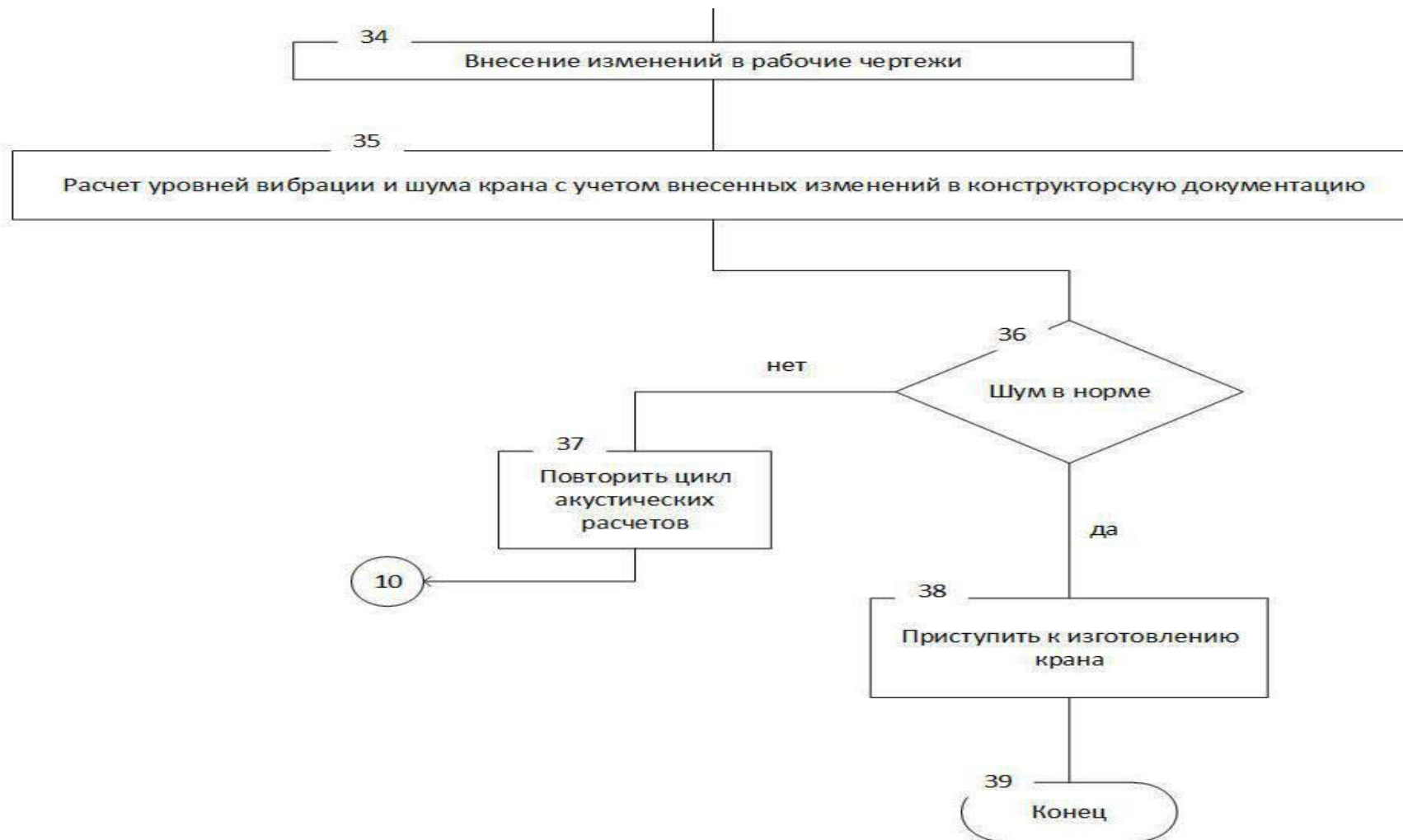


Рисунок 5.14 – Обеспечение акустической безопасности мостового крана на этапе проектирования (окончание)

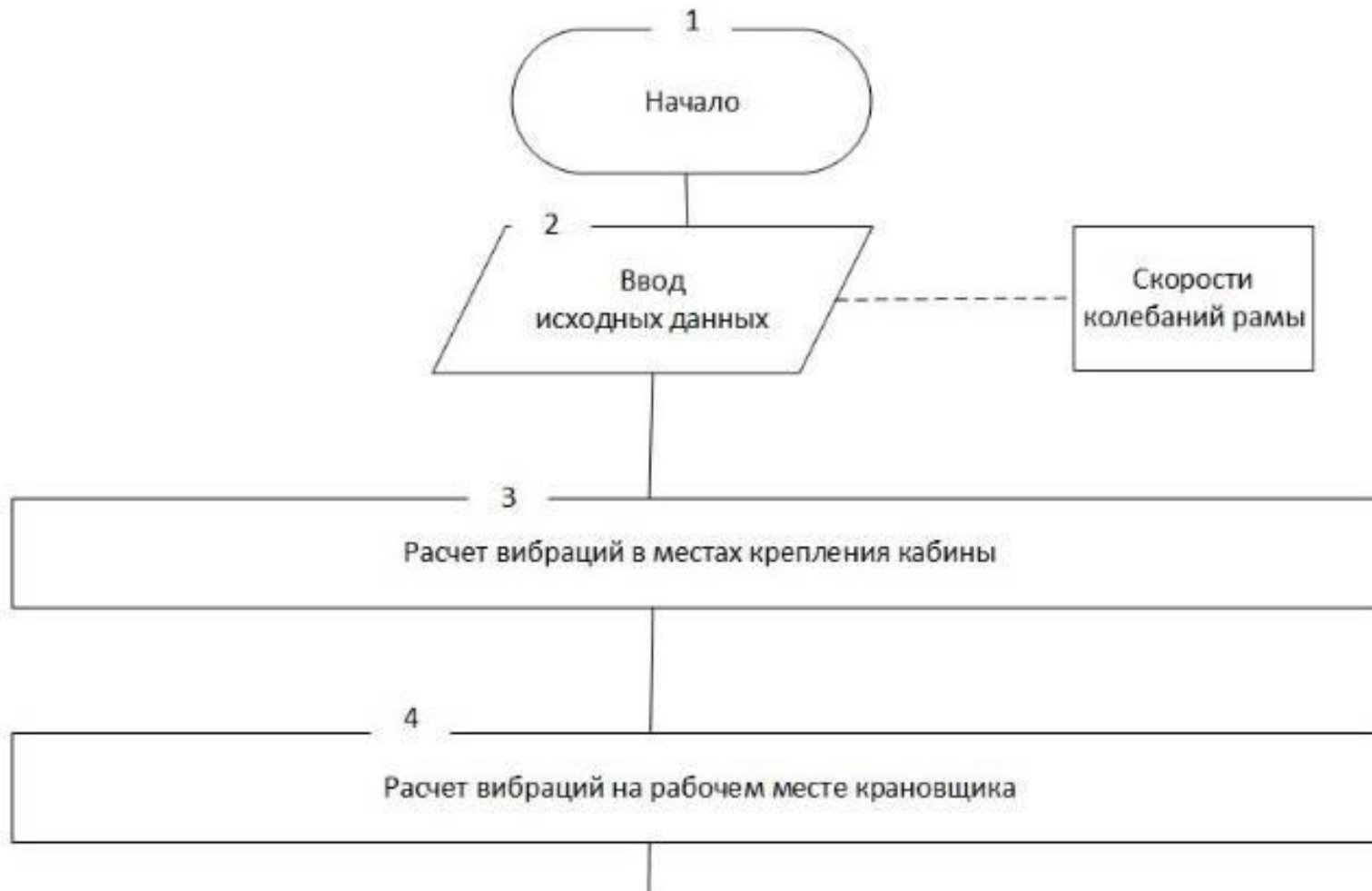


Рисунок 5.15 – Общий алгоритм обеспечения предельно-допустимых значений вибрации на рабочем месте крановщика мостового крана (начало)

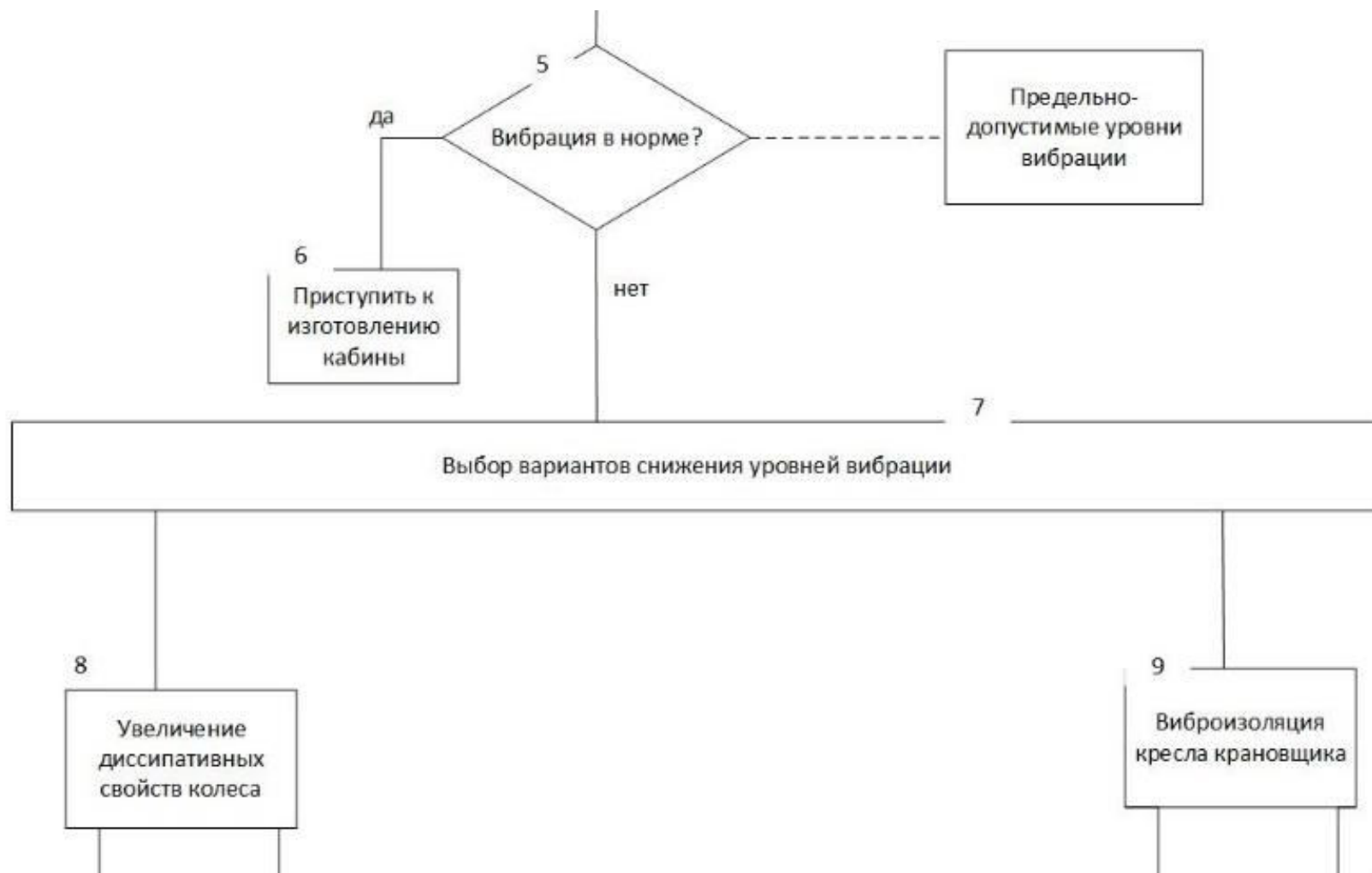


Рисунок 5.15 – Общий алгоритм обеспечения предельно-допустимых значений вибрации на рабочем месте крановщика мостового крана (продолжение)

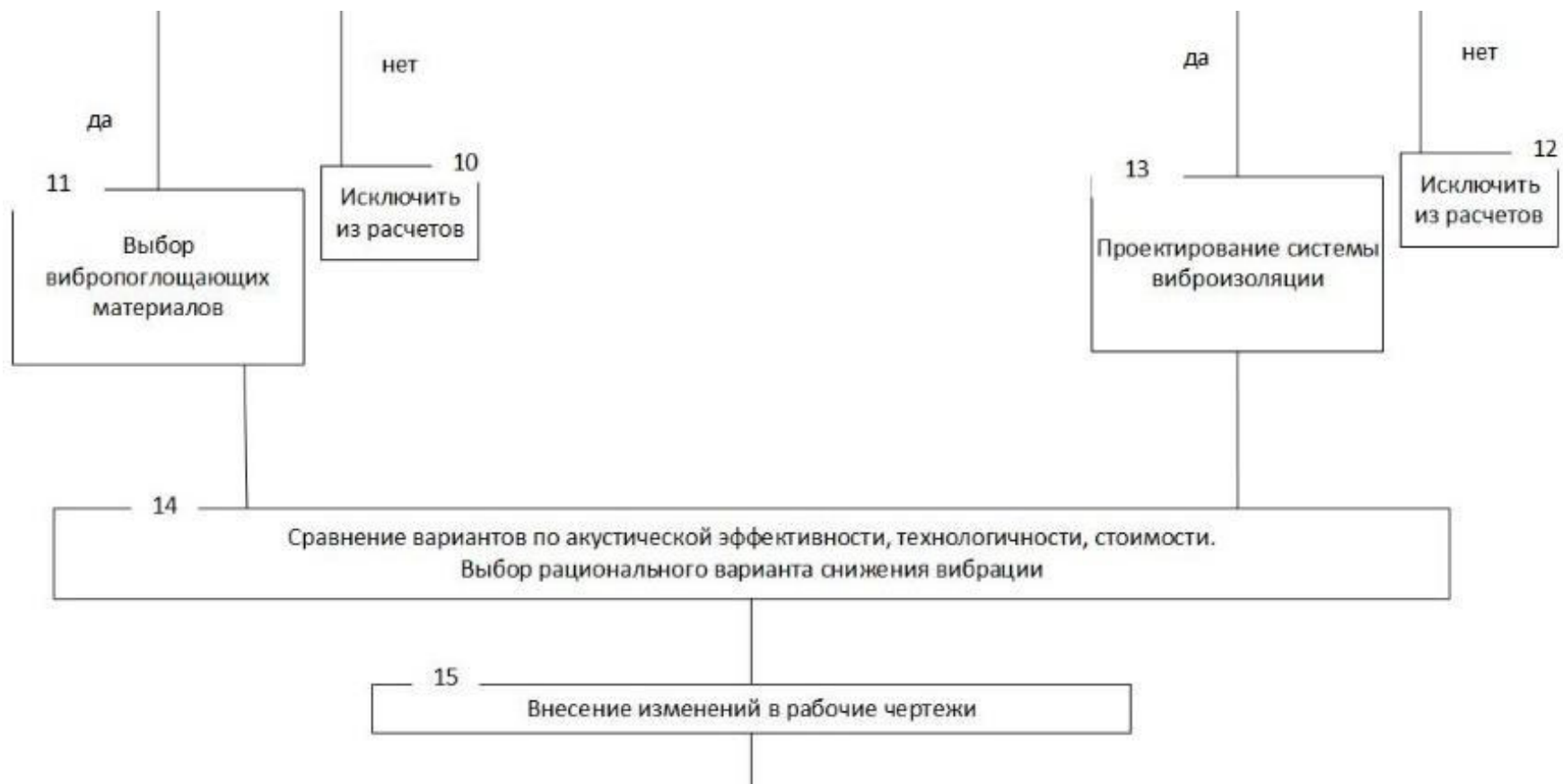


Рисунок 5.15 – Общий алгоритм обеспечения предельно-допустимых значений вибрации на рабочем месте крановщика мостового крана (*продолжение*)

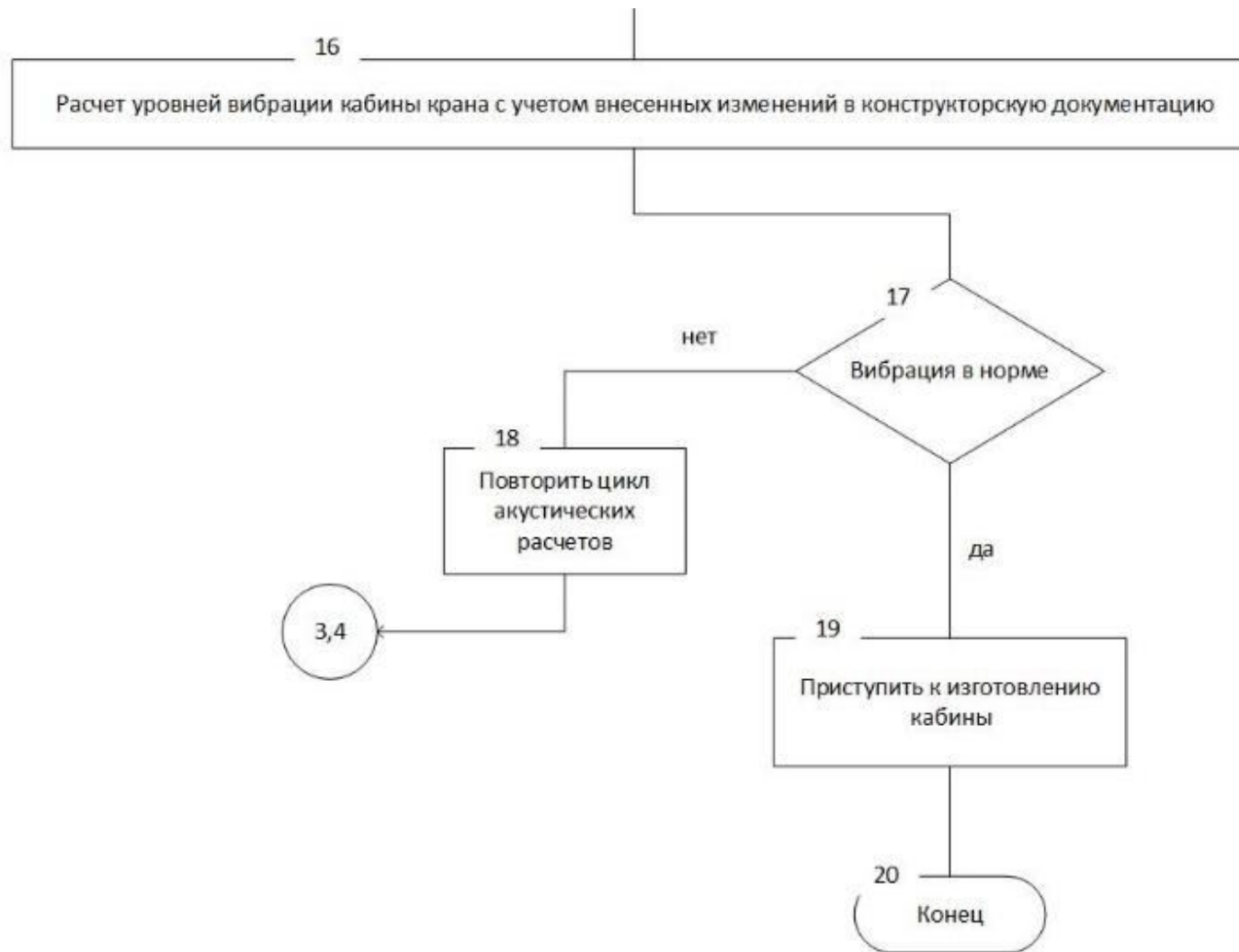


Рисунок 5.15 – Общий алгоритм обеспечения предельно-допустимых значений вибрации на рабочем месте крановщика мостового крана (окончание)

5.3. Расчет шума, излучаемого корпусными деталями редукторов

В общей акустической системе мостовых кранов одним из источников шума являются корпусные детали редукторов механизмов подъема и перемещения, излучающие звуковую энергию как во внутренний воздушный объем производственного помещения, так и на рабочее место крановщика.

Излучающие элементы представляют собой совокупность плоских пластин ограниченных размеров. Поэтому уровни звуковой мощности для каждой отдельной пластины корпуса находятся с помощью следующего выражения:

$$L_{w_1} = 20 \lg V_{mn}^2 + 10 \lg S + 146, \quad (5.15)$$

где V_{mn}^2 – скорость колебаний на собственной частоте, м/с, S – площадь соответствующей пластины, м².

Поскольку площади излучающих элементов известны, то практический расчет акустических характеристик сводится к определению скоростей колебаний, которые находятся из уравнения энергетического баланса, общий вид которого определяется следующим выражением [175]:

$$\sum_1^{K_1} (\delta_i S_i + \alpha_{i-j; j-i} l_{i-j}) q_i = \sum_1^{K_1} \alpha_{j-i; i-j} l_{j-i} q_i^2 + \sum_1^{K_2} N_i (1 - \eta_\Sigma), \quad (5.16)$$

где δ_i – коэффициенты поглощения энергии в стенках корпуса, м⁻¹; $\alpha_{i-j; j-i}$ – коэффициенты передачи между двумя соседними стенками корпуса; l_{i-j} – длина линии контакта между двумя пластинами, м; q_i – потоки вибрационной мощности в стенках корпуса, Вт/м; K_2 – количество подшипников в соответствующей стенке; N_i – вводимая, в корпус через подшипниковые узлы, вибромощность, Вт; S_i – площадь стенки, м²; η_Σ – суммарный коэффициент потерь колебательной энергии для подшипников.

Решение системы уравнений относительно потоков энергии определяется следующим образом [176]:

$$\begin{aligned}
& \delta_1 S_1 q_1 + \alpha_{12} l_{12} q_1 + \alpha_{13} l_{13} q_1 + \alpha_{14} l_{14} q_1 + \alpha_{15} l_{15} q_1 = \\
& = \alpha_{21} l_{12} q_2 + \alpha_{31} l_{13} q_3 + \alpha_{41} l_{14} q_4 + \alpha_{51} l_{15} q_5; \\
& \delta_2 S_2 q_2 + \alpha_{21} l_{12} q_2 + \alpha_{24} l_{24} q_2 + \alpha_{25} l_{25} q_2 + \alpha_{26} l_{26} q_2 (1 - \eta_n) = \\
& = \alpha_{12} l_{12} q_1 + \alpha_{42} l_{24} q_4 + \alpha_{52} l_{25} q_5 + \alpha_{62} l_{26} q_6 (1 - \eta_n); \\
& \delta_3 S_3 q_3 + \alpha_{31} l_{13} q_3 + \alpha_{34} l_{34} q_3 + \alpha_{35} l_{35} q_3 + \alpha_{37} l_{37} q_3 (1 - \eta_n) = \\
& = \alpha_{13} l_{13} q_1 + \alpha_{43} l_{34} q_4 + \alpha_{53} l_{35} q_5 + \alpha_{73} l_{37} q_7 (1 - \eta_n); \\
& \delta_4 S_4 q_4 + \alpha_{41} l_{14} q_4 + \alpha_{42} l_{24} q_4 + \alpha_{43} l_{34} q_4 + \alpha_{48} l_{48} q_4 (1 - \eta_n) = \\
& = \alpha_{14} l_{14} q_1 + \alpha_{24} l_{24} q_2 + \alpha_{34} l_{34} q_3 + \alpha_{84} l_{48} q_8 (1 - \eta_n) + \sum \pi R_i N_i (1 - \eta_i^*); \\
& \delta_5 S_5 q_5 + \alpha_{51} l_{15} q_5 + \alpha_{52} l_{25} q_5 + \alpha_{53} l_{35} q_5 + \alpha_{59} l_{59} q_5 (1 - \eta_n) = \\
& = \alpha_{15} l_{15} q_1 + \alpha_{25} l_{25} q_2 + \alpha_{35} l_{35} q_3 + \alpha_{95} l_{59} q_9 (1 - \eta_n) + \sum \pi R_i N_i (1 - \eta_i^*); \\
& \delta_6 S_6 q_6 + \alpha_{62} l_{26} q_6 (1 - \eta_n) + \alpha_{68} l_{68} q_6 + \alpha_{69} l_{69} q_6 + \alpha_{610} l_{610} q_6 = \\
& = \alpha_{26} l_{26} q_2 (1 - \eta_n) + \alpha_{86} l_{68} q_8 + \alpha_{96} l_{69} q_9 + \alpha_{106} l_{610} q_{10}; \\
& \delta_7 S_7 q_7 + \alpha_{73} l_{37} q_7 (1 - \eta_n) + \alpha_{78} l_{78} q_7 + \alpha_{79} l_{79} q_7 + \alpha_{710} l_{710} q_7 = \\
& = \alpha_{37} l_{37} q_3 (1 - \eta_n) + \alpha_{87} l_{78} q_8 + \alpha_{97} l_{79} q_9 + \alpha_{107} l_{710} q_{10}; \\
& \delta_8 S_8 q_8 + \alpha_{84} l_{48} q_8 (1 - \eta_n) + \alpha_{86} l_{68} q_8 + \alpha_{87} l_{78} q_8 + \alpha_{810} l_{810} q_8 = \\
& = \alpha_{48} l_{48} q_4 (1 - \eta_n) + \alpha_{68} l_{68} q_6 + \alpha_{78} l_{78} q_7 + \alpha_{108} l_{810} q_{10} + \sum \pi R_i N_i (1 - \eta_i^*); \\
& \delta_9 S_9 q_9 + \alpha_{95} l_{59} q_9 (1 - \eta_n) + \alpha_{96} l_{69} q_9 + \alpha_{97} l_{79} q_9 + \alpha_{910} l_{910} q_9 = \\
& = \alpha_{59} l_{59} q_5 (1 - \eta_n) + \alpha_{69} l_{69} q_6 + \alpha_{79} l_{79} q_7 + \alpha_{109} l_{910} q_{10} + \sum \pi R_i N_i (1 - \eta_i^*); \\
& \delta_{10} S_{10} q_{10} + \alpha_{106} l_{610} q_{10} + \alpha_{107} l_{710} q_{10} + \alpha_{108} l_{810} q_{10} + \alpha_{109} l_{910} q_{10} = \\
& = \alpha_{610} l_{610} q_6 + \alpha_{710} l_{710} q_7 + \alpha_{810} l_{810} q_8 + \alpha_{910} l_{910} q_9. \\
& \delta_{11} S_{11} q_{11} + \alpha_{113} \pi R_k q_{11} + \alpha_{1112} \pi R_k (1 - \eta_n) q_{11} = \\
& = \alpha_{311} \pi R_k q_3 + \alpha_{1211} \pi R_k (1 - \eta_n) q_{12} + \sum \pi R_i N_i; \\
& \delta_{12} S_{12} q_{12} + \alpha_{127} \pi R_k q_{12} + \alpha_{1211} \pi R_k (1 - \eta_n) q_{12} = \\
& = \alpha_{712} \pi R_k q_7 + \alpha_{1112} \pi R_k (1 - \eta_n) q_{11} + \sum \pi R_i N_i.
\end{aligned} \tag{5.17}$$

Приравняв уравнение к нулю, получим:

$$\begin{aligned}
& q_1 (\delta_1 S_1 + \alpha_{12} l_{12} + \alpha_{13} l_{13} + \alpha_{14} l_{14} + \alpha_{15} l_{15}) - \\
& - \alpha_{21} l_{12} q_2 - \alpha_{31} l_{13} q_3 - \alpha_{41} l_{14} q_4 - \alpha_{51} l_{15} q_5 = 0; \\
& q_2 (\delta_2 S_2 + \alpha_{21} l_{12} + \alpha_{24} l_{24} + \alpha_{25} l_{25} + \alpha_{26} l_{26} (1 - \eta_n)) - \\
& - \alpha_{12} l_{12} q_1 - \alpha_{42} l_{24} q_4 - \alpha_{52} l_{25} q_5 - \alpha_{62} l_{26} q_6 (1 - \eta_n) = 0; \\
& q_3 (\delta_3 S_3 + \alpha_{31} l_{13} + \alpha_{34} l_{34} + \alpha_{35} l_{35} + \alpha_{37} l_{37} (1 - \eta_n)) - \\
& - \alpha_{13} l_{13} q_1 - \alpha_{43} l_{34} q_4 - \alpha_{53} l_{35} q_5 - \alpha_{73} l_{37} q_7 (1 - \eta_n) = 0; \\
& q_4 (\delta_4 S_4 + \alpha_{41} l_{14} + \alpha_{42} l_{24} + \alpha_{43} l_{34} + \alpha_{48} l_{48} (1 - \eta_n)) -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\alpha_{14}l_{14}q_1 - \alpha_{24}l_{24}q_2 - \alpha_{34}l_{34}q_3 - \alpha_{84}l_{48}q_8(1-\eta_n) = \sum \pi R_i N_i(1-\eta_n^*); \\
& q_5(\delta_5 S_5 + \alpha_{51}l_{15} + \alpha_{52}l_{25} + \alpha_{53}l_{35} + \alpha_{59}l_{59}(1-\eta_n)) - \\
& -\alpha_{15}l_{15}q_1 - \alpha_{25}l_{25}q_2 - \alpha_{35}l_{35}q_3 - \alpha_{95}l_{59}q_9(1-\eta_n) = \sum \pi R_i N_i(1-\eta_n^*); \\
& q_6(\delta_6 S_6 + \alpha_{62}l_{26}(1-\eta_n) + \alpha_{68}l_{68} + \alpha_{69}l_{69} + \alpha_{610}l_{610}) - \\
& -\alpha_{26}l_{26}q_2(1-\eta_n) - \alpha_{86}l_{68}q_8 - \alpha_{96}l_{69}q_9 - \alpha_{106}l_{610}q_{10} = 0; \\
& q_7(\delta_7 S_7 + \alpha_{73}l_{37}(1-\eta_n) + \alpha_{78}l_{78} + \alpha_{79}l_{79} + \alpha_{710}l_{710}) - \\
& -\alpha_{37}l_{37}q_3(1-\eta_n) - \alpha_{87}l_{78}q_8 - \alpha_{97}l_{79}q_9 - \alpha_{107}l_{710}q_{10} = 0; \\
& q_8(\delta_8 S_8 + \alpha_{84}l_{48}(1-\eta_n) + \alpha_{86}l_{68} + \alpha_{87}l_{78} + \alpha_{810}l_{810}) - \\
& -\alpha_{48}l_{48}q_4(1-\eta_n) - \alpha_{68}l_{68}q_6 - \alpha_{78}l_{78}q_7 - \alpha_{108}l_{810}q_{10} = \sum \pi R_i N_i(1-\eta_n^*); \\
& q_9(\delta_9 S_9 + \alpha_{95}l_{59}(1-\eta_n) + \alpha_{96}l_{69} + \alpha_{97}l_{79} + \alpha_{910}l_{910}) - \\
& -\alpha_{59}l_{59}q_5(1-\eta_n) - \alpha_{69}l_{69}q_6 - \alpha_{79}l_{79}q_7 - \alpha_{109}l_{910}q_{10} = \sum \pi R_i N_i(1-\eta_n^*); \\
& q_{10}(\delta_{10} S_{10} + \alpha_{106}l_{610} + \alpha_{107}l_{710} + \alpha_{108}l_{810} + \alpha_{109}l_{910}) - \\
& -\alpha_{610}l_{610}q_6 - \alpha_{710}l_{710}q_7 - \alpha_{810}l_{810}q_8 - \alpha_{910}l_{910}q_9 = 0; \\
& q_{11}(\delta_{11} S_{11} + \alpha_{113}\pi R_k + \alpha_{1112}\pi R_k(1-\eta_n)) - \alpha_{311}\pi R_k q_3 - \\
& -\alpha_{1211}\pi R_k(1-\eta_n)q_{12} = \sum \pi R_i N_i; \\
& q_{12}(\delta_{12} S_{12} + \alpha_{127}\pi R_k + \alpha_{1211}\pi R_k(1-\eta_n)) - \alpha_{712}\pi R_k q_7 - \\
& -\alpha_{1112}\pi R_k(1-\eta_n)q_{11} = \sum \pi R_i N_i.
\end{aligned}$$

Примем, что K_i – это выражение в скобках, тогда:

$$\begin{aligned}
& q_1 K_1 - \alpha_{21}l_{12}q_2 - \alpha_{31}l_{13}q_3 - \alpha_{41}l_{14}q_4 - \alpha_{51}l_{15}q_5 = 0; \\
& q_2 K_2 - \alpha_{12}l_{12}q_1 - \alpha_{42}l_{24}q_4 - \alpha_{52}l_{25}q_5 - \alpha_{62}l_{26}q_6(1-\eta_n) = 0; \\
& q_3 K_3 - \alpha_{13}l_{13}q_1 - \alpha_{43}l_{34}q_4 - \alpha_{53}l_{35}q_5 - \alpha_{73}l_{37}q_7(1-\eta_n) = 0; \\
& q_4 K_4 - \alpha_{14}l_{14}q_1 - \alpha_{24}l_{24}q_2 - \alpha_{34}l_{34}q_3 - \alpha_{84}l_{48}q_8(1-\eta_n) = \sum \pi R_i N_i(1-\eta_n^*); \\
& q_5 K_5 - \alpha_{15}l_{15}q_1 - \alpha_{25}l_{25}q_2 - \alpha_{35}l_{35}q_3 - \alpha_{95}l_{59}q_9(1-\eta_n) = \sum \pi R_i N_i(1-\eta_n^*); \\
& q_6 K_6 - \alpha_{26}l_{26}q_2(1-\eta_n) - \alpha_{86}l_{68}q_8 - \alpha_{96}l_{69}q_9 - \alpha_{106}l_{610}q_{10} = 0; \\
& q_7 K_7 - \alpha_{37}l_{37}q_3(1-\eta_n) - \alpha_{87}l_{78}q_8 - \alpha_{97}l_{79}q_9 - \alpha_{107}l_{710}q_{10} = 0; \\
& q_8 K_8 - \alpha_{48}l_{48}q_4(1-\eta_n) - \alpha_{68}l_{68}q_6 - \alpha_{78}l_{78}q_7 - \alpha_{108}l_{810}q_{10} = \sum \pi R_i N_i(1-\eta_n^*); \\
& q_9 K_9 - \alpha_{59}l_{59}q_5(1-\eta_n) - \alpha_{69}l_{69}q_6 - \alpha_{79}l_{79}q_7 - \alpha_{109}l_{910}q_{10} = \sum \pi R_i N_i(1-\eta_n^*); \\
& q_{10} K_{10} - \alpha_{610}l_{610}q_6 - \alpha_{710}l_{710}q_7 - \alpha_{810}l_{810}q_8 - \alpha_{910}l_{910}q_9 = 0; \\
& q_{11} K_{11} - \alpha_{311}\pi R_k q_3 - \alpha_{1211}\pi R_k(1-\eta_n)q_{12} = \sum \pi R_i N_i; \\
& q_{12} K_{12} - \alpha_{712}\pi R_k q_7 - \alpha_{1112}\pi R_k(1-\eta_n)q_{11} = \sum \pi R_i N_i.
\end{aligned} \tag{5.18}$$

Приведем полученные выражения к матрице:

$$\begin{array}{c}
 \left(\begin{array}{cccccccccc}
 K_1 & -\alpha_{21}l_{12} & -\alpha_{31}l_{13} & -\alpha_{41}l_{14} & -\alpha_{51}l_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 -\alpha_{12}l_{12} & K_2 & 0 & -\alpha_{42}l_{24} & -\alpha_{52}l_{25} & -\alpha_{62}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 -\alpha_{13}l_{13} & 0 & K_3 & -\alpha_{43}l_{34} & -\alpha_{53}l_{35} & 0 & -\alpha_{73}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 \\
 -\alpha_{14}l_{14} & -\alpha_{24}l_{24} & -\alpha_{34}l_{34} & K_4 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{84}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & 0 \\
 -\alpha_{15}l_{15} & -\alpha_{25}l_{25} & -\alpha_{35}l_{35} & 0 & K_5 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{95}l_{59}(1-\eta_n) & 0 \\
 0 & -\alpha_{26}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_6 & 0 & -\alpha_{86}l_{68} & -\alpha_{96}l_{69} & -\alpha_{106}l_{610} \\
 0 & 0 & -\alpha_{37}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_7 & -\alpha_{87}l_{78} & -\alpha_{97}l_{79} & -\alpha_{107}l_{710} \\
 0 & 0 & 0 & -\alpha_{48}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & -\alpha_{68}l_{68} & -\alpha_{78}l_{78} & K_8 & 0 & -\alpha_{108}l_{810} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{59}l_{59}(1-\eta_n) & -\alpha_{69}l_{69} & -\alpha_{79}l_{79} & 0 & K_9 & -\alpha_{109}l_{910} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{610}l_{610} & -\alpha_{710}l_{710} & -\alpha_{810}l_{810} & -\alpha_{910}l_{910} & K_{10}
 \end{array} \right) \times \\
 \times \begin{array}{c}
 \left(\begin{array}{c}
 q_1 \\
 q_2 \\
 q_3 \\
 q_4 \\
 q_5 \\
 q_6 \\
 q_7 \\
 q_8 \\
 q_9 \\
 q_{10}
 \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c}
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 \sum \pi R_i N_i (1 - \eta_i^*) \\
 \sum \pi R_i N_i (1 - \eta_i^*) \\
 0 \\
 0 \\
 \sum \pi R_i N_i (1 - \eta_i^*) \\
 \sum \pi R_i N_i (1 - \eta_i^*) \\
 0
 \end{array} \right);
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{pmatrix}
K_1 & -\alpha_{21}l_{12} & -\alpha_{31}l_{13} & -\alpha_{41}l_{14} & -\alpha_{51}l_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-\alpha_{12}l_{12} & K_2 & 0 & -\alpha_{42}l_{24} & -\alpha_{52}l_{25} & -\alpha_{62}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-\alpha_{13}l_{13} & 0 & K_3 & -\alpha_{43}l_{34} & -\alpha_{53}l_{35} & 0 & -\alpha_{73}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-\alpha_{14}l_{14} & -\alpha_{24}l_{24} & -\alpha_{34}l_{34} & K_4 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{84}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-\alpha_{15}l_{15} & -\alpha_{25}l_{25} & -\alpha_{35}l_{35} & 0 & K_5 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{95}l_{59}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 \\
0 & -\alpha_{26}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_6 & 0 & -\alpha_{86}l_{68} & -\alpha_{96}l_{69} & -\alpha_{106}l_{610} & 0 & 0 \\
0 & 0 & -\alpha_{37}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_7 & -\alpha_{87}l_{78} & -\alpha_{97}l_{79} & -\alpha_{107}l_{107} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -\alpha_{48}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & -\alpha_{68}l_{68} & -\alpha_{78}l_{78} & K_8 & 0 & -\alpha_{108}l_{810} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{59}l_{59}(1-\eta_n) & -\alpha_{69}l_{69} & -\alpha_{79}l_{79} & 0 & K_9 & -\alpha_{109}l_{910} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{610}l_{610} & -\alpha_{710}l_{710} & -\alpha_{810}l_{810} & -\alpha_{910}l_{910} & K_{10} & 0 & 0 \\
0 & 0 & -\alpha_{311}\pi R_k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{11} & -\alpha_{1211}\pi R_k(1-\eta_n) \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{712}\pi R_k & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{712}\pi R_k(1-\eta_n) & K_{12}
\end{pmatrix} \times$$

$$\begin{pmatrix}
q_1 \\
q_2 \\
q_3 \\
q_4 \\
q_5 \\
q_6 \\
q_7 \\
q_8 \\
q_9 \\
q_{10} \\
q_{11} \\
q_{12}
\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}
0 \\
0 \\
0 \\
\sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) \\
\sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) \\
0 \\
0 \\
\sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) \\
\sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) \\
0 \\
\sum \pi R_i N_i \\
\sum \pi R_i N_i
\end{pmatrix} .$$

$$q_1 = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccccc} 0 & -\alpha_{21}l_{12} & -\alpha_{31}l_{13} & -\alpha_{41}l_{14} & -\alpha_{51}l_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_2 & 0 & -\alpha_{42}l_{24} & -\alpha_{52}l_{25} & -\alpha_{62}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_3 & -\alpha_{43}l_{34} & -\alpha_{53}l_{35} & 0 & -\alpha_{73}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 \\ \sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) & -\alpha_{24}l_{24} & -\alpha_{34}l_{34} & K_4 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{84}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & 0 \\ \sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) & -\alpha_{25}l_{25} & -\alpha_{35}l_{35} & 0 & K_5 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{95}l_{59}(1-\eta_n) & 0 \\ 0 & -\alpha_{26}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_6 & 0 & -\alpha_{86}l_{68} & -\alpha_{96}l_{69} & -\alpha_{106}l_{610} \\ 0 & 0 & -\alpha_{37}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_7 & -\alpha_{87}l_{78} & -\alpha_{97}l_{79} & -\alpha_{107}l_{107} \\ \sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) & 0 & 0 & -\alpha_{48}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & -\alpha_{68}l_{68} & -\alpha_{78}l_{78} & K_8 & 0 & -\alpha_{108}l_{810} \\ \sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{59}l_{59}(1-\eta_n) & -\alpha_{69}l_{69} & -\alpha_{79}l_{79} & 0 & K_9 & -\alpha_{109}l_{910} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{610}l_{610} & -\alpha_{710}l_{710} & -\alpha_{810}l_{810} & -\alpha_{910}l_{910} & K_{10} \end{array} \\ \hline \begin{array}{cccccccccc} K_1 & -\alpha_{21}l_{12} & -\alpha_{31}l_{13} & -\alpha_{41}l_{14}q_4 & -\alpha_{51}l_{15}q_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{12}l_{12} & K_2 & 0 & -\alpha_{42}l_{24} & -\alpha_{52}l_{25} & -\alpha_{62}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{13}l_{13} & 0 & K_3 & -\alpha_{43}l_{34} & -\alpha_{53}l_{35} & 0 & -\alpha_{73}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{14}l_{14} & -\alpha_{24}l_{24} & -\alpha_{34}l_{34} & K_4 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{84}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & 0 \\ -\alpha_{15}l_{15} & -\alpha_{25}l_{25} & -\alpha_{35}l_{35} & 0 & K_5 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{95}l_{59}(1-\eta_n) & 0 \\ 0 & -\alpha_{26}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_6 & 0 & -\alpha_{86}l_{68} & -\alpha_{96}l_{69} & -\alpha_{106}l_{610} \\ 0 & 0 & -\alpha_{37}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_7 & -\alpha_{87}l_{78} & -\alpha_{97}l_{79} & -\alpha_{107}l_{107} \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha_{48}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & -\alpha_{68}l_{68} & -\alpha_{78}l_{78} & K_8 & 0 & -\alpha_{108}l_{810} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{59}l_{59}(1-\eta_n) & -\alpha_{69}l_{69} & -\alpha_{79}l_{79} & 0 & K_9 & -\alpha_{109}l_{910} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{610}l_{610} & -\alpha_{710}l_{710} & -\alpha_{810}l_{810} & -\alpha_{910}l_{910} & K_{10} \end{array} \end{array}$$

$$q_2 = \frac{\begin{array}{cccccccccc} K_1 & 0 & -\alpha_{31}l_{13} & -\alpha_{41}l_{14} & -\alpha_{51}l_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{12}l_{12} & 0 & 0 & -\alpha_{42}l_{24} & -\alpha_{52}l_{25} & -\alpha_{62}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{13}l_{13} & 0 & K_3 & -\alpha_{43}l_{34} & -\alpha_{53}l_{35} & 0 & -\alpha_{73}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{14}l_{14} & \sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) & -\alpha_{34}l_{34} & K_4 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{84}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & 0 \\ -\alpha_{15}l_{15} & \sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) & -\alpha_{35}l_{35} & 0 & K_5 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{95}l_{59}(1-\eta_n) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_6 & 0 & -\alpha_{86}l_{68} & -\alpha_{96}l_{69} & -\alpha_{106}l_{610} \\ 0 & 0 & -\alpha_{37}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_7 & -\alpha_{87}l_{78} & -\alpha_{97}l_{79} & -\alpha_{107}l_{107} \\ 0 & \sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) & 0 & -\alpha_{48}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & -\alpha_{68}l_{68} & -\alpha_{78}l_{78} & K_8 & 0 & -\alpha_{108}l_{810} \\ 0 & \sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) & 0 & 0 & -\alpha_{59}l_{59}(1-\eta_n) & -\alpha_{69}l_{69} & -\alpha_{79}l_{79} & 0 & K_9 & -\alpha_{109}l_{910} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{610}l_{610} & -\alpha_{710}l_{710} & -\alpha_{810}l_{810} & -\alpha_{910}l_{910} & K_{10} \end{array}}{\begin{array}{cccccccccc} K_1 & -\alpha_{21}l_{12} & -\alpha_{31}l_{13} & -\alpha_{41}l_{14} & -\alpha_{51}l_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{12}l_{12} & K_2 & 0 & -\alpha_{42}l_{24} & -\alpha_{52}l_{25} & -\alpha_{62}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{13}l_{13} & 0 & K_3 & -\alpha_{43}l_{34} & -\alpha_{53}l_{35} & 0 & -\alpha_{73}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{14}l_{14} & -\alpha_{24}l_{24} & -\alpha_{34}l_{34} & K_4 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{84}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & 0 \\ -\alpha_{15}l_{15} & -\alpha_{25}l_{25} & -\alpha_{35}l_{35} & 0 & K_5 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{95}l_{59}(1-\eta_n) & 0 \\ 0 & -\alpha_{26}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_6 & 0 & -\alpha_{86}l_{68} & -\alpha_{96}l_{69} & -\alpha_{106}l_{610} \\ 0 & 0 & -\alpha_{37}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_7 & -\alpha_{87}l_{78} & -\alpha_{97}l_{79} & -\alpha_{107}l_{107} \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha_{48}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & -\alpha_{68}l_{68} & -\alpha_{78}l_{78} & K_8 & 0 & -\alpha_{108}l_{810} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{59}l_{59}(1-\eta_n) & -\alpha_{69}l_{69} & -\alpha_{79}l_{79} & 0 & K_9 & -\alpha_{109}l_{910} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{610}l_{610} & -\alpha_{710}l_{710} & -\alpha_{810}l_{810} & -\alpha_{910}l_{910} & K_{10} \end{array}}$$

$$q_3 = \begin{pmatrix} K_1 & -\alpha_{21}l_{12} & 0 & -\alpha_{41}l_{14} & -\alpha_{51}l_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{12}l_{12} & K_2 & 0 & -\alpha_{42}l_{24} & -\alpha_{52}l_{25} & -\alpha_{62}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{13}l_{13} & 0 & 0 & -\alpha_{43}l_{34} & -\alpha_{53}l_{35} & 0 & -\alpha_{73}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{14}l_{14} & -\alpha_{24}l_{24} & \sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) & K_4 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{84}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & 0 \\ -\alpha_{15}l_{15} & -\alpha_{25}l_{25} & \sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) & 0 & K_5 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{95}l_{59}(1-\eta_n) & 0 \\ 0 & -\alpha_{26}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_6 & 0 & -\alpha_{86}l_{68} & -\alpha_{96}l_{69} & -\alpha_{106}l_{610} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_7 & -\alpha_{87}l_{78} & -\alpha_{97}l_{79} & -\alpha_{107}l_{107} \\ 0 & 0 & \sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) & -\alpha_{48}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & -\alpha_{68}l_{68} & -\alpha_{78}l_{78} & K_8 & 0 & -\alpha_{108}l_{810} \\ 0 & 0 & \sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) & 0 & -\alpha_{59}l_{59}(1-\eta_n) & -\alpha_{69}l_{69} & -\alpha_{79}l_{79} & 0 & K_9 & -\alpha_{109}l_{910} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{610}l_{610} & -\alpha_{710}l_{710} & -\alpha_{810}l_{810} & -\alpha_{910}l_{910} & K_{10} \end{pmatrix}.$$

$$q_3 = \begin{pmatrix} K_1 & -\alpha_{21}l_{12} & -\alpha_{31}l_{13} & -\alpha_{41}l_{14} & -\alpha_{51}l_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{12}l_{12} & K_2 & 0 & -\alpha_{42}l_{24} & -\alpha_{52}l_{25} & -\alpha_{62}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{13}l_{13} & 0 & K_3 & -\alpha_{43}l_{34} & -\alpha_{53}l_{35} & 0 & -\alpha_{73}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{14}l_{14} & -\alpha_{24}l_{24} & -\alpha_{34}l_{34} & K_4 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{84}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & 0 \\ -\alpha_{15}l_{15} & -\alpha_{25}l_{25} & -\alpha_{35}l_{35} & 0 & K_5 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{95}l_{59}(1-\eta_n) & 0 \\ 0 & -\alpha_{26}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_6 & 0 & -\alpha_{86}l_{68} & -\alpha_{96}l_{69} & -\alpha_{106}l_{610} \\ 0 & 0 & -\alpha_{37}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_7 & -\alpha_{87}l_{78} & -\alpha_{97}l_{79} & -\alpha_{107}l_{107} \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha_{48}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & -\alpha_{68}l_{68} & -\alpha_{78}l_{78} & K_8 & 0 & -\alpha_{108}l_{810} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{59}l_{59}(1-\eta_n) & -\alpha_{69}l_{69} & -\alpha_{79}l_{79} & 0 & K_9 & -\alpha_{109}l_{910} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{610}l_{610} & -\alpha_{710}l_{710} & -\alpha_{810}l_{810} & -\alpha_{910}l_{910} & K_{10} \end{pmatrix}.$$

$$q_4 = \begin{array}{c} \left| \begin{array}{cccccccccc} K_1 & -\alpha_{21}l_{12} & -\alpha_{31}l_{13} & 0 & -\alpha_{51}l_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{12}l_{12} & K_2 & 0 & 0 & -\alpha_{52}l_{25} & -\alpha_{62}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{13}l_{13} & 0 & K_3 & 0 & -\alpha_{53}l_{35} & 0 & -\alpha_{73}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{14}l_{14} & -\alpha_{24}l_{24} & -\alpha_{34}l_{34} & \sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{84}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & 0 \\ -\alpha_{15}l_{15} & -\alpha_{25}l_{25} & -\alpha_{35}l_{35} & \sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) & K_5 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{95}l_{59}(1-\eta_n) & 0 \\ 0 & -\alpha_{26}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_6 & 0 & -\alpha_{86}l_{68} & -\alpha_{96}l_{69} & -\alpha_{106}l_{610} \\ 0 & 0 & -\alpha_{37}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_7 & -\alpha_{87}l_{78} & -\alpha_{97}l_{79} & -\alpha_{107}l_{107} \\ 0 & 0 & 0 & \sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) & 0 & -\alpha_{68}l_{68} & -\alpha_{78}l_{78} & K_8 & 0 & -\alpha_{108}l_{810} \\ 0 & 0 & 0 & \sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) & -\alpha_{59}l_{59}(1-\eta_n) & -\alpha_{69}l_{69} & -\alpha_{79}l_{79} & 0 & K_9 & -\alpha_{109}l_{910} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{610}l_{610} & -\alpha_{710}l_{710} & -\alpha_{810}l_{810} & -\alpha_{910}l_{910} & K_{10} \end{array} \right| \\ \left| \begin{array}{cccccccccc} K_1 & -\alpha_{21}l_{12} & -\alpha_{31}l_{13} & -\alpha_{41}l_{14} & -\alpha_{51}l_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{12}l_{12} & K_2 & 0 & -\alpha_{42}l_{24} & -\alpha_{52}l_{25} & -\alpha_{62}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{13}l_{13} & 0 & K_3 & -\alpha_{43}l_{34} & -\alpha_{53}l_{35} & 0 & -\alpha_{73}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{14}l_{14} & -\alpha_{24}l_{24} & -\alpha_{34}l_{34} & K_4 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{84}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & 0 \\ -\alpha_{15}l_{15} & -\alpha_{25}l_{25} & -\alpha_{35}l_{35} & 0 & K_5 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{95}l_{59}(1-\eta_n) & 0 \\ 0 & -\alpha_{26}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_6 & 0 & -\alpha_{86}l_{68} & -\alpha_{96}l_{69} & -\alpha_{106}l_{610} \\ 0 & 0 & -\alpha_{37}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_7 & -\alpha_{87}l_{78} & -\alpha_{97}l_{79} & -\alpha_{107}l_{107} \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha_{48}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & -\alpha_{68}l_{68} & -\alpha_{78}l_{78} & K_8 & 0 & -\alpha_{108}l_{810} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{59}l_{59}(1-\eta_n) & -\alpha_{69}l_{69} & -\alpha_{79}l_{79} & 0 & K_9 & -\alpha_{109}l_{910} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{610}l_{610} & -\alpha_{710}l_{710} & -\alpha_{810}l_{810} & -\alpha_{910}l_{910} & K_{10} \end{array} \right| \end{array}$$

$$q_5 = \left[\begin{array}{cccccccccc} K_1 & -\alpha_{21}l_{12} & -\alpha_{31}l_{13} & -\alpha_{41}l_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{12}l_{12} & K_2 & 0 & -\alpha_{42}l_{24} & 0 & -\alpha_{62}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{13}l_{13} & 0 & K_3 & -\alpha_{43}l_{34} & 0 & 0 & -\alpha_{73}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{14}l_{14} & -\alpha_{24}l_{24} & -\alpha_{34}l_{34} & K_4 & \sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) & 0 & 0 & -\alpha_{84}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & 0 \\ -\alpha_{15}l_{15} & -\alpha_{25}l_{25} & -\alpha_{35}l_{35} & 0 & \sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{95}l_{59}(1-\eta_n) & 0 \\ 0 & -\alpha_{26}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_6 & 0 & -\alpha_{86}l_{68} & -\alpha_{96}l_{69} & -\alpha_{106}l_{610} \\ 0 & 0 & -\alpha_{37}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_7 & -\alpha_{87}l_{78} & -\alpha_{97}l_{79} & -\alpha_{107}l_{107} \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha_{48}l_{48}(1-\eta_n) & \sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) & -\alpha_{68}l_{68} & -\alpha_{78}l_{78} & K_8 & 0 & -\alpha_{108}l_{810} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) & -\alpha_{69}l_{69} & -\alpha_{79}l_{79} & 0 & K_9 & -\alpha_{109}l_{910} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{610}l_{610} & -\alpha_{710}l_{710} & -\alpha_{810}l_{810} & -\alpha_{910}l_{910} & K_{10} \end{array} \right],$$

$$q_5 = \left[\begin{array}{cccccccccc} K_1 & -\alpha_{21}l_{12} & -\alpha_{31}l_{13} & -\alpha_{41}l_{14} & -\alpha_{51}l_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{12}l_{12} & K_2 & 0 & -\alpha_{42}l_{24} & -\alpha_{52}l_{25} & -\alpha_{62}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{13}l_{13} & 0 & K_3 & -\alpha_{43}l_{34} & -\alpha_{53}l_{35} & 0 & -\alpha_{73}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{14}l_{14} & -\alpha_{24}l_{24} & -\alpha_{34}l_{34} & K_4 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{84}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & 0 \\ -\alpha_{15}l_{15} & -\alpha_{25}l_{25} & -\alpha_{35}l_{35} & 0 & K_5 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{95}l_{59}(1-\eta_n) & 0 \\ 0 & -\alpha_{26}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_6 & 0 & -\alpha_{86}l_{68} & -\alpha_{96}l_{69} & -\alpha_{106}l_{610} \\ 0 & 0 & -\alpha_{37}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_7 & -\alpha_{87}l_{78} & -\alpha_{97}l_{79} & -\alpha_{107}l_{107} \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha_{48}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & -\alpha_{68}l_{68} & -\alpha_{78}l_{78} & K_8 & 0 & -\alpha_{108}l_{810} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{59}l_{59}(1-\eta_n) & -\alpha_{69}l_{69} & -\alpha_{79}l_{79} & 0 & K_9 & -\alpha_{109}l_{910} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{610}l_{610} & -\alpha_{710}l_{710} & -\alpha_{810}l_{810} & -\alpha_{910}l_{910} & K_{10} \end{array} \right],$$

$$q_6 = \begin{array}{c} \left[\begin{array}{cccccccccccc} K_1 & -\alpha_{21}l_{12} & -\alpha_{31}l_{13} & -\alpha_{41}l_{14} & -\alpha_{51}l_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{12}l_{12} & K_2 & 0 & -\alpha_{42}l_{24} & -\alpha_{52}l_{25} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{13}l_{13} & 0 & K_3 & -\alpha_{43}l_{34} & -\alpha_{53}l_{35} & 0 & -\alpha_{73}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{14}l_{14} & -\alpha_{24}l_{24} & -\alpha_{34}l_{34} & K_4 & 0 & \sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) & 0 & -\alpha_{84}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & 0 \\ -\alpha_{15}l_{15} & -\alpha_{25}l_{25} & -\alpha_{35}l_{35} & 0 & K_5 & \sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) & 0 & 0 & -\alpha_{95}l_{59}q_9(1-\eta_n) & 0 \\ 0 & -\alpha_{26}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{86}l_{68} & -\alpha_{96}l_{69} & -\alpha_{106}l_{610} \\ 0 & 0 & -\alpha_{37}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_7 & -\alpha_{87}l_{78} & -\alpha_{97}l_{79} & -\alpha_{107}l_{107} \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha_{48}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & \sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) & -\alpha_{78}l_{78} & K_8 & 0 & -\alpha_{108}l_{810} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{59}l_{59}(1-\eta_n) & \sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) & -\alpha_{79}l_{79} & 0 & K_9 & -\alpha_{109}l_{910} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{710}l_{710} & -\alpha_{810}l_{810} & -\alpha_{910}l_{910} & K_{10} \end{array} \right] \\ \left[\begin{array}{cccccccccccc} K_1 & -\alpha_{21}l_{12} & -\alpha_{31}l_{13} & -\alpha_{41}l_{14} & -\alpha_{51}l_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{12}l_{12} & K_2 & 0 & -\alpha_{42}l_{24} & -\alpha_{52}l_{25} & -\alpha_{62}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{13}l_{13} & 0 & K_3 & -\alpha_{43}l_{34} & -\alpha_{53}l_{35} & 0 & -\alpha_{73}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{14}l_{14} & -\alpha_{24}l_{24} & -\alpha_{34}l_{34} & K_4 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{84}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & 0 \\ -\alpha_{15}l_{15} & -\alpha_{25}l_{25} & -\alpha_{35}l_{35} & 0 & K_5 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{95}l_{59}(1-\eta_n) & 0 \\ 0 & -\alpha_{26}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_6 & 0 & -\alpha_{86}l_{68} & -\alpha_{96}l_{69} & -\alpha_{106}l_{610} \\ 0 & 0 & -\alpha_{37}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_7 & -\alpha_{87}l_{78} & -\alpha_{97}l_{79} & -\alpha_{107}l_{107} \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha_{48}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & -\alpha_{68}l_{68} & -\alpha_{78}l_{78} & K_8 & 0 & -\alpha_{108}l_{810} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{59}l_{59}(1-\eta_n) & -\alpha_{69}l_{69} & -\alpha_{79}l_{79} & 0 & K_9 & -\alpha_{109}l_{910} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{610}l_{610} & -\alpha_{710}l_{710} & -\alpha_{810}l_{810} & -\alpha_{910}l_{910} & K_{10} \end{array} \right] \end{array}$$

$$q_7 = \left(\begin{array}{cccccccccc} K_1 & -\alpha_{21}l_{12} & -\alpha_{31}l_{13} & -\alpha_{41}l_{14} & -\alpha_{51}l_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{12}l_{12} & K_2 & 0 & -\alpha_{42}l_{24} & -\alpha_{52}l_{25} & -\alpha_{62}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{13}l_{13} & 0 & K_3 & -\alpha_{43}l_{34} & -\alpha_{53}l_{35} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{14}l_{14} & -\alpha_{24}l_{24} & -\alpha_{34}l_{34} & K_4 & 0 & 0 & \sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) & -\alpha_{84}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & 0 \\ -\alpha_{15}l_{15} & -\alpha_{25}l_{25} & -\alpha_{35}l_{35} & 0 & K_5 & 0 & \sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) & 0 & -\alpha_{95}l_{59}(1-\eta_n) & 0 \\ 0 & -\alpha_{26}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_6 & 0 & -\alpha_{86}l_{68} & -\alpha_{96}l_{69} & -\alpha_{106}l_{610} \\ 0 & 0 & -\alpha_{37}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{87}l_{78} & -\alpha_{97}l_{79} & -\alpha_{107}l_{107} \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha_{48}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & -\alpha_{68}l_{68} & \sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) & K_8 & 0 & -\alpha_{108}l_{810} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{59}l_{59}(1-\eta_n) & -\alpha_{69}l_{69} & \sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) & 0 & K_9 & -\alpha_{109}l_{910} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{610}l_{610} & 0 & -\alpha_{810}l_{810} & -\alpha_{910}l_{910} & K_{10} \end{array} \right),$$

$$\left(\begin{array}{cccccccccc} K_1 & -\alpha_{21}l_{12} & -\alpha_{31}l_{13} & -\alpha_{41}l_{14} & -\alpha_{51}l_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{12}l_{12} & K_2 & 0 & -\alpha_{42}l_{24} & -\alpha_{52}l_{25} & -\alpha_{62}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{13}l_{13} & 0 & K_3 & -\alpha_{43}l_{34} & -\alpha_{53}l_{35} & 0 & -\alpha_{73}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{14}l_{14} & -\alpha_{24}l_{24} & -\alpha_{34}l_{34} & K_4 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{84}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & 0 \\ -\alpha_{15}l_{15} & -\alpha_{25}l_{25} & -\alpha_{35}l_{35} & 0 & K_5 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{95}l_{59}(1-\eta_n) & 0 \\ 0 & -\alpha_{26}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_6 & 0 & -\alpha_{86}l_{68} & -\alpha_{96}l_{69} & -\alpha_{106}l_{610} \\ 0 & 0 & -\alpha_{37}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_7 & -\alpha_{87}l_{78} & -\alpha_{97}l_{79} & -\alpha_{107}l_{107} \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha_{48}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & -\alpha_{68}l_{68} & -\alpha_{78}l_{78} & K_8 & 0 & -\alpha_{108}l_{810} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{59}l_{59}(1-\eta_n) & -\alpha_{69}l_{69} & -\alpha_{79}l_{79} & 0 & K_9 & -\alpha_{109}l_{910} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{610}l_{610} & -\alpha_{710}l_{710} & -\alpha_{810}l_{810} & -\alpha_{910}l_{910} & K_{10} \end{array} \right)$$

$$q_8 = \left(\begin{array}{cccccccccc} K_1 & -\alpha_{21}l_{12} & -\alpha_{31}l_{13} & -\alpha_{41}l_{14} & -\alpha_{51}l_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{12}l_{12} & K_2 & 0 & -\alpha_{42}l_{24} & -\alpha_{52}l_{25} & -\alpha_{62}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{13}l_{13} & 0 & K_3 & -\alpha_{43}l_{34} & -\alpha_{53}l_{35} & 0 & -\alpha_{73}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{14}l_{14} & -\alpha_{24}l_{24} & -\alpha_{34}l_{34} & K_4 & 0 & 0 & 0 & \sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) & 0 & 0 \\ -\alpha_{15}l_{15} & -\alpha_{25}l_{25} & -\alpha_{35}l_{35} & 0 & K_5 & 0 & 0 & \sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) & -\alpha_{95}l_{59}(1-\eta_n) & 0 \\ 0 & -\alpha_{26}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_6 & 0 & 0 & -\alpha_{96}l_{69} & -\alpha_{106}l_{610} \\ 0 & 0 & -\alpha_{37}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_7 & 0 & -\alpha_{97}l_{79} & -\alpha_{107}l_{107} \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha_{48}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & -\alpha_{68}l_{68} & -\alpha_{78}l_{78} & \sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) & 0 & -\alpha_{108}l_{810} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{59}l_{59}(1-\eta_n) & -\alpha_{69}l_{69} & -\alpha_{79}l_{79} & \sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) & K_9 & -\alpha_{109}l_{910} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{610}l_{610} & -\alpha_{710}l_{710} & 0 & -\alpha_{910}l_{910} & K_{10} \end{array} \right),$$

$$\left(\begin{array}{cccccccccc} K_1 & -\alpha_{21}l_{12} & -\alpha_{31}l_{13} & -\alpha_{41}l_{14} & -\alpha_{51}l_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{12}l_{12} & K_2 & 0 & -\alpha_{42}l_{24} & -\alpha_{52}l_{25} & -\alpha_{62}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{13}l_{13} & 0 & K_3 & -\alpha_{43}l_{34} & -\alpha_{53}l_{35} & 0 & -\alpha_{73}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{14}l_{14} & -\alpha_{24}l_{24} & -\alpha_{34}l_{34} & K_4 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{84}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & 0 \\ -\alpha_{15}l_{15} & -\alpha_{25}l_{25} & -\alpha_{35}l_{35} & 0 & K_5 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{95}l_{59}(1-\eta_n) & 0 \\ 0 & -\alpha_{26}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_6 & 0 & -\alpha_{86}l_{68} & -\alpha_{96}l_{69} & -\alpha_{106}l_{610} \\ 0 & 0 & -\alpha_{37}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_7 & -\alpha_{87}l_{78} & -\alpha_{97}l_{79} & -\alpha_{107}l_{107} \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha_{48}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & -\alpha_{68}l_{68} & -\alpha_{78}l_{78} & K_8 & 0 & -\alpha_{108}l_{810} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{59}l_{59}(1-\eta_n) & -\alpha_{69}l_{69} & -\alpha_{79}l_{79} & 0 & K_9 & -\alpha_{109}l_{910} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{610}l_{610} & -\alpha_{710}l_{710} & -\alpha_{810}l_{810} & -\alpha_{910}l_{910} & K_{10} \end{array} \right),$$

$$q_9 = \begin{array}{c} \left| \begin{array}{cccccccccc} K_1 & -\alpha_{21}l_{12} & -\alpha_{31}l_{13} & -\alpha_{41}l_{14} & -\alpha_{51}l_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{12}l_{12} & K_2 & 0 & -\alpha_{42}l_{24} & -\alpha_{52}l_{25} & -\alpha_{62}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{13}l_{13} & 0 & K_3 & -\alpha_{43}l_{34} & -\alpha_{53}l_{35} & 0 & -\alpha_{73}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{14}l_{14} & -\alpha_{24}l_{24} & -\alpha_{34}l_{34} & K_4 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{84}l_{48}(1-\eta_n) & \sum \pi R_i N_i(1-\eta_i^*) & 0 \\ -\alpha_{15}l_{15} & -\alpha_{25}l_{25} & -\alpha_{35}l_{35} & 0 & K_5 & 0 & 0 & 0 & \sum \pi R_i N_i(1-\eta_i^*) & 0 \\ 0 & -\alpha_{26}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_6 & 0 & -\alpha_{86}l_{68} & 0 & -\alpha_{106}l_{610} \\ 0 & 0 & -\alpha_{37}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_7 & -\alpha_{87}l_{78} & 0 & -\alpha_{107}l_{710} \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha_{48}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & -\alpha_{68}l_{68} & -\alpha_{78}l_{78} & K_8 & \sum \pi R_i N_i(1-\eta_i^*) & -\alpha_{108}l_{810} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{59}l_{59}(1-\eta_n) & -\alpha_{69}l_{69} & -\alpha_{79}l_{79} & 0 & \sum \pi R_i N_i(1-\eta_i^*) & -\alpha_{109}l_{910} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{610}l_{610} & -\alpha_{710}l_{710} & -\alpha_{810}l_{810} & 0 & K_{10} \end{array} \right| \\ \hline \left| \begin{array}{cccccccccc} K_1 & -\alpha_{21}l_{12} & -\alpha_{31}l_{13} & -\alpha_{41}l_{14} & -\alpha_{51}l_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{12}l_{12} & K_2 & 0 & -\alpha_{42}l_{24} & -\alpha_{52}l_{25} & -\alpha_{62}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{13}l_{13} & 0 & K_3 & -\alpha_{43}l_{34} & -\alpha_{53}l_{35} & 0 & -\alpha_{73}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{14}l_{14} & -\alpha_{24}l_{24} & -\alpha_{34}l_{34} & K_4 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{84}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & 0 \\ -\alpha_{15}l_{15} & -\alpha_{25}l_{25} & -\alpha_{35}l_{35} & 0 & K_5 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{95}l_{59}(1-\eta_n) & 0 \\ 0 & -\alpha_{26}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_6 & 0 & -\alpha_{86}l_{68} & -\alpha_{96}l_{69} & -\alpha_{106}l_{610} \\ 0 & 0 & -\alpha_{37}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_7 & -\alpha_{87}l_{78} & -\alpha_{97}l_{79} & -\alpha_{107}l_{710} \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha_{48}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & -\alpha_{68}l_{68} & -\alpha_{78}l_{78} & K_8 & 0 & -\alpha_{108}l_{810} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{59}l_{59}(1-\eta_n) & -\alpha_{69}l_{69} & -\alpha_{79}l_{79} & 0 & K_9 & -\alpha_{109}l_{910} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{610}l_{610} & -\alpha_{710}l_{710} & -\alpha_{810}l_{810} & -\alpha_{910}l_{910} & K_{10} \end{array} \right| \end{array}$$

$$q_{10} = \left(\begin{array}{cccccccccc} K_1 & -\alpha_{21}l_{12} & -\alpha_{31}l_{13} & -\alpha_{41}l_{14} & -\alpha_{51}l_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{12}l_{12} & K_2 & 0 & -\alpha_{42}l_{24} & -\alpha_{52}l_{25} & -\alpha_{62}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{13}l_{13} & 0 & K_3 & -\alpha_{43}l_{34} & -\alpha_{53}l_{35} & 0 & -\alpha_{73}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{14}l_{14} & -\alpha_{24}l_{24} & -\alpha_{34}l_{34} & K_4 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{84}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & \sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) \\ -\alpha_{15}l_{15} & -\alpha_{25}l_{25} & -\alpha_{35}l_{35} & 0 & K_5 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{95}l_{59}(1-\eta_n) & \sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) \\ 0 & -\alpha_{26}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_6 & 0 & -\alpha_{86}l_{68} & -\alpha_{96}l_{69} & 0 \\ 0 & 0 & -\alpha_{37}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_7 & -\alpha_{87}l_{78} & -\alpha_{97}l_{79} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha_{48}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & -\alpha_{68}l_{68} & -\alpha_{78}l_{78} & K_8 & 0 & \sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{59}l_{59}(1-\eta_n) & -\alpha_{69}l_{69} & -\alpha_{79}l_{79} & 0 & K_9 & \sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{610}l_{610} & -\alpha_{710}l_{710}q & -\alpha_{810}l_{810}q & -\alpha_{910}l_{910} & 0 \end{array} \right),$$

$$\left(\begin{array}{cccccccccc} K_1 & -\alpha_{21}l_{12} & -\alpha_{31}l_{13} & -\alpha_{41}l_{14} & -\alpha_{51}l_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{12}l_{12} & K_2 & 0 & -\alpha_{42}l_{24} & -\alpha_{52}l_{25} & -\alpha_{62}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{13}l_{13} & 0 & K_3 & -\alpha_{43}l_{34} & -\alpha_{53}l_{35} & 0 & -\alpha_{73}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{14}l_{14} & -\alpha_{24}l_{24} & -\alpha_{34}l_{34} & K_4 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{84}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & 0 \\ -\alpha_{15}l_{15} & -\alpha_{25}l_{25} & -\alpha_{35}l_{35} & 0 & K_5 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{95}l_{59}(1-\eta_n) & 0 \\ 0 & -\alpha_{26}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_6 & 0 & -\alpha_{86}l_{68} & -\alpha_{96}l_{69} & -\alpha_{106}l_{610} \\ 0 & 0 & -\alpha_{37}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_7 & -\alpha_{87}l_{78} & -\alpha_{97}l_{79} & -\alpha_{107}l_{107} \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha_{48}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & -\alpha_{68}l_{68} & -\alpha_{78}l_{78} & K_8 & 0 & -\alpha_{108}l_{810} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{59}l_{59}(1-\eta_n) & -\alpha_{69}l_{69} & -\alpha_{79}l_{79} & 0 & K_9 & -\alpha_{109}l_{910} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{610}l_{610} & -\alpha_{710}l_{710} & -\alpha_{810}l_{810} & -\alpha_{910}l_{910} & K_{10} \end{array} \right)$$

$$q_{11} = \begin{pmatrix} K_1 & -\alpha_{21}l_{12} & -\alpha_{31}l_{13} & -\alpha_{41}l_{14} & -\alpha_{51}l_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{12}l_{12} & K_2 & 0 & -\alpha_{42}l_{24} & -\alpha_{52}l_{25} & -\alpha_{62}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{13}l_{13} & 0 & K_3 & -\alpha_{43}l_{34} & -\alpha_{53}l_{35} & 0 & -\alpha_{73}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{14}l_{14} & -\alpha_{24}l_{24} & -\alpha_{34}l_{34} & K_4 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{84}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & 0 & \sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) & 0 \\ -\alpha_{15}l_{15} & -\alpha_{25}l_{25} & -\alpha_{35}l_{35} & 0 & K_5 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{95}l_{59}(1-\eta_n) & 0 & \sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) & 0 \\ 0 & -\alpha_{26}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_6 & 0 & -\alpha_{86}l_{68} & -\alpha_{96}l_{69} & -\alpha_{106}l_{610} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\alpha_{37}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_7 & -\alpha_{87}l_{78} & -\alpha_{97}l_{79} & -\alpha_{107}l_{107} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha_{48}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & -\alpha_{68}l_{68} & -\alpha_{78}l_{78} & K_8 & 0 & -\alpha_{108}l_{810} & \sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{59}l_{59}(1-\eta_n) & -\alpha_{69}l_{69} & -\alpha_{79}l_{79} & 0 & K_9 & -\alpha_{109}l_{910} & \sum \pi R_i N_i (1-\eta_i^*) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{610}l_{610} & -\alpha_{710}l_{710} & -\alpha_{810}l_{810} & -\alpha_{910}l_{910} & K_{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\alpha_{311}\pi R_k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sum \pi R_i N_i & -\alpha_{1211}\pi R_k(1-\eta_n) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{712}\pi R_k & 0 & 0 & 0 & \sum \pi R_i N_i & K_{12} \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} K_1 & -\alpha_{21}l_{12} & -\alpha_{31}l_{13} & -\alpha_{41}l_{14} & -\alpha_{51}l_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{12}l_{12} & K_2 & 0 & -\alpha_{42}l_{24} & -\alpha_{52}l_{25} & -\alpha_{62}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{13}l_{13} & 0 & K_3 & -\alpha_{43}l_{34} & -\alpha_{53}l_{35} & 0 & -\alpha_{73}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{14}l_{14} & -\alpha_{24}l_{24} & -\alpha_{34}l_{34} & K_4 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{84}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{15}l_{15} & -\alpha_{25}l_{25} & -\alpha_{35}l_{35} & 0 & K_5 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{95}l_{59}(1-\eta_n) & 0 & 0 \\ 0 & -\alpha_{26}l_{26}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_6 & 0 & -\alpha_{86}l_{68} & -\alpha_{96}l_{69} & -\alpha_{106}l_{610} & 0 \\ 0 & 0 & -\alpha_{37}l_{37}(1-\eta_n) & 0 & 0 & 0 & K_7 & -\alpha_{87}l_{78} & -\alpha_{97}l_{79} & -\alpha_{107}l_{107} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha_{48}l_{48}(1-\eta_n) & 0 & -\alpha_{68}l_{68} & -\alpha_{78}l_{78} & K_8 & 0 & -\alpha_{108}l_{810} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{59}l_{59}(1-\eta_n) & -\alpha_{69}l_{69} & -\alpha_{79}l_{79} & 0 & K_9 & -\alpha_{109}l_{910} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{610}l_{610} & -\alpha_{710}l_{710} & -\alpha_{810}l_{810} & -\alpha_{910}l_{910} & K_{10} & 0 \end{pmatrix}$$

Исходя из энергетических потоков скорости колебаний определяются следующим образом:

$$V_{mn_i} = \sqrt{\frac{q_i}{z_i}}, \quad (5.19)$$

где q_i – поток вибрационной мощности соответствующей пластины; z_i – импеданс соответствующего элемента корпуса.

5.4. Расчет шума рельсов мостовых кранов

С формальной математической точки зрения расчет уровней звукового давления сводится к определению закона распределения скоростей колебаний по длине рельса.

В полученных решениях для выражения скоростей колебаний на каждой собственной частоте учтены время и координаты приложения силового возмущения. Переход от скоростей колебаний к уровням звукового давления производится согласно зависимостям главы 2.

Алгоритм расчета виброакустических характеристик рельса приведен на рисунке 5.16.

При сортировке собственных частот колебаний по частотным интервалам октав (таблица 5.1) следует отметить, что на большом количестве собственных частот, попадающих в соответствующие октавы, необходимо учитывать 6–7 собственных частот, наиболее близких к среднегеометрическим частотам. Действительно, логарифмическое суммирование большего количества уровней звукового давления на собственных частотах уже нецелесообразно.

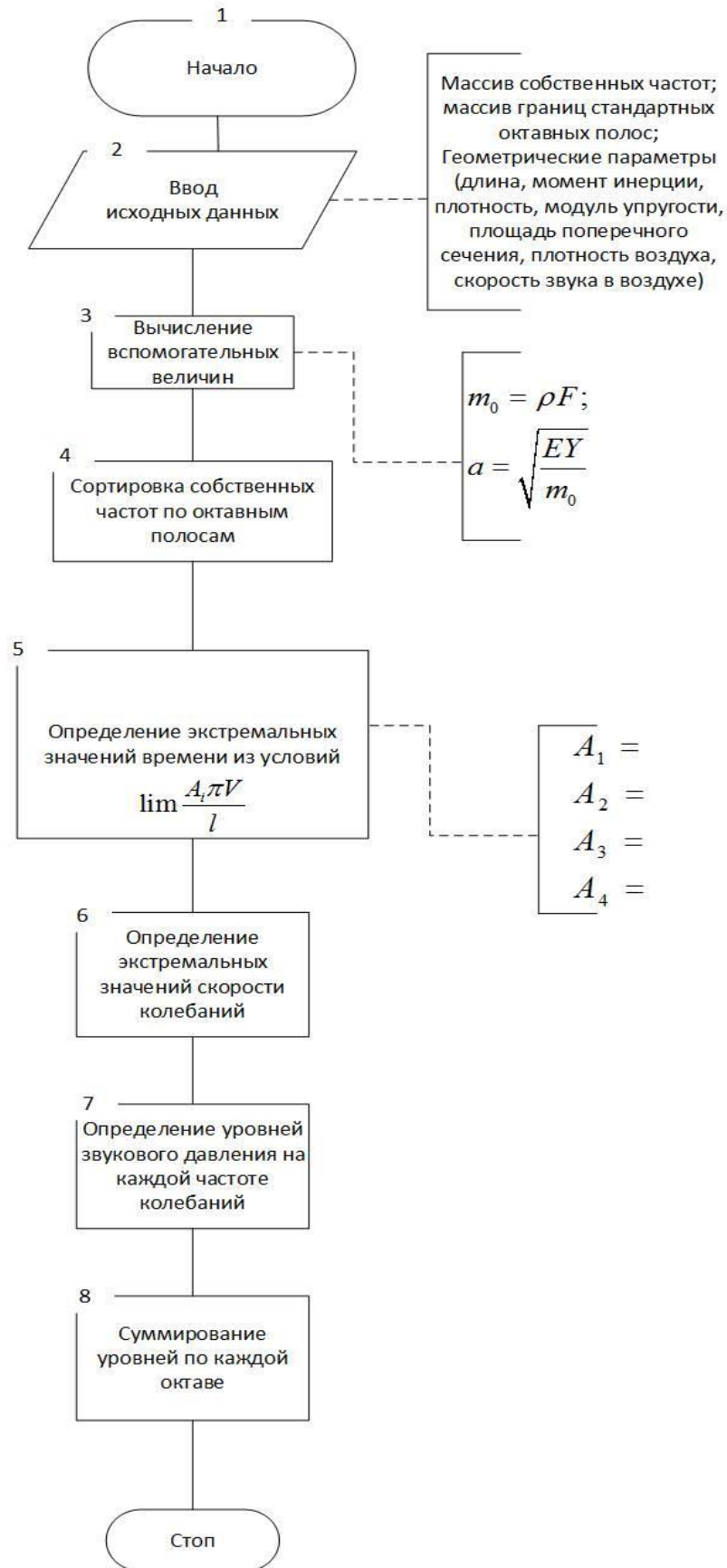


Рисунок 5.16 – Алгоритм расчета уровней звукового давления рельса

Таблица 5.1 – Собственные частоты колебаний по частотным интервалам октав

Среднегеометрическая частота, Гц	Ширина полосы, Гц
31,5	22,4
	50
63	50
	100
125	100
	180
250	180
	355
500	355
	710
1000	710
	1400
2000	1400
	2800
4000	2800
	5600
8000	5600
	11 200

5.5. Выводы по главе

1. Разработан общий алгоритм расчета виброакустических характеристик мостовых кранов при их проектировании.

2. Показана возможность расчета уровней звукового давления отдельными элементами общей акустической системы мостовых кранов, что дает возможность оценки количественного вклада каждого отдельного источника и определения превышения создаваемых ими уровней звукового давления над предельно допустимыми значениями.

3. Получены регрессионные зависимости эффективных коэффициентов потерь колебательной энергии узла колесных пар, что фактически и дает возможность выполнения акустических расчетов при проектировании мостовых кранов.

6. ЭФФЕКТИВНОСТЬ МЕРОПРИЯТИЙ ПО СНИЖЕНИЮ ШУМА И ВИБРАЦИИ МОСТОВЫХ И КОЗЛОВЫХ КРАНОВ

Результаты теоретических и экспериментальных исследований процессов возбуждения вибраций и шумообразования мостовых кранов позволили обосновать комплекс технических решений по достижению предельно допустимых величин шума и вибрации как в рабочей зоне крановщиков, так и в производственных помещениях.

Разработанные мероприятия включают:

- замену подшипников качения редукторов механизмов подъема груза и перемещения тележки на подшипники скольжения;
- замену конических подшипников колес на аналогичные подшипники скольжения;
- установку на шейку рельса вибродемпфирующих элементов, которые фактически выполняют не только функцию вибродемпфирования, но и звукоизоляции;
- установку рельса на виброизолирующих полосах;
- систему звукоизоляции узла колесных пар;
- установку звукопоглощающих облицовок на участки стен производственного помещения напротив колес и рельсов;
- установку малых подвесных потолков под крышкой редуктора механизма подъема;
- установку барабана механизма подъема на сферические опоры с тканевыми покрытиями.

6.1. Способ снижения вибраций, передаваемых на раму от узла барабана

Установка предложенных блочно-модульных подшипников в редукторы механизмов подъема 50-, 100-, 180-тонных кранов обеспечила снижение уровней вибрации на раме тележки на 8–10 дБ, но не обеспечила выполнение предельно-

допустимых значений в кабинах на рабочих местах крановщиков. Превышение уровней вибрации составляет 2–2,5 дБ в октавах со среднегеометрическими частотами 8,16 Гц. Поэтому в опорах стоек барабана также устанавливаются подшипники скольжения (рисунок 6.1).

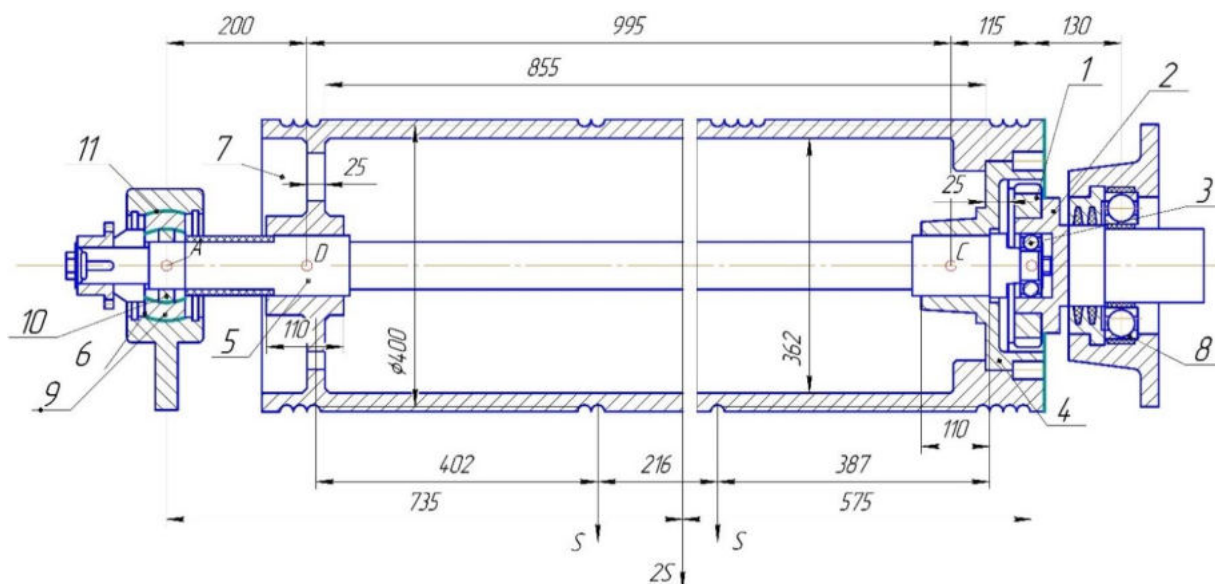


Рисунок 6.1 – Узел барабана: 1 – зубчатый диск; 2 – вал редуктора; 3 – опорное кольцо; 4 – венец; 5 – ось; 6 – опорный подшипник; 7 – барабан; 8 – правая стойка; 9 – наружная шаровая опора; 10 – внутренняя шаровая опора; 11 – тканевое покрытие

В этом случае уровни вибрации на рабочих местах крановщиков не превышают предельно-допустимые величины.

6.2. Малый акустический экран редукторов механизма подъема

Для снижения интенсивности отраженного звука от потолка производственного помещения предлагается непосредственно над редукторами механизма подъема на стойках, устанавливаемых на несущей раме, располагать звукопоглощающую конструкцию П-образной формы (рисунок 6.2).

В качестве звукопоглощающего материала на основе данных работ [177–197] выбраны базальтовые маты вследствие их невысокой стоимости и высоких

значений коэффициентов звукопоглощения в средне- и высокочастотных диапазонах спектра шума редукторов 500–8000 Гц (рисунок 6.3).

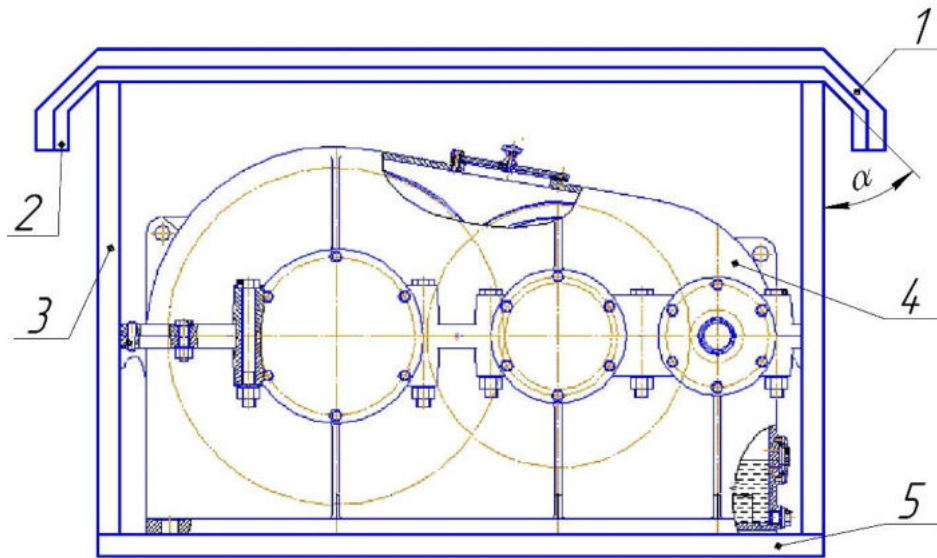


Рисунок 6.2 – Конструкция звукопоглощения:

1 – стальная основа; 2 – звукопоглощающий материал; 3 – стойки;

4 – редуктор; 5 – несущая рама

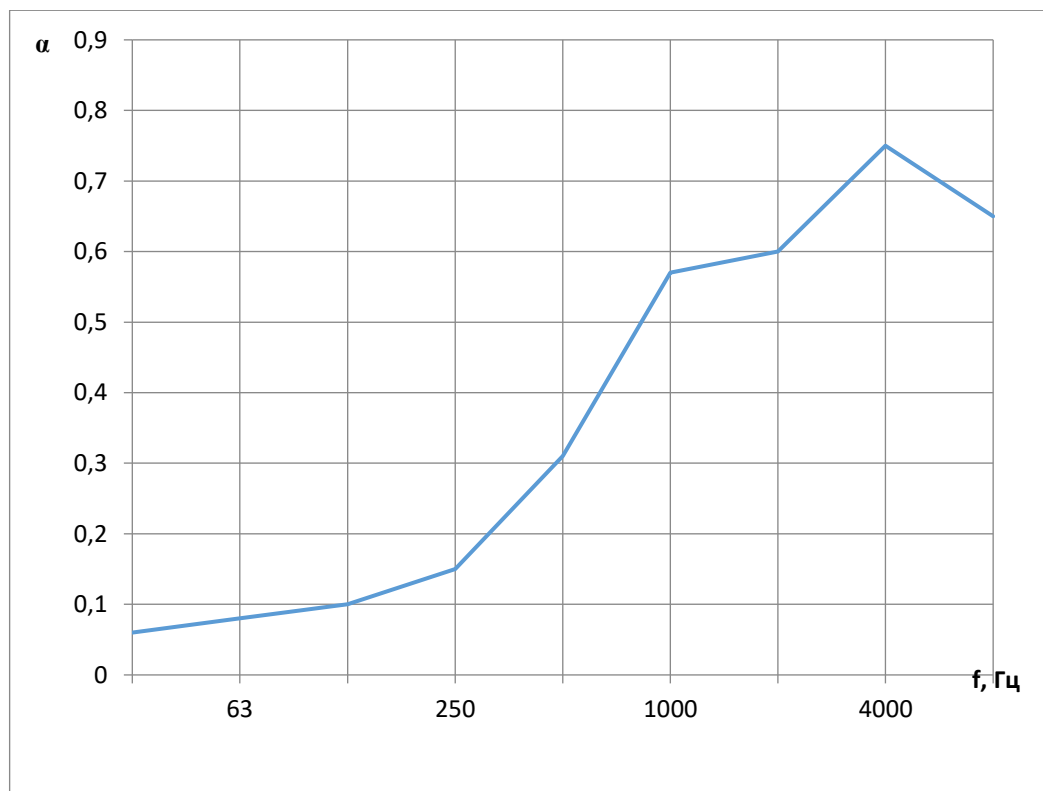


Рисунок 6.3 – Коэффициенты звукопоглощения базальтовых матов

Габаритные размеры данной конструкции должны быть в 1,2–1,3 раза больше размеров редуктора.

Угол наклона α определен из условия диффузности звукового поля в производственном помещении. В этом случае можно предположить, что угол падения звуковых волн представляет собой случайную величину с равномерной плотностью распределения на участке $0 \div 2$. Тогда $\cos\alpha = 0,637$ и $\alpha = 50^\circ 30'$.

6.3. Конструкция вибро-шумозащитной системы колесных пар

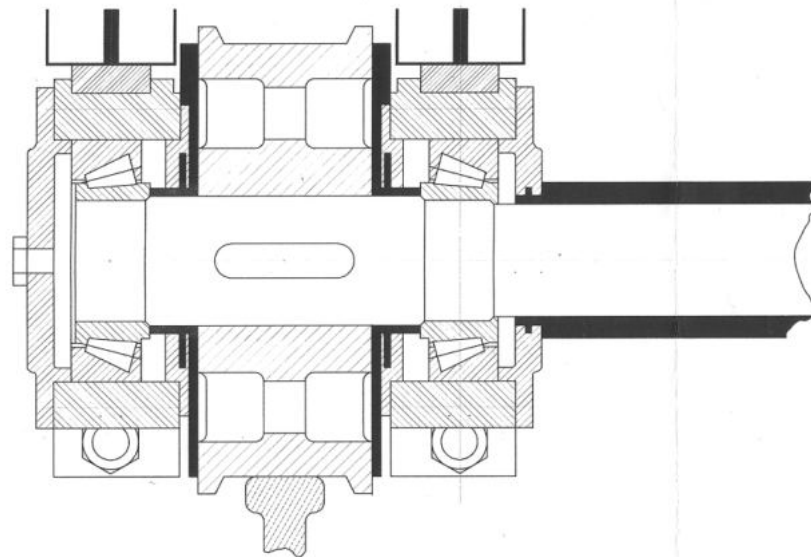
Колесные пары подвижного состава и мостовых кранов непосредственно воспринимают силовое возмущение от взаимодействия с рельсами, поэтому они являются не только источниками звукового излучения, но и теми элементами, которые передают вибрационную мощность на несущую систему, т. е. фактически являются источниками возбуждения структурной составляющей шума. Следует отметить, что проблема снижения шума колесных пар более актуальна для мостовых кранов, чем для подвижного состава. Действительно, у локомотивов, вагонов колесные пары располагаются под полом.

Воздействие шума на локомотивные бригады в данном случае следует учитывать с точки зрения отраженной от верхнего строения пути звуковой энергии, излучаемой колесными парами. У мостовых кранов весь узел колесных пар излучает звуковую энергию в воздушное пространство производственного помещения, что необходимо учитывать при оценке уровней шума как в самом помещении, так и на рабочих местах крановщиков.

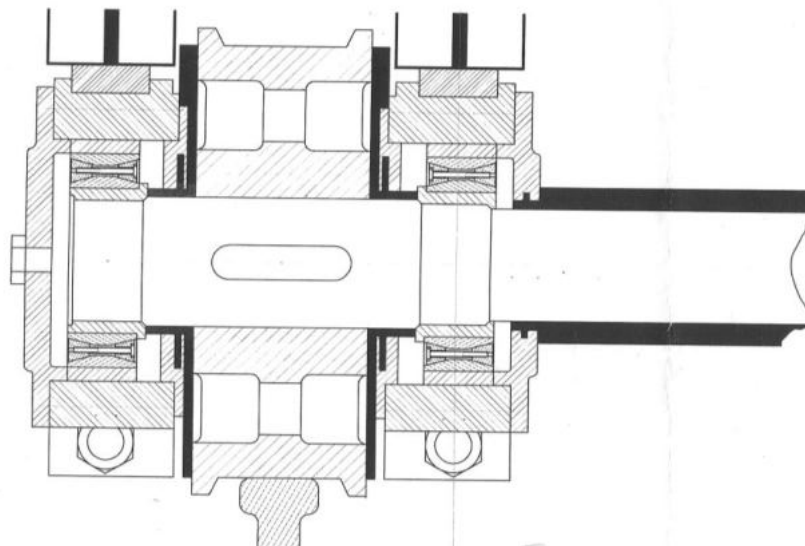
Геометрические параметры элементов системы снижения шума определяются тем, что при движении взаимодействие колес с рельсами происходит только по поверхности катания колес. Поэтому снижение шума в данном случае может быть достигнуто активным методом, а именно снижением виброактивности и, следовательно, уменьшением интенсивности звукового излучения в самом источнике. Это реально выполнить путем вибродемпфирования торцевых

поверхностей колес и оси колесной пары, являющихся «открытыми» источниками шума.

Материалы системы снижения шума определяются теоретическим расчетом требуемой величины диссипативной функции. Компоновка узла колесной пары мостового крана позволяет предложить конструкцию системы снижения вибраций шума, представленную на рисунке 6.4.



a



б

Рисунок 6.4 – Система снижения вибраций и шума узла колесных пар мостовых кранов с подшипниками скольжения:

a – с традиционной компоновкой подшипников; *б* – с подшипниками скольжения

Конструкция системы на рисунке 6.4, *а* целесообразна для мостовых кранов с грузоподъемностью не выше 1000 т. Для кранов с большей грузоподъемностью предлагается конструкция, представленная на рисунке 6.4, *б*. Снижение вибраций и шума в данной системе обеспечено модернизацией подшипникового узла с опорами скольжения [198, 199].

Следует отметить, что данная конструкция имеет высокую степень универсальности и используется для других типов кранов.

Эффективность в снижении шума конструкций с вибродемпфирующими элементами определяется по формуле:

$$\Delta L = 10 \lg \frac{\eta_{\Sigma}}{\eta_0}, \quad (6.1)$$

где η_{Σ} , η_0 – эффективные коэффициенты потерь колебательной энергии конструкции с вибродемпфированием и стальной основы (соответственно).

В свою очередь,

$$\eta_{\Sigma} = \frac{\sum_1^k \frac{E_i h_i^3}{1 - \mu_i^2} \eta_i}{\sum_1^k \frac{E_i h_i^3}{1 - \mu_i^2}}, \quad (6.2)$$

где E – модуль упругости, Па; h – толщина элемента, м; μ – коэффициент Пуассона; k – количество элементов конструкции.

Фактически эффективность снижения зависит от ряда факторов: модулей упругости, коэффициентов потерь колебательной энергии и толщины элементов. Следует отметить, что большой толщине стальной основы (имеющей $E = 2,1 \cdot 10^{11}$ Па и $\eta = 10^{-4}$) при выборе вибродемпфирующих материалов следует в первую очередь учитывать именно их модули упругости.

Использование известных материалов мастик типа «Антивибрит», ВД-17, материала «Агат» при значительных габаритных размерах нецелесообразно [200, 201, 202]. В данном случае целесообразно применить материал магнитоласт. Выполнение предельно-допустимых значений достигается соответствующей толщиной элементов шумо- виброзащиты:

- для торцевой поверхности колес – 50 мм;
- для оси колесной пары – 250 мм на сторону.

Следует отметить, что предложенные инженерные решения обеспечивают двойную функцию шумо-виброзащиты, а именно вибропоглощение колеблющихся поверхностей и звукоизоляцию, расчет которой выполнен согласно известным работам [203–213]. Ось колесной пары представляет собой цилиндр ограниченной длины, поэтому расчет звукоизоляции в данном случае выполнен согласно зависимости:

$$\text{ЗИ} = 20 \lg \left\{ 1 + \frac{n \left[1 - \left(\frac{a_0}{a_k} \right)^{2n} \right]}{2 \rho_v a_k} \cdot m_0 \left[1 - \frac{\left(k_m + \frac{n^2}{a_k} \right)}{k_u^4} - \frac{1}{k_n^2 a_k^2} \cdot \frac{(k_m^2 - k_t^2)(k_m^2 - k_n^2) - k_n^2 \frac{n^2}{a_k^2}}{\left(k_m^2 + \frac{n^2}{a_k^2} - k_0^2 \right) \left(k_m^2 + \frac{n^2}{a_k^2} - k_t^2 \right)} \right] \right\}, \quad (6.3)$$

$$\text{где } k_0 = \frac{\omega}{c_0}; \quad k_n = \frac{\omega}{c_n}; \quad k_u = \sqrt[4]{\frac{\omega^2 m_0 12 (1 - \mu^2)}{E h^3}}; \quad k_m = \frac{m \pi}{l}; \quad k_t = \frac{\omega}{c_t};$$

$$c_t = \sqrt{\frac{E(1 - \mu)}{\rho(1 + \mu)(1 - 2\mu)}}; \quad c_n = \sqrt{\frac{E}{\rho(1 - \mu^2)}}; \quad \omega - \text{круговая частота колебаний } (\omega = 2\pi f),$$

рад/с; c_0 – скорость звука в воздухе, м/с; ρ_v – плотность воздуха, кг/м³; a_0 и a_k – радиусы, м; m и n – коэффициенты, определяющие собственную частоту колебаний излучателя цилиндрической формы.

Для выполнения предельно-допустимых величин шума у колесных пар толщина элементов системы шумозащиты должна составлять 38–40 мм, а втулки оси – 150 мм на сторону.

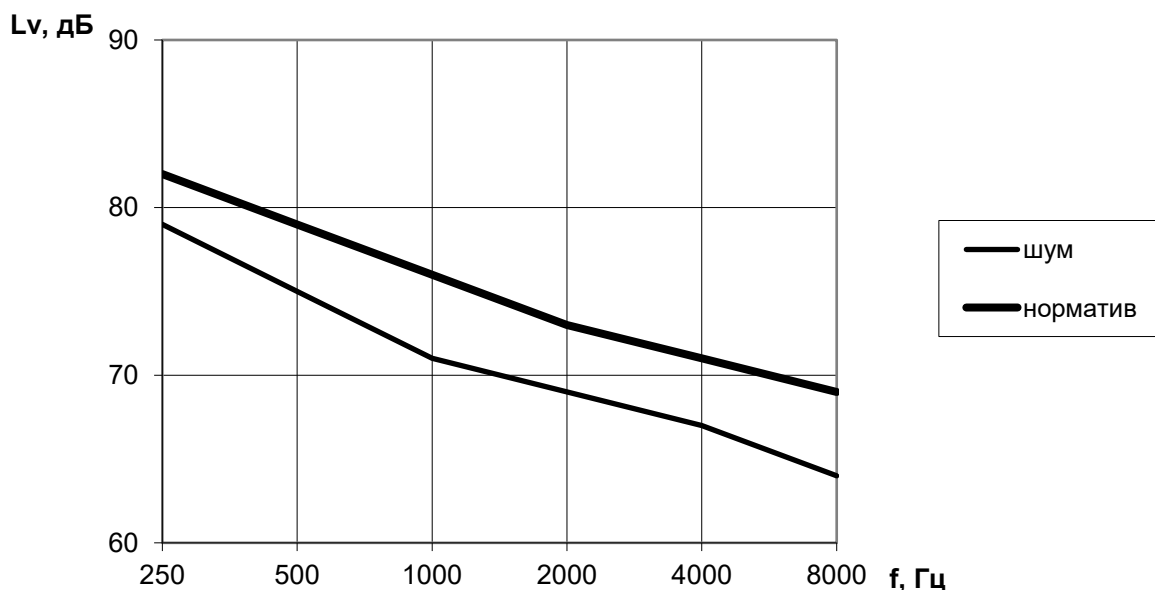


Рисунок 6.5 – Спектры шума при наличии системы шумозащиты элементов колесной пары

Результаты расчётов показали, что в среднечастотной части расчетные уровни звукового давления ниже предельно-допустимых значений на 2 дБ, но в высокочастотной части эффективность в снижении значительно выше и составляет 4–5 дБ.

6.4. Способы снижения шума, создаваемого рельсами мостовых кранов

Длины рельсов, по которым перемещается мост мостового крана, определяются длиной пролета производственного помещения, а рельсов для перемещения тележки – шириной помещения. Учитывая ограниченную длину рельса, наиболее перспективным и технически выполнимым способом снижения интенсивности звукового излучения является демпфирование шейки вибропоглощающим материалом, который одновременно обеспечит звукоизоляцию этой поверхности звукового излучения.

Снижение уровня шума соответствующего элемента (в данном случае рельса) определяется по известным формулам:

При тонкой стальной основе предпочтительно использовать демпфирующие материалы с максимально возможным значением коэффициента потерь колебательной энергии. При значительной толщине стальной основы, что и соответствует рельсам, предпочтительными являются материалы с максимально возможной величиной модуля упругости. Влияние различных вибродемпфирующих материалов на снижение интенсивности звукового излучения проверялось в лабораторных условиях, т. к. при эксплуатации кранов отделить звуковое излучение рельса от звукового излучения узлов колесных пар, двигателя и редуктора механизма перемещения практически невозможно.

При проведении экспериментальных исследований лабораторных условиях использовался участок рельса длиной 2 метра. Условие его установки на стенде воспроизводилось аналогичным креплением к шпалам. В данном случае для возникновения вибрации использовался специальный динамометрический молоток.

Испытания подвергались следующие типы рельс: КР50, КР60, КР70, КР80, КР100 и КР120.

В качестве демпфирующих материалов использовались: резина 100Z ($E = 10^7$ Па, $\eta = 0,6$), резина 100Z вулканизированная с металлическим намагниченным порошком ($E = 4,8 \cdot 10^7$ Па, $\eta = 0,6$), и материал магнитоласт ($E = 2 \cdot 10^9$ Па, $\eta = 0,6$).

Демпфирующий материал монтировался с двух сторон рельса (рисунок 6.6), с толщиной 20 мм на сторону.

В производственных условиях вибродемпфирующий материал приклеивался к рельсу.

Результаты расчетов и экспериментальные данные уровней звукового давления приведены на рисунке 6.7.



Рисунок 6.6 – Система вибропоглощения рельсов мостового крана

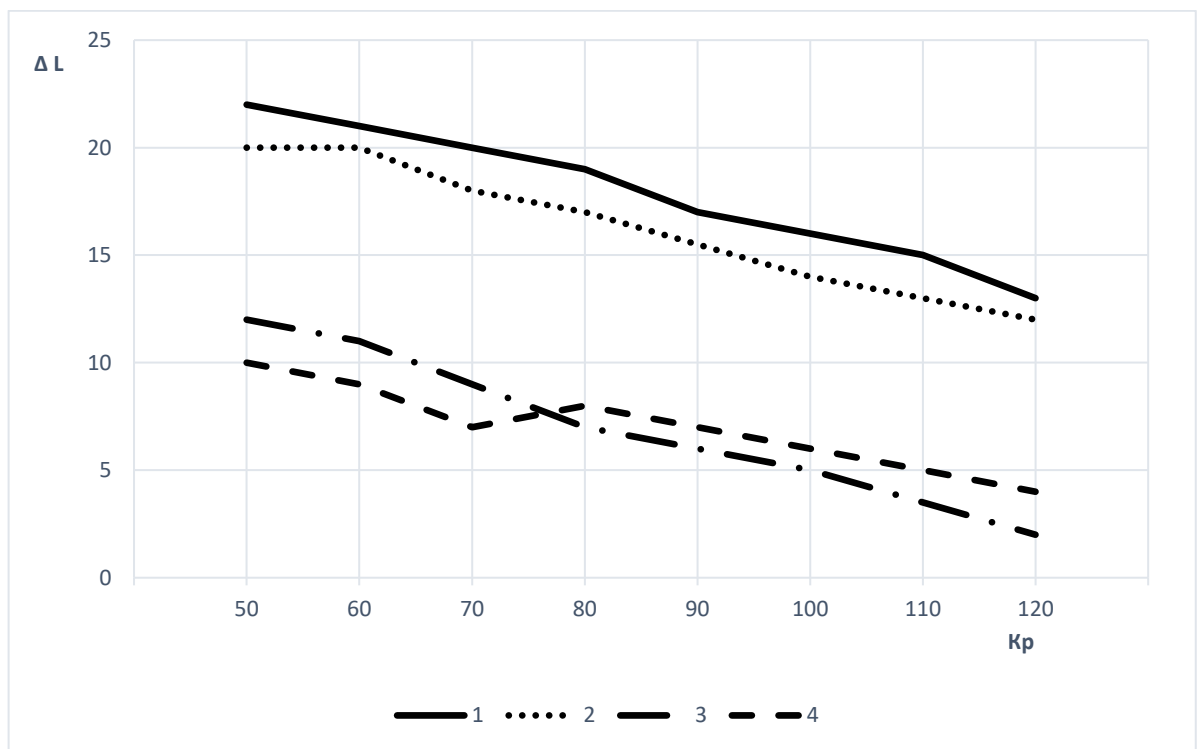


Рисунок 6.7 – Снижение уровней шума рельса с демпфирующим покрытием:
 1 – магнитопласт (теоретический расчет); 2 – магнитопласт (экспериментальные данные); 3 – резина с намагниченным металлическим порошком (теоретический расчет); 4 – резина с намагниченным металлическим порошком (экспериментальные данные)

Следует отметить, что установка рельса на вибродемпфирующую прокладку практически не оказала влияния на создаваемые уровни звукового давления.

Результаты расчета и экспериментальные исследования показали, что снижение уровней шума при использовании магнитопласта на 15–20 дБ больше, чем при использовании резинового покрытия с порошком. Следует отметить, что магнитопласт имеет малую плотность и легко обрабатывается, что способствует его применению на рельсах мостовых кранов.

Для удобства монтажа на реальных рельсах устанавливаются секции, длина которых не превышает 1 м, и для крепления целесообразно использовать крепежные тросы.

Полученные данные позволяют предположить, что такой способ позволяет достичь уровней шума, создаваемого рельсами, намного ниже предельно-допустимых значений.

Разница между шириной головки и ножки для всех типов рельсов практически одинакова (таблица 6.1), что и позволяет выбрать толщину вибропоглощающего покрытия для рельсов (за исключением КР 50, у которого толщина покрытия равна 35 мм).

Значения суммарных коэффициентов потерь колебательной энергии учитываются и в уровнях звукового давления в теоретическом расчете скоростей колебаний.

Однако следует отметить, что предполагаемое вибродемпфирующее покрытие выполняет и функцию звукоизоляции соответствующей звукоизлучающей поверхностей рельса.

Поэтому зависимость уровней звукового давления рельса приведена к виду:

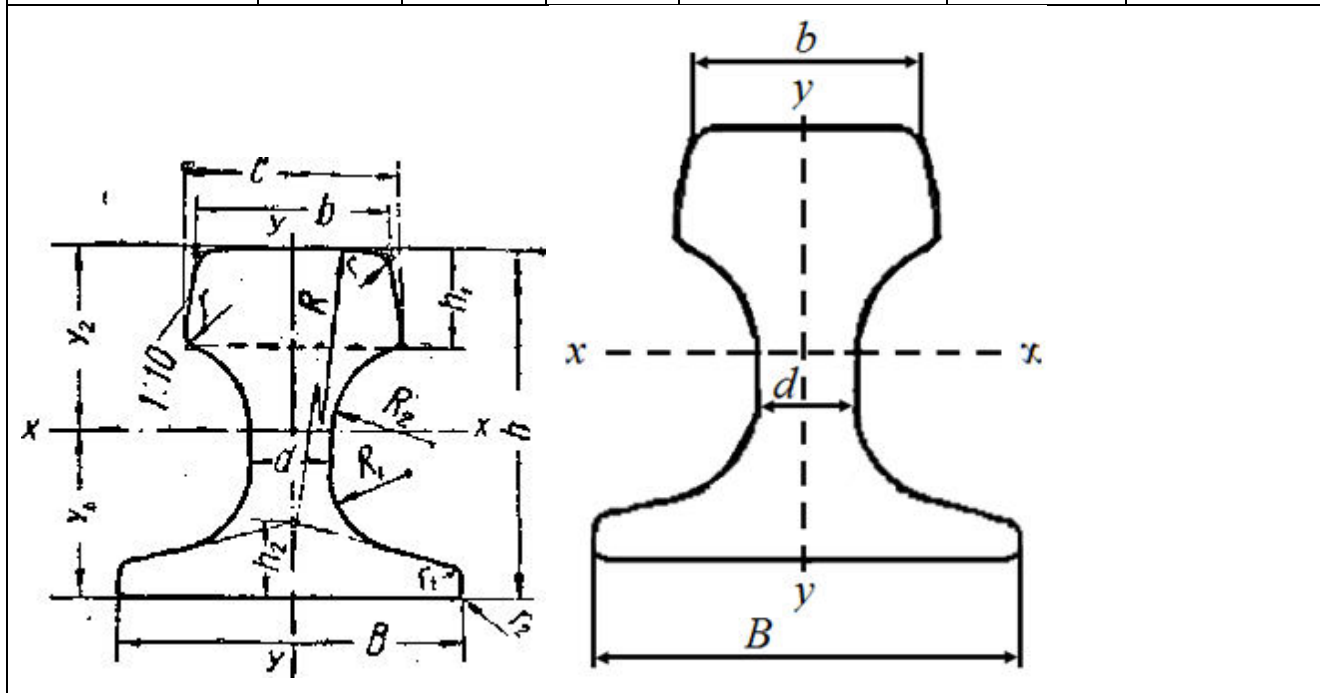
$$L = -(ЗИ_{д} - \Delta ЗИ), \quad (6.4)$$

где $ЗИ_{д}$ – звукоизоляция системы вибродемпфирования, дБ; $\Delta ЗИ$ – снижение звукоизоляции, объясняемое открытым участком рельса, дБ. Расчет звукоизоляции

системы вибродемпфирования выполняется известными методами и в данной работе не приводится.

Таблица 6.1 – Геометрические размеры колес мостовых кранов

Обозначение рельса	b	B	d	Площадь поперечного сечения F , см ²	J_x	J_y
КР 50	50	90	20	38,02	357,54	111,42
КР 60	60	105	24	50,99	654,60	195,82
КР 70	70	120	28	67,30	1081,99	327,16
КР 80	80	130	32	81,13	1547,40	482,39
КР 100	100	150	38	113,32	2864,73	940,98
КР 120	120	170	44	150,44	4923,79	1694,83



Результаты теоретических расчетов суммарного эффективного коэффициента потерь колебательной энергии и снижения уровней виброскорости представлены в таблице 6.2.

Таблица 6.2 – Теоретическое снижение вибраций рельса с демпфированием

Обозначение рельса	η_{Σ}	ΔL_v	Толщина демпфирующего покрытия, мм
КР 50	$1,95 \cdot 10^{-2}$	23	35
КР 60	$1,9 \cdot 10^{-2}$	23	40
КР 70	10^{-2}	20	40
КР 80	$0,7 \cdot 10^{-2}$	18	40
КР 100	$0,4 \cdot 10^{-2}$	16	40
КР 120	$0,26 \cdot 10^{-2}$	14	40

Δ ЗИ согласно данным работы [58] определяется по формуле:

$$\Delta \text{ЗИ} = 10 \lg \frac{S_g + K S_0 10^{0,1(\text{ЗИ}_d - \text{ЗИ}_0)}}{S_g + S_0}, \quad (6.5)$$

где S_g – площадь поверхности рельса закрытая вибродемпфирующим покрытием, м²; S_0 – площадь открытой поверхности рельса, м²; ЗИ_0 – открытая звукоизоляция рельса (дБ), которая в данном случае равна 0; k – коэффициент, учитывающий соотношение длины источника и длины звуковой волны. При $\frac{l_{\max}}{l} \geq 2\pi$ $k = 1$.

Для любых длин рельсов даже при низких частотах это соотношение выдерживается. Например, при $f = 31,5$ Гц, $\lambda = \frac{344}{31,5} > 10$ м. Тогда, l_{\max} для любых производственных помещений больше 63 м. Следовательно, зависимость Δ ЗИ примет вид:

$$\Delta \text{ЗИ} = 10 \lg \frac{S_g + S_0 \cdot 10^{0,13 \text{ЗИ}_d}}{S_g + S_0}. \quad (6.6)$$

Таким образом, полученные результаты показали высокую эффективность в снижении виброакустических характеристик рельс мостовых кранов. Помимо положительного эффекта в снижении шума в производственных помещениях достигается еще эффект в уменьшении вибрационного воздействия на стены в местах установки рельс.

Предложенные мероприятия технически выполнимы при небольшой длине рельсов, т. е., в основном, для тележки мостовых кранов или соразмерных помещений, в которых создаются максимальные уровни звукового давления в средне- и высокочастотной части спектра. Для рельсов в производственных помещениях, имеющих значительную протяженность, этот способ нецелесообразен технически и экономически. В этом варианте целесообразно вибропоглощающие вставки располагать в пучностях изгибных волн.

Исходные данные для расчета длин изгибных волн приведены в таблице 6.3.

Длины волн определялись по известной формуле, которая для стальных рельсов приведена к следующему виду:

$$\lambda_4 = 125 \sqrt[4]{\frac{Yx_1y}{F}} \cdot \frac{1}{\sqrt{f}}, \quad (6.7)$$

где Yx , Yu – моменты инерции в направлении осей координат x и y , Yx , см^4 ; F – площадь поперечного сечения рельса, см^2 ; f – частота колебаний, Гц.

Результаты расчетов для различных типов рельс приведены в таблице 6.3.

Таблица 6.3 – Длины изгибных волн рельсов мостовых кранов

Тип рельса	Длины волн, м	Среднегеометрическая частота, Гц								
		0,031	0,063	0,125	0,25	0,5	1	2	4	8
КР50	λ_x	39	27	19,6	14	9,8	6,9	4,8	3,5	2,5
	λ_y	29	20,4	14,6	10,3	7,3	5,2	3,6	2,6	1,8
КР60	λ_x	42,8	30	21,4	15	10,7	7,6	5,4	3,8	2,7
	λ_y	31	22	15,6	11	7,8	5,5	3,9	2,8	2
КР70	λ_x	44,6	31,3	22,3	15,8	11,2	7,9	5,6	4	2,8
	λ_y	33	23,3	16,6	11,8	2,3	5,9	4,2	2,9	2,1
КР80	λ_x	46,4	32,5	23,2	16,46	11,6	8,2	5,8	4,1	2,9
	λ_y	34,8	24,4	17,4	12,3	8,7	6,2	4,4	3	2,2
КР100	λ_x	50	35	25	17,7	12,5	8,9	6,3	4,4	3,1
	λ_y	38	26,5	19	13,6	9,5	6,7	4,7	3,4	2,4
КР120	λ_x	53,4	37,4	26,7	19	13,3	9,5	6,7	4,7	3,4
	λ_y	41	28,6	20,4	14,5	10,2	7,2	5,1	3,6	2,6

Расчеты показали, что на частоте 500 Гц, на которой и достигается максимальный уровень звукового давления, длины изгибных волн для всех типов рельсов различаются на более чем на 30 %. Для рельсов под краны с большой грузоподъемностью – на 20 %. Поэтому для несоразмерных помещений более технологичным и экономически выгодным вариантом является следующая конструкция. Вибропоглощающие элементы изготавливаются из резины марки 1002 и устанавливаются с шагом 10 м. Длина вставки составляет 1–1,2 м. Промежутки между вибродемпфирующими вставками закрываются накладками (рисунок 6.8), которые одновременно выполняют функции и звукоизоляции, и вибродемпфирования.

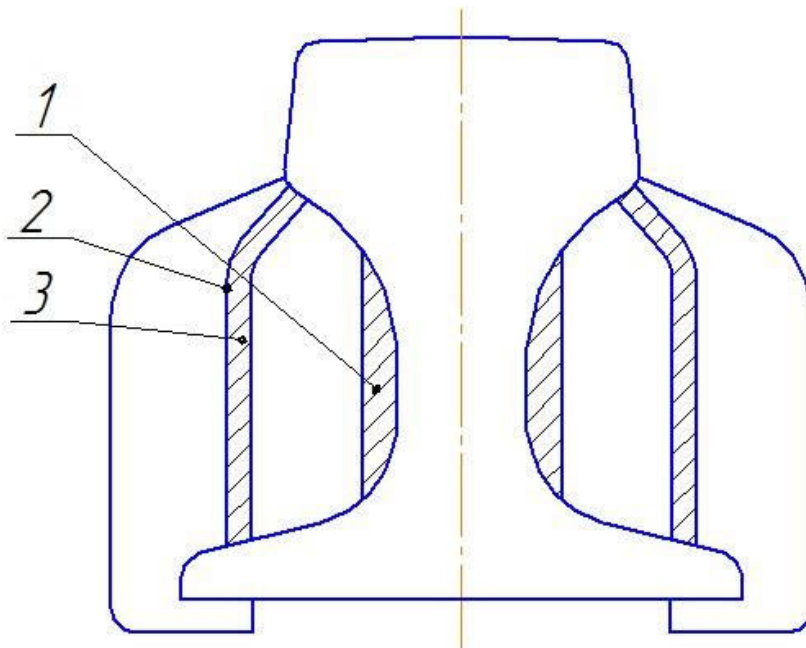


Рисунок 6.8 – Звукоизолирующий элемент рельса в несоразмерных помещениях:

1 – слой резины; 2 – вибропоглощающий элемент на шейке рельса;

3 – накладка из стали

Накладка изготавливается из малоуглеродистой стали Ст 3, Ст 5 и ее внутренняя поверхность облицована резиной 1002 толщиной 1,5–2 мм.

В этом случае соблюдаются предельно-допустимые величины шума, создаваемого непосредственно рельсами.

Для выполнения предельно-допустимых значений шума в производственных помещениях необходима реализация всех мероприятий по уменьшению интенсивности звукового излучения каждого элемента, входящего в общую виброакустическую систему мостового крана. Даже при соблюдении норматива каждым из источников, в сумме они превышают предельно-допустимые значения на 4–7 дБ для кранов различной грузоподъемности.

Спектры шума на примере мостового крана грузоподъемностью 50 т в соразмерном производственном помещении показаны на рисунке 6.9.

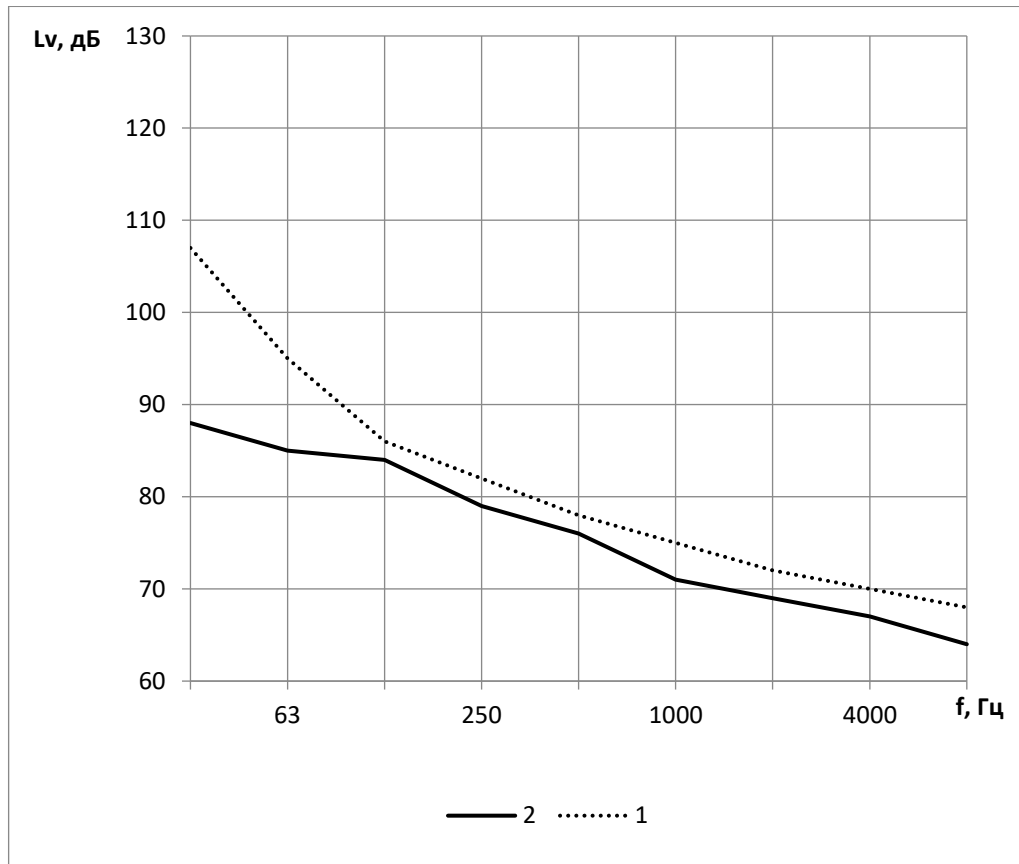


Рисунок 6.9 – Спектры шума мостового крана в соразмерном помещении

6.5. Способ снижения вибраций, передаваемых на несущую раму от узла барабана

В опорах стоек барабана устанавливаются подшипники качения. Несмотря на низкие частоты вращения из-за больших усилий при подъеме грузов, на корпусах узлов крепления подшипников зафиксированы высокие уровни вибрации (дБ). Особо следует отметить, что уровни вибрации на раме в точках крепления стоек барабана практически не изменяются (точнее, разница в уровнях сравнима с точностью измерительной аппаратуры).

Поэтому в левой опоре целесообразно установить блочно-модульный подшипник скольжения с кольцами, имеющими сферическую форму (рисунок 6.13), а в правой опоре оставить подшипник качения, наружное кольцо которого устанавливается во втулке. В канавку этой втулки устанавливается кольцо из полиуретана СКФУ-7Л.

6.6. Результаты снижения виброакустических характеристик на мостовых и козловых кранах

Разработанные способы снижения вибраций редукторов механизмов подъема и барабанов привели к снижению уровней вибраций на тележке на 5–6 дБ при подъеме и опускании груза (при неподвижном кране).

Установка вибропоглощающих вставок на шейке рельса и накладок на торцевые поверхности колес и замена конических подшипников качения на блочно-модульные понизили уровни вибраций на тележке на 8–10 дБ. Результаты измерений на кресле крановщиков мостовых кранов показали, что уровни вибраций соответствуют нормативным величинам (таблица 6.4).

Таблица 6.4 – Уровни вибраций на рабочих местах крановщиков мостовых кранов

Грузоподъемность, т	Уровни вибраций на среднегеометрической частоте, Гц			
	8	16	31,5	63
50	95	100	104	110
	96	102	105	108
100	99	105	108	117
	100	104	106	116
180	100	108	112	121
	101	106	110	119
норматив	102	109	114	122

Результаты исследований шума в кабинах козловых кранов показали, что превышение уровней звукового давления создается структурной составляющей шума элементов остекления. Для снижения вибраций, передаваемых от несущей системы кабины, предложен способ увеличения вибропоглощающих свойств при установке остекления в стенки кабины (рисунок 6.10).

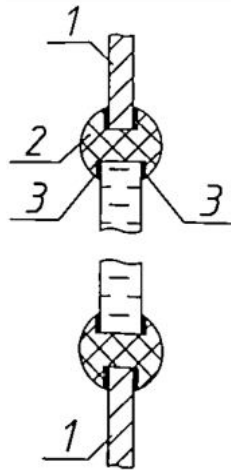


Рисунок 6.10 – Конструкция системы увеличения вибропоглощающих элементов остекления:

1 – стенка кабины; 2 – резиновое уплотнение; 3 – вибропоглощающая мастика

Обоснование выбора материалов системы вибропоглощения производилось по соответствию выполнения предельно-допустимых значений шума в кабине. Для этого определялись допустимые скорости колебаний из выражения:

$$L_C = 20 \lg 4,9 \cdot 10^2 v_{mn_i} \arctg^{0,5} \frac{R_i l_1}{2R_i \sqrt{4R_i^2 + l_1^2 + l_2^2}} \cdot 2 \cdot 10^4 + 10 \lg k_0, \quad (6.8)$$

где k_0 – количество элементов остекления кабины; L_C – предельно допустимые октавные уровни звукового давления, дБ.

Из этого выражения определялись требуемые скорости колебаний элементов остекления:

$$v_{mn_i, \text{доп}} = 10^{0,05 L_C - 0,5 \lg k_0 - 7,4} \cdot \arctg^{-0,5} \frac{R_i l_1}{2R_i \sqrt{4R_i^2 + l_1^2 + l_2^2}}. \quad (6.9)$$

Фактически материалы для снижения вибраций элементов остекления определялись согласно зависимости:

$$1 - \eta = \frac{\sum_1^{K_1} [(\delta_i S_i + \alpha_{ij}) v_{mni}^2 z_i - \alpha_{ji} l_{ij} v_{mnj}^2 z_j]}{\sum_1^{K_2} N_i}, \quad (6.10)$$

где N_i – вводимая в остекление вибромощность от элементов несущей системы кабины.

Резиновое уплотнение изготовлено из резины марки 1002. Между резиновым уплотнением, остеклением и стенкой кабины наносится слой вибропоглощающей мастики «Антивибрит 2» (А-2) толщиной 1,5...2 мм на сторону (плотность $11,57 \text{ кг/м}^3$; модуль упругости $4,5 \cdot 10^9 \text{ Па}$; коэффициент потерь колебательной энергии 0,4).

Измерения вибраций на элементах остекления приведены на рисунке 6.11.

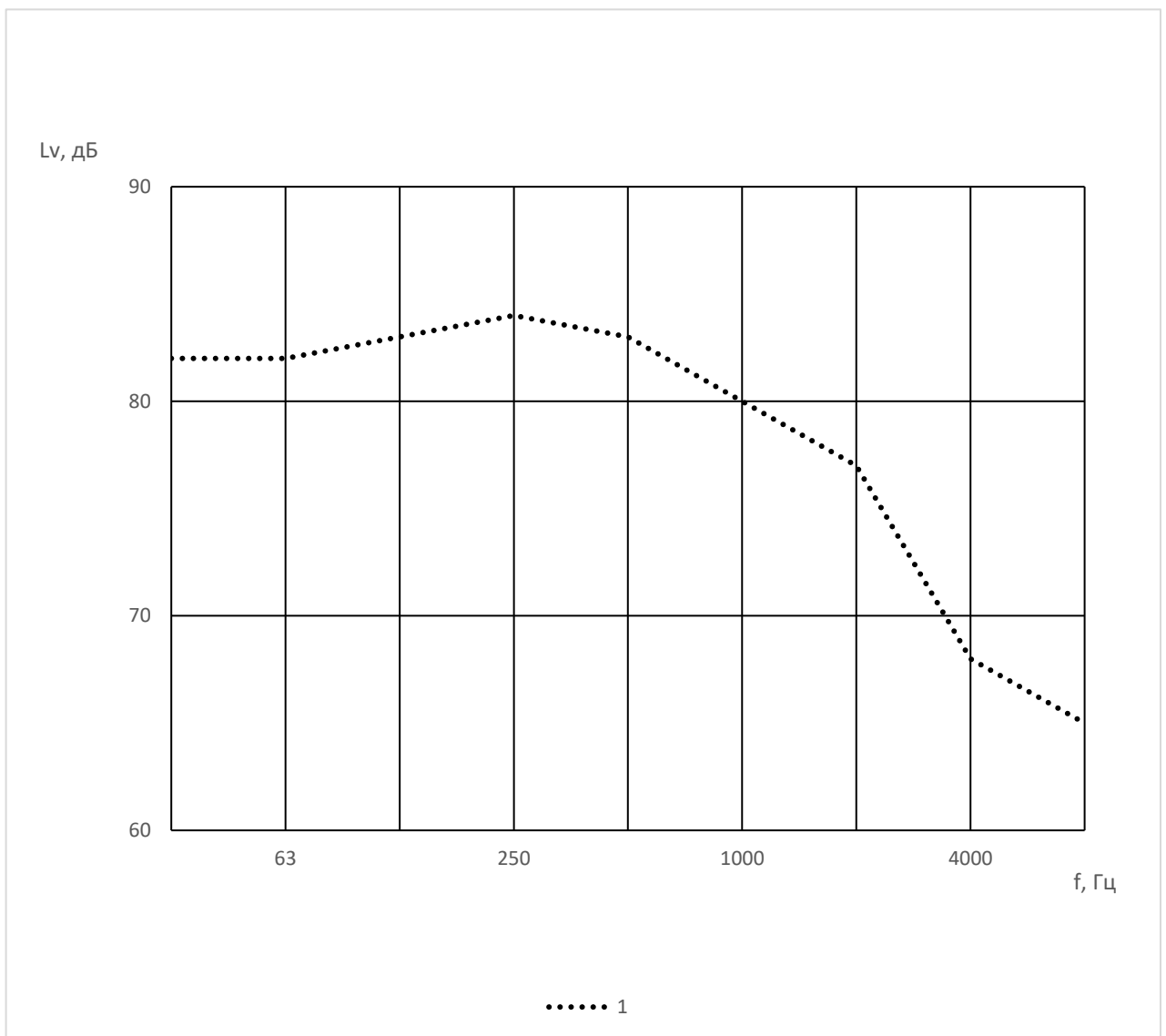


Рисунок 6.11 – Спектр вибраций на элементах остекления после установки системы вибропоглощения

Измерения показали, что уровни звукового давления в частотном диапазоне (250–2000 Гц) понижены на 5–7 дБ, что фактически обеспечивает выполнение предельно-допустимых значений.

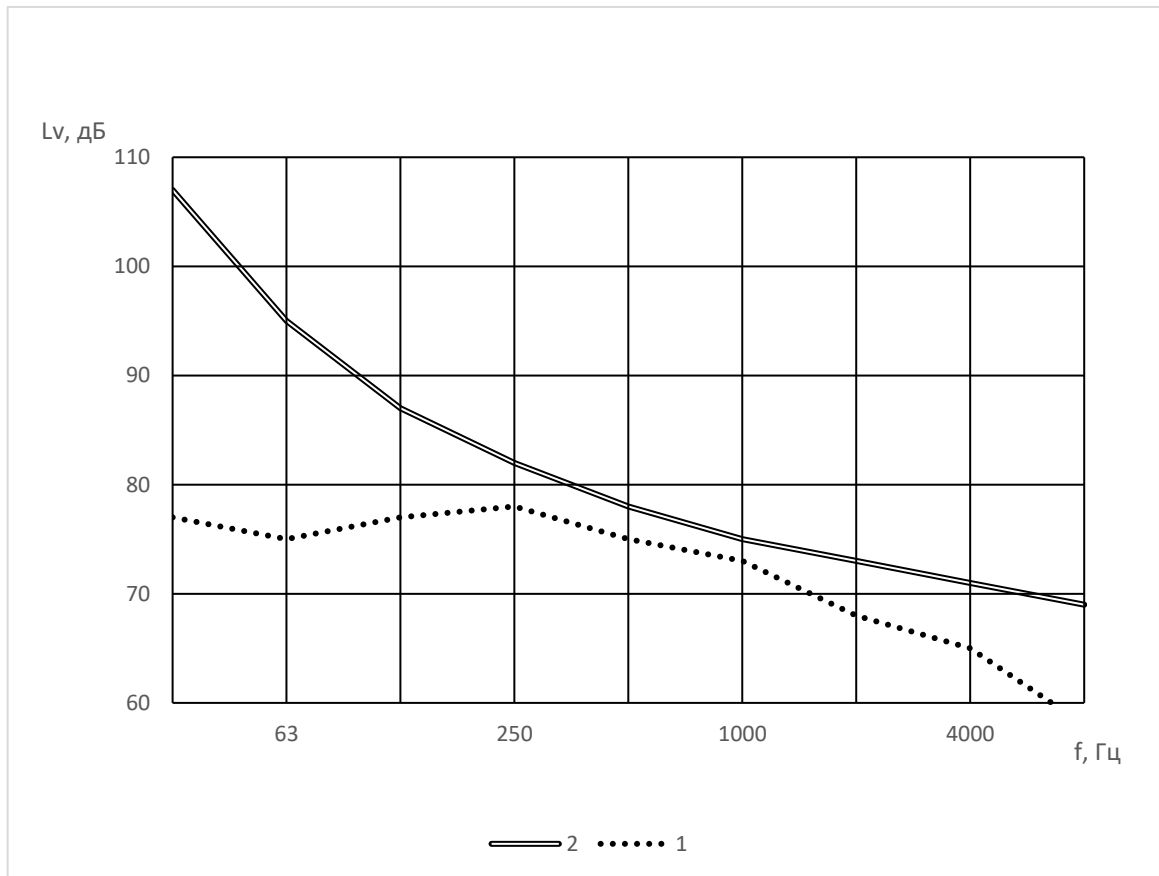


Рисунок 6.12 – Спектр шума в кабине козлового крана:

1 – уровни звукового давления; 2 – предельный спектр

6.7. Выводы по главе

1. Разработанная конструкция блочно-модульного подшипника скольжения в опорах валов редукторов привела к снижению уровней шума и вибрации не только корпуса редуктора, но и на рабочих местах крановщиков мостовых кранов грузоподъемностью до 25 тонн.

2. На кранах большей грузоподъемности для выполнения предельно-допустимых значений вибрации дополнительно к редукторам предложены оригинальные подшипники скольжения барабанов механизмов подъема.

3. Для снижения уровней звукового давления при движении мостовых кранов разработаны конструкции вибропоглощения и звукоизоляции узлов колесных пар и рельсов для соразмерных и несообразных производственных помещений.

4. Для выполнения предельно-допустимых величин шума в соразмерных производственных помещениях дополнительно предложены локальные акустические экраны, устанавливаемые непосредственно над редукторами механизмов подъема и снижающие воздействие отраженной звуковой энергии от потолка.

5. Внедрение предложенных мероприятий на мостовых кранах различной грузоподъемности привело к выполнению предельно-допустимых значений вибрации в кабинах крановщиков и уровней звукового давления в производственных помещениях.

6. Установка акустических облицовок на потолке и полу кабин козловых кранов понизила уровни звукового давления до нормативных значений.

7. Внедрение способов снижения вибрации узлов колесных пар рельсов редукторов и барабанов механизмов подъема и опускания груза привело к снижению уровней вибрации на тележке мостовых кранов на 8–10 дБ, что и обеспечило не только уменьшение интенсивности звукового излучения вышеуказанных источников, но и выполнение предельно-допустимых значений вибрации на рабочих местах крановщиков мостовых кранов. Модернизация существующих конструкций элементов уплотнения остекления кабин козловых кранов, направленная на увеличение диссипативных характеристик, снизила уровни вибрации на остеклении на 5–7 дБ и соответственно структурную составляющую шума в кабине до предельно допустимых значений.

ОБЩИЕ ВЫВОДЫ И РЕКОМЕНДАЦИИ

Результаты исследования сформулированы следующими выводами:

1. Акустическая система мостовых кранов создает в производственных помещениях уровни звукового давления, превышающие предельно-допустимые значения.

2. Несмотря на большое количество исследований, посвященных безопасности эксплуатации кранов, проблемы виброакустической безопасности практически не изучены.

3. Разработана модель виброакустической динамики общей акустической системы мостовых кранов в производственном помещении. Выделены доминирующие источники, такие как рельсы, узлы колесных пар и несущей рамы.

4. Для всех этих источников получены аналитические зависимости звукового давления, учитывающие параметры производственного помещения, геометрические, физико-механические характеристики источников и их компоновку в общей акустической системе мостовых кранов, а также условия эксплуатации – скорость перемещения, вес поднимаемого (опускаемого) груза.

5. Для конструкторских служб разработана методика инженерного расчета спектров вибрации и шума мостовых кранов, позволяющая на этапе проектирования определить уровни звукового давления каждого отдельного источника и всей акустической системы мостовых кранов, выявить их количественный вклад в формирование звукового поля в производственном помещении и превышения над предельно допустимыми величинами. Эти данные и позволяют выбрать инженерные решения по выполнению предельно-допустимых значений шума и вибрации.

6. Экспериментальные исследования, проведенные в реальных условиях эксплуатации мостовых кранов различной грузоподъемности, подтвердили правильность теоретических выводов о закономерностях формирования виброакустических характеристик и достоверность инженерной методики расчета.

7. Установлены закономерности формирования диссипативной функции, характеризуемой коэффициентами потерь колебательной энергии узлов колесных пар, включающих как сами колеса, так и оси, что фактически и позволяет выполнить акустические расчеты по предложенной методике на этапе проектирования различных типов мостовых кранов.

8. Разработаны практические рекомендации по снижению уровней шума, включающие системы виброшумозащиты рельсов и узлов колесных пар, одновременно выполняющие функции вибродемпфирования и звукоизоляции, блочно-модульные подшипники скольжения с повышенными виброизолирующими свойствами для редукторов и опор колесных пар, а также локальные акустические экраны.

9. В отличие от существующих исследований шума и вибрации рельсов железнодорожного транспорта уточнена модель возбуждения вибраций и шумообразования рельсов мостовых кранов, учитывающая характерные условия эксплуатации и способы закрепления рельсов на стенах производственного помещения.

10. Предложенные способы обеспечивают снижение вибраций и шума в самих источниках, т. е. активными методами, технологичны и могут быть использованы как при проектировании, так и при модернизации и ремонте мостовых кранов.

11. На разработанные инженерные решения получен отраслевой акт внедрения Ассоциации производителей станкоинструментальной продукции «СТАНКОИНСТРУМЕНТ». Разработанные мероприятия по снижению уровня шума общей акустической системы мостовых кранов в производственных помещениях прошли испытания в реальных условиях следующих машиностроительных предприятий: АО «Обуховский завод», ОАО «Роствертол» (с ожидаемым социально-экономическим эффектом в размере 12 тысяч рублей на один кран).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Кобзев, К. О.** Принципы построения методики расчета и проектирования оригинальной муфты, обеспечивающей снижение динамических нагрузок при перемещении грузовой тележки козлового крана / К. О. Кобзев, Б. Ч. Месхи // Механика и трибология транспортных систем : сборник докладов Международной научной конференции, Ростов-на-Дону, 8–10 ноября 2016 г. – Ростов-на-Дону : РГУПС, 2016. – С. 93–95.

2. Борьба с шумом на производстве : справочник / Е. Я. Юдин, Л. А. Борисов, И. В. Горенштейн [и др.]; под общей редакцией Е. Я. Юдина. – Москва : Машиностроение, 1985. – 400 с.

3. **Крутова, В. А.** Математическая модель асинхронного привода мостового крана / В. А. Крутова, И. А. Яицков // Материалы 7-й Международной конференции по промышленной инженерии (МКПП 2021). МКПП 2021. Конспект лекций по машиностроению. – Спрингер, Чам, 2021. – С. 435–441. – https://doi.org/10.1007/978-3-030-85233-7_53.

4. Вибрации и шум электрических машин малой мощности / Л. К. Волков, Р. Н. Ковалев, Г. Н. Никифорова [и др.]. – Ленинград : Энергия, 1979. – 205 с.

5. **Сухоруков, Ю. Н.** Модификация эвольвентных цилиндрических зубчатых колес / Ю. Н. Сухоруков. – Киев : Техника, 1992. – 197 с.

6. Виброакустическая активность механизмов с зубчатыми передачами / под редакцией М. Д. Генкина. – Москва : Наука, 1971. – 253 с.

7. Возбуждение колебаний в планетарных механизмах / Э. Л. Айрапетов, В. И. Апархов, М. Д. Генкин [и др.] // В кн. : Колебания механизмов с зубчатыми передачами / ответственные редакторы : д.т.н., проф. Э. Л. Айрапетов и М. Д. Генкин ; АН СССР. Гос. науч.-исслед. ин-т машиноведения им. акад. А. А. Благонравова. – Москва : Наука, 1977. – С. 24–31.

8. Возбуждение колебаний в зубчатых передачах / Э. Л. Айрапетов, В. И. Апархов, М. Д. Генкин [и др.] // В кн. : Динамические процессы в механизмах с зубчатыми передачами / ответственные редакторы : д.т.н., проф. Э. Л. Айрапетов

и М. Д. Генкин ; АН СССР. Гос. науч.-исслед. ин-т машиноведения. – Москва : Наука, 1976. – С. 44–50.

9. **Иоффе, Р. Л.** Зависимость сил возбуждения в косозубой зубчатой передаче от накопленной ошибки шага / Р. Л. Иоффе, В. Г. Кудинов, Ю. Н. Федосеев // Методы создания машин в малошумном исполнении. – Москва, 1978. – С. 37–42.

10. **Чукарин, А. Н.** Звукоизлучение зубчатой передачи / А. Н. Чукарин, Б. Г. Заверняев, В. Г. Трембач // Металлорежущие станки и прогрессивные методы обработки металлов резанием : сборник статей. – Ростов-на-Дону, 1977. – С. 48–51.

11. **Opitz, H.** Noise of Gears / H. Opitz // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. – Ser. A. – 1968. – P. 17–25.

12. **Васильев, В. А.** Выявление основных возбудителей шума коробок приводов металлорежущих станков / В. А. Васильев. – Москва : ЭНИМС, 1962. – 40 с.

13. **Tesch, F.** Der fehlerhaft Zehneigziff und sein Auswirkungen auf die Gerauschaabstzählung / F. Tesch // TH. – Aachen – 1969. – S. 52–57.

14. **Юрузуме, И.** Погрешности зубчатых передач и шум цилиндрических прямозубых колес, имеющих погрешности профиля зуба / И. Юрузуме, Х. Музутаник, Т. Тсубуку // Конструирование и технология машиностроения. – 1979. – № 2. – С. 37–42.

15. **Берестнев, О. В.** Зубчатые колеса пониженной виброактивности / О. В. Берестнев. – Минск : Наука и техника, 1978. – 120 с.

16. **Карпов, В. В.** Энергетический анализ вибрационных полей зубчатых передач полиграфических машин / В. В. Карпов, Ю. И. Кротов // XI Всесоюзная акустическая конференция : аннотации докладов. – Москва, 1991. – 45 с.

17. **Бондаренко, В. А.** Моделирование вибрационного воздействия при движении транспортных машин в условиях промышленных предприятий / В. А. Бондаренко, Д. С. Фролова, Е. М. Щерба // Интернет-журнал «Науковедение». – 2017. – Т. 9, № 5 (сентябрь-октябрь 2017). – С. 74. – eISSN 2223-5167.

18. **Волкова, П. Д.** Волнистость желобов внутренних колец и ее влияние на шумность подшипников качения / П. Д. Волкова, Н. Н. Герасимова // Подшипниковая промышленность. – 1960. – № 3. – С. 10–14.

19. **Никифорова, Г. Н.** Исследование радиальных и радиально-упорных скоростных шарикоподшипников как источников механических колебаний / Г. Н. Никифорова, А. К. Явленский, К. Н. Явленский // УП Всесоюзная акустическая конференция по физической и технической акустике. – Ленинград, 1973. – С. 332–334.

20. **Браун, Р. К.** Анализ вибраций роликовых и шариковых подшипников / Р. К. Браун, А. Н. Джатнер // Конструирование и технология машиностроения : Труды Американского общества инженеров-механиков. – 1979. – № 4. – С. 65–72.

21. **Грищенко, В. И.** Влияние отклонений форм рабочих поверхностей конического роликоподшипника на уровень интенсивности его вибрации / В. И. Грищенко // Вестник машиностроения. – 1979. – № 5. – С. 32–34. – ISSN 0042-4633.

22. **Явленский, А. К.** Теория динамики и диагностики систем трения качения / А. К. Явленский, К. Н. Явленский. – Ленинград : Изд-во ЛГУ, 1978. – 184 с.

23. **Чукарин, А. Н.** Влияние радиального зазора на шум подшипников качения / А. Н. Чукарин ; Ростовский институт сельскохозяйственного машиностроения. – Ростов-на-Дону, 1979. – Деп. В НИИМАШ 9.07.79, № 77.

24. **Асидати, А.** Контактные усталостные повреждения подшипников качения и возникновение акустической эмиссии / А. Асидати, Х. Ишикава. – Киндзоки, 1979. – № 7. – С. 56–57.

25. **Шефтель, Б. Т.** Исследование вибраций шарикоподшипника с осевым натягом / Б. Т. Шефтель // Машиноведение. – 1974. – № 4. – С. 38–40. – ISSN 1694-7657.

26. **Юдин, Е. Я.** Исследование шума вентиляторов и методов борьбы с ними / Е. Я. Юдин // Труды ЦАГИ. – Москва, 1956. – Вып. 713. – 227 с.

27. **Шефтель, Б. Т.** Аналитический расчет ожидаемого спектра вибрации шарикоподшипника от погрешностей формы поверхностей качения / Б. Т. Шефтель // Подшипниковая промышленность. – 1968. – № 6. – С. 25–29.

28. **Лизогуб, В. А.** Деформация дорожек качения подшипников при монтаже шпиндельных узлов станков / В. А. Лизогуб, А. М. Фигатнер // Станки и инструмент. – 1970. – № 9. – С. 29–31.

29. **Воронков, А. В.** Вибрации подшипников в узле редуктора и причины их возникновения / А. В. Воронков, И. А. Булавин // Автомобильная промышленность. – 1980. – № 5. – С. 47–51.

30. **Чукарин, А. Н.** Улучшение виброакустических характеристик подшипниковых узлов металлорежущих станков : диссертация на осискание ученой степени кандидата технических наук : 05.03.01 / Чукарин Александр Николаевич. – Ростов-на-Дону, 1985. – 175 с.

31. Справочник по контролю промышленных шумов / перевод с английского Л. Б. Скрябина, Н. И. Шабанова ; под редакцией В. В. Клюева. – Москва : Машиностроение, 1979. – 447 с.

32. **Чукарин, А. Н.** Исследование вибраций подшипниковых узлов с демпфирующими втулками / А. Н. Чукарин, Б. Г. Заверняев, Б. П. Игнатов // Надежность строительных машин и оборудования предприятий промышленности строительных материалов : межвузовский сборник. – Ростов-на-Дону, 1988. – С. 78–82.

33. **Чукарин, А. Н.** Влияние отклонений дорожек качения колец на их вибрационные характеристики / А. Н. Чукарин ; Ростовский институт сельскохозяйственного машиностроения. – Ростов-на-Дону, 1982. – Деп. В НИИАВТОПРОМ 26.07.82, № 812.

34. **Чукарин, А. Н.** Статистические исследования отклонений дорожек качения колец подшипников / А. Н. Чукарин // Исследование приводов и тепловых процессов сельскохозяйственного производства : межвузовский сборник. – Ростов-на-Дону, 1983. – С. 125–127.

35. **Чукарин, А. Н.** Влияние вибраций встроенных подшипников качения на виброакустическую активность корпусных деталей металлорежущих станков / А. Н. Чукарин, Б. Г. Заверняев, Н. Г. Фуга // Оптимизация и интенсификация процессов отделочно-зачистной и упрочняющей обработки : межвузовский сборник. – Ростов-на-Дону, 1987. – С. 123–132.

36. **Чукарин, А. Н.** Расчет звукоизлучения корпуса планетарного редуктора / А. Н. Чукарин, Б. Г. Заверняев, А. М. Медведев // Материалы всесоюзного совещания по проблемам улучшения акустических характеристик машин, Звенигород, 27–29 октября 1988 г. – Москва, 1988. – С. 120–121.

37. **Чукарин, А. Н.** О влиянии защитных крышек на шум закрытых подшипников / А. Н. Чукарин, Б. Г. Заверняев // Металлорежущие станки и прогрессивные методы обработки металлов резанием : сборник статей. – Ростов-на-Дону, 1977. – С. 17–22.

38. **Чукарин, А. Н.** Исследование шума закрытых подшипников / А. Н. Чукарин, Б. Г. Заверняев ; Ростовский институт сельскохозяйственного машиностроения. – Ростов-на-Дону, 1979. – Деп. В НИИМАШ 30.10.79, № 97.

39. **Чукарин, А. Н.** Исследование шума подшипников редуктора токарно-револьверного станка мод. 1Н318 / А. Н. Чукарин // Металлорежущие станки : сборник статей. – Ростов-на-Дону, 1981. – С. 28–32.

40. **Бондаренко, В. А.** Моделирование шумообразования корпуса редукторов повышенной мощности при виброизоляции подшипниковых узлов / В. А. Бондаренко, А. Н. Чукарин // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2013. – Т. 12, № 8(69). – С. 83–88. – ISSN 0201-727X.

41. **Бондаренко, В. А.** Способы снижения шума редукторов мостовых кранов / В. А. Бондаренко, А. Н. Чукарин // Транспорт-2015 : труды Международной научно-практической конференции. Ч. 1 : Экономические и технические науки / ФГБОУ ВПО РГУПС. – Ростов-на-Дону, 2015. – С. 287–288. – ISBN 978-5-88814-411-4.

42. **Чукарин, А. Н.** Влияние внутренних источников на уровни и спектры шума внутри и снаружи корпусных деталей металлорежущих станков / А. Н. Чукарин ; Ростовский институт сельскохозяйственного машиностроения. – Ростов-на-Дону, 1982. – Деп. в НИИМАШ 28.07.82, № 198.

43. **Болотов, Б. Е.** Метод снижения шума металлорежущих станков / Б. Е. Болотов, С. Н. Панов // Станки и инструмент. – 1978. – № 11. – С. 19–20.

44. **Панов, С. Н.** Голографические исследования в экспериментальной акустике машин / С. Н. Панов // Материалы всесоюзного совещания по проблемам улучшения акустических характеристик машин, Звенигород, 27–29 октября 1988 г. – Москва, 1988. – С. 149–151.

45. **Панов, С. Н.** Акустическое проектирование корпусных конструкций станочных модулей / С. Н. Панов // Материалы всесоюзного совещания по проблемам улучшения акустических характеристик машин, Звенигород, 27–29 октября 1988 г. – Москва, 1988. – С. 151–152.

46. **Панов, С. Н.** Виброакустика корпусных конструкций станков / С. Н. Панов // Динамика станков : тезисы Всесоюзной конференции. – Куйбышев, 1984. – С. 140–141.

47. **Козочкин, М. П.** Методы снижения шума металлорежущих станков и их узлов : методические рекомендации / М. П. Козочкин. – Москва, 1986. – 68 с.

48. **Патураев, В. В.** Полимербетоны в технологии станкостроения / В. В. Патураев, А. Н. Волгушев, В. А. Елфимов // Коррозионностойкие строительные конструкции из полимербетона и армополимербетонов. – Воронеж, 1984. – С. 3–5.

49. **Николаев, В. Т.** Снижение шума станка с ЧПУ / В. Т. Николаев, Е. И. Поджаров // Станки и инструмент. – 1985. – № 5. – 32 с. – ISSN 0869-7566.

50. **Чукарин, А. Н.** О расчете корпусного шума шпиндельных бабок станков токарной группы / А. Н. Чукарин, А. А. Феденко // Надежность и эффективность станочных и инструментальных систем : сборник статей. – Ростов-на-Дону, 1993. – С. 74–78.

51. **Чукарин, А. Н.** Теория и методы акустических расчетов и проектирования технологических машин для механической обработки : монография / А. Н. Чукарин. – Ростов-на-Дону : Издательский центр ДГТУ, 2005. – 151 с. – ISBN 5-7890-0326-5.

52. **Подуст, С. Ф.** Моделирование виброакустической динамики рельса на участке пути с балластным слоем / С. Ф. Подуст, Д. А. Куклин // Вестник Донского государственного технического университета. – 2012. – Т. 12, № 8(69). – С. 83–88. – ISSN 1992-5980.

53. **Подуст, С. Ф.** Моделирование виброакустической динамики шпал при движении подвижного состава / С. Ф. Подуст // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2013. – № 1(49). – С. 50–54. – ISSN 0201-727X.

54. **Власов, В. З.** Избранные труды. В 3 т. Т. 2 : Тонкостенные упругие стержни. Принципы построения общей технической теории оболочек / В. З. Власов. – Москва : Изд-во АН СССР, 1963. – 507 с.

55. **Подуст, С. Ф.** Влияние волнообразного износа рельса на виброакустические характеристики при движении подвижного состава / С. Ф. Подуст // Вестник Донского государственного технического университета. – 2013. – Т. 13, № 5-6 (74). – С. 137–143. – ISSN 1992-5980.

56. **Подуст, С. Ф.** Моделирование виброакустической динамики рельса на шпалах / С. Ф. Подуст, Д. А. Куклин // Вестник Донского государственного технического университета. – 2013. – Т. 13, № 1–2 (70–71). – С. 106–111. – ISSN 1992-5980.

57. **Колесников, И. В.** Моделирование виброакустической динамики системы колесо–колодка при торможении / И. В. Колесников // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2012. – № 2. – С. 30–34. – ISSN 0201-727X.

58. **Борисов, Л. П.** Звукоизоляция в машиностроении / Л. П. Борисов, Д. Р. Гужас. – Москва : Машиностроение, 1990. – 256 с.

59. **Иванов, Н. И.** Основы виброакустики : учебник для вузов / Н. И. Иванов, А. С. Никифоров. – Санкт-Петербург : Политехника, 2000. – 482 с. – ISBN 5-7325-0599-7.

60. **Бондаренко, В. А.** Снижение шума тяжелых мостовых кранов путем улучшения виброакустических характеристик редукторов (теория и практика) : монография / В. А. Бондаренко, С. А. Раздорский, А. Ч. Эркенов; под общей редакцией А. А. Короткого. – Ростов-на-Дону : РГУПС, 2015. – 178 с. – ISBN 978-5-906425-10-2 : 600 экз.

61. **Иванов, Н. И.** Инженерная акустика. Теория и практика борьбы с шумом : учебник / Н. И. Иванов. – Москва : Логос, 2008. – 424 с. – (Новая университетская библиотека). – ISBN 978-5-598704-286-0.

62. **Бондаренко, В. А.** Уточнение расчета акустических экранов, устанавливаемых в производственном помещении / В. А. Бондаренко, И. В. Богуславский, С. С. Подуст // Вестник Донского государственного технического университета. – 2014. – Т. 14, № 1 (76). – С. 93–97. – ISSN 1992-5980.

63. **Никифоров, А. С.** Вибропоглощение на судах / А. С. Никифоров. – Ленинград : Судостроение, 1979. – 185 с.

64. **Подуст, С. Ф.** Основы виброакустических расчетов отечественных электровозов : монография / С. Ф. Подуст, А. Н. Чукарин, И. В. Богуславский. – Ростовна-Дону : Издательский центр ДГТУ, 2013. – 150 с.

65. **Шендеров, Е. Л.** Волновые задачи гидроакустики / Е. Л. Шендеров. – Ленинград : Судостроение, 1972. – 343 с.

66. Способы снижения шума и вибрации на этапах проектирования, производства и эксплуатации железнодорожного подвижного состава : монография / И. В. Колесников, С. Ф. Подуст, С. С. Подуст, А. Н. Чукарин ; под общей редакцией академика РАН В. И. Колесникова. – Москва : ВИНТИ РАН, 2015. – 215 с. – ISBN 978-5-902928-53-9.

67. **Бондаренко В. А.** Теоретическое исследование спектров вибрации и шума рельс при движении мостовых кранов / В. А. Бондаренко // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ». – 2016. – Т. 8, № 3(34). – С. 110. – eISSN 2223-5167.

68. **Бондаренко В. А.** Моделирование процесса шумообразования мостовыми кранами в производственном помещении / В. А. Бондаренко, Б. Ч. Месхи, А. Н. Чукарин // Безопасность техногенных и природных систем (Safety of Technogenic and Natural Systems). – 2017. – № 2. – С. 34–44. – eISSN 2541-9129.

69. Кзольбе К. Акустический аспект шероховатости рельсов и колёс / К. Кзольбе // Железные дороги мира. – 2010. – №12. – С. 71-74.

70. Расчеты на прочность в машиностроении / под редакцией С.Д. Пономарева. – Москва : Машгиз, 1959. – 884 с.

71. **Колесников, И. В.** Основы акустического проектирования кабин машинистов (теория и практика) : монография / И. В. Колесников, Ю. В. Пронников, А. Н. Чукарин. – Ростов-на-Дону : Издательский центр ДГТУ, 2012. – 120 с. – ISBN 978-5-7890-0698-6.

72. **Krutova, V.** Deriving the Dependencies for the Vibrating Capacity Introduced into Wheelset Assemblies / V. Krutova // Journal Akustika. – Dec. 2021. – Vol. 41, No. 41. – URL: <https://www.journalakustika.com/index.php/akustika/article/view/77> (дата обращения: 20.02.2023).

73. **Никифоров, А. С.** Акустическое проектирование судовых конструкций / А. С. Никифоров. – Ленинград : Судостроение, 1990. – 200 с. – ISBN 5-7355-0188-7 : 70 к.

74. **Бондаренко, В. А.** Теоретическое исследование спектров вибрации узлов колесных пар мостовых кранов / В. А. Бондаренко // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ». – 2016. – Т. 8, № 4. – eISSN 2223-5167.

75. **Раздорский, С. А.** Звуковое излучение рельсов при движении мостового крана / С. А. Раздорский // Проектирование технологического оборудования : межвузовский сборник научных трудов / под редакцией д.т.н., проф. А. Н. Чукарина. – Ростов-на-Дону : ГОУ ДПО «ИУИ АП», 2006. – Вып. 4. – С. 17–24.

76. **Раздорский, С. А.** Закономерности формирования спектров шума в кабинах мостовых кранов от воздействия источников воздушного шума / С. А. Раздорский, И.Е. Вилинов // Вестник Донского государственного технического университета. – 2008. – Т. 8, № 4(39). – С. 492–499. – ISSN 1992-5980.

77. **Раздорский, С. А.** Методика расчета структурного шума в кабине мостового крана / С. А. Раздорский // Известия института управления и инноваций авиационной промышленности. («Известия ИУИ АП».) – 2009. – № 1-2. – С. 3–7.

78. **Раздорский, С. А.** Расчет звукоизоляции элементов ограждения кабины мостового крана / С. А. Раздорский // Инновационные технологии в машиностроении : сборник трудов Международной научно-технической конференции в рамках Промышленного конгресса юга России. – Ростов-на-Дону : Выставочный центр «ВертолЭкспо», ГОУ ДПО «ИУИАП», 2009. – С. 243–246.

79. **Вилинов, И. Е.** Техничко-экономическое обоснование необходимости замены существующих кранов на краны «Готвальд» / И. Е. Вилинов, Е. Б. Смирнов, С. А. Раздорский // Инновационные технологии в машиностроении : сборник трудов Международной научно-технической конференции в рамках Промышленного конгресса юга России. – Ростов-на-Дону : Выставочный центр «ВертолЭкспо», ГОУ ДПО «ИУИАП», 2009. – С. 337–441.

80. **Раздорский С. А.** Определение и расчет структурного шума в кабинах мостовых кранов / С. А. Раздорский // Вестник Донского государственного технического университета. – 2009. – Т. 9, № 1(40). – С. 91–97.

81. **Бондаренко, В. А.** Методика инженерного расчета шума в кабине мостового крана / В. А. Бондаренко, С. А. Раздорский // Охрана и экономика труда. Научно-профессиональный журнал ФГБУ «ВНИИ охраны и экономики труда» Минтруда России. – 2016. – № 2(23). – ISSN 2221-9951.

82. **Иванов, Н. И.** Борьба с шумом и вибрациями на путевых и строительных машинах / Н. И. Иванов. – Москва : Транспорт, 1987. – 223 с.

83. Об особенностях аттестации рабочих мест по условиям труда (по опыту работы кафедры БЖД РГУПС) / Е. П. Чубарь, В. М. Гарин, И. Г. Переверзев, Т. А.

Финоченко // Транспорт-2004 : труды Всероссийской научно-практической конференции. – Ростов-на-Дону : РГУПС, 2004. – С. 77.

84. Приоритетное направление охраны труда в современных условиях – аттестация рабочих мест / В. М. Гарин, И. Г. Переверзев, Т. А. Финоченко, Е. П. Чубарь // Актуальные проблемы развития транспорта России : труды Международной научной конференции, посвященной 75-летию РГУПС. – Ростов-на-Дону : РГУПС, 2004. – С. 328–330.

85. Предельно допустимые концентрации вредных веществ в воздухе рабочей зоны : ГН 2.2.5.1313-03 : утверждены Постановлением Главного государственного санитарного врача РФ от 30.04.03 г. № 76: введены в действие 15.06.03. – Текст : электронный. – URL: <http://www.dioxin.ru/doc/gn2.2.5.1313-03.htm> (дата обращения: 17.03.2023).

86. Шум на рабочих местах, в помещениях жилых, общественных зданий и на территории жилой застройки : СН 2.2.4/2.1.8.562-96 : утверждены и введены в действие Постановлением Госкомсанэпиднадзора РФ от 31.10.96 г. № 36. – Текст : электронный. – URL: <http://docs.cntd.ru/document/901703278> (дата обращения 17.03.2023).

87. Производственная вибрация, вибрация в помещениях жилых и общественных зданий : СН 2.2.4/2.1.8.566-96 : утверждены и введены в действие Постановлением Госкомсанэпиднадзора РФ от 31.10.96 г. № 40. – Текст : электронный. – URL: <http://docs.cntd.ru/document/901703281>. (дата обращения: 17.03.2023).

88. Приложения № 1–6, 8, 10 к Методике проведения специальной оценки условий труда : утверждены приказом Минтруда России от 24 января 2014 г. № 33н (зарегистрировано в Минюсте России 21 марта 2014 г. № 31689) . – Текст : электронный. – URL: <http://www.rosmintrud.ru/docs/mintrud/orders/170> (дата обращения: 17.03.2023).

89. Приложение № 11 к Методике проведения специальной оценки условий труда : утверждено приказом Минтруда России от 24 января 2014 г. № 33н

(зарегистрировано в Минюсте России 21 марта 2014 г. № 31689). – Текст : электронный. – URL: <http://www.rosmintrud.ru/docs/mintrud/orders/170> (дата обращения: 17.03.2023).

90. Приложение № 16 к Методике проведения специальной оценки условий труда : утверждено приказом Минтруда России от 24 января 2014 г. № 33н (зарегистрировано в Минюсте России 21 марта 2014 г. № 31689). – Текст : электронный. – URL: <http://www.rosmintrud.ru/docs/mintrud/orders/170> (дата обращения: 17.03.2023).

91. Приложение № 20 к Методике проведения специальной оценки условий труда : утверждено приказом Минтруда России от 24 января 2014 г. № 33н (зарегистрировано в Минюсте России 21 марта 2014 г. № 31689). – Текст : электронный. – URL: <http://www.rosmintrud.ru/docs/mintrud/orders/170> (дата обращения: 17.03.2023).

92. ГОСТ ССБТ 12.1.003-83. Шум. Общие требования безопасности : утвержден Постановлением Госстандарта СССР от 06 июня 1983 г. № 2473 ; введен в действие 1 июля 1984 г. (изм. от 19.12.1988 г.). – Текст : электронный. – URL: <http://docs.cntd.ru/document/5200291>(дата обращения: 17.03.2023).

93. ГОСТ ССБТ 12.1.003-2014. Шум. Общие требования безопасности : введен в действие в качестве национального стандарта Российской Федерации с 1 ноября 2015 г. Приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 29 декабря 2014 г. № 2146-ст. – Текст : электронный. – URL: <http://docs.cntd.ru/document/1200118606> (дата обращения: 17.03.2023).

94. **Голосной, С. В.** Анализ опасных и вредных факторов копировально-фрезерных деревообрабатывающих станков / С. В. Голосной // Защита от повышенного шума и вибрации : сборник трудов VI Всероссийской научно-практической конференции с международным участием, г. Санкт-Петербург, 21–23 марта 2017 г. – Санкт-Петербург, 2017. – С. 538–543.

95. ГОСТ 17187-2010. Шумомеры. Часть 1. Технические требования. – Текст : электронный. – URL: <http://www.g-ost.ru/51675.html> (дата обращения: 17.03.2023).

96. Методика проведения специальной оценки условий труда : утверждена Приказом Министерства труда и социальной защиты РФ от 24 января 2014 г. № 33н. – Текст : электронный. – URL : <http://www.rosmintrud.ru/docs/mintrud/orders/170> (дата обращения: 10.04.2023).

97. Классификатор вредных и (или) опасных производственных факторов : утвержден Приказом Министерства труда и социальной защиты РФ от 24 января 2014 г. № 33н. – Текст : электронный. – URL: <http://www.rosmintrud.ru/docs/mintrud/orders/170> (дата обращения: 10.04.2023).

98. Национальный стандарт РФ ГОСТ Р ИСО 9612-2013 Акустика. Измерения шума для оценки его воздействия на человека. Метод измерений на рабочих местах. – Текст : электронный. – URL: <http://docs.cntd.ru/document/1200107818> (дата обращения: 20.03.2023).

99. Национальный стандарт РФ ГОСТ Р 54500.3-2011. Руководство ИСО/МЭК 98-3:2008 Неопределенность измерения. Часть 3. Руководство по выражению неопределенности измерения. – Текст : электронный. – URL: <http://docs.cntd.ru/document/gost-r-54500-3-2011> (дата обращения: 19.03.2023).

100. Российская Федерация. Законы. О специальной оценке условий труда : Федеральный закон : принят Государственной Думой 23 декабря 2013 г. : по состоянию на 13 июля 2015 г. – Текст : электронный. – URL: <http://www.rg.ru/2013/12/30/osenka-dok.html> (дата обращения: 20.03.2023).

101. **Финоченко Т.А., Яицков И.А.** Достойный труд - безопасный труд / Всеросс. национ. науч.-практич. конф. «Теория и практика безопасности жизнедеятельности», научно-технич. журнал: Труды РГУПС. 2018.№ 2. с. 5-6

102. **Финоченко Т.А., Яицков И.А.** Достойный труд - безопасный труд / Всеросс. национ. науч.-практич. конф. «Теория и практика безопасности жизнедеятельности», научно-технич. журнал: Труды РГУПС. 2018.№ 2. с. 5-6

103. Аттестация рабочих мест по условиям труда на путевых машинных станциях / Е. П. Чубарь, И. Г. Переверзев, Т. А. Финоченко, А. В. Семенова // Современные проблемы совершенствования работы железнодорожного транспорта : межвузовский сборник научных трудов. В 3 т. Т. 1 / РГОТУПС. – Москва : Б. и., 2006. – С. 187–188. – ISBN 5-7473-0034-2 (в м. пер.) : Б. ц.

104. **Чубарь, Е. П.** Особенности проведения аттестации рабочих мест по условиям труда на путевой машинной станции ПМС-34 Северо-Кавказской железной дороги – филиала ОАО «РЖД» / Е. П. Чубарь, Т. А. Финоченко, А. В. Семенова // Безопасность и экология технологических процессов и производств : Всероссийская научно-практическая конференция. – 2006. – С. 66–68.

105. Предельно допустимые концентрации вредных веществ в воздухе рабочей зоны : ГН 2.2.5.1313-03 : утверждены Постановлением Главного государственного санитарного врача РФ от 30.04.03 г. № 76: введены в действие 15.06.03. – Текст : электронный. – URL: <http://www.dioxin.ru/doc/gn2.2.5.1313-03.htm> (дата обращения: 17.03.2023).

106. Идентификация производственных факторов, влияющих на условия труда работников локомотивных бригад тепловозов и мотовозов /Финоченко Т.А., Яицков И.А., Чукарин А.Н. // Инженерный вестник Дона, 2017, №4 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2017/4438

107. Производственная вибрация, вибрация в помещениях жилых и общественных зданий : СН 2.2.4/2.1.8.566-96 : утв. и введ. в действие Постановлением Госкомсанэпиднадзора РФ от 31.10.96 г. № 40. – Текст : электронный. – URL: <http://docs.cntd.ru/document/901703281> (дата обращения: 19.03.2023).

108. Инфразвук на рабочих местах, в жилых и общественных помещениях и на территории жилой застройки : СН 2.2.4/2.1.8.583-96: утверждены и введены в действие Постановлением Госкомсанэпиднадзора России от 31 октября 1996 г. № 52. – Текст : электронный. – URL: <http://docs.cntd.ru/document/1200029239> (дата обращения: 19.03.2023).

109. **Финоченко, Т.А.** Влияние количественной оценки условий труда на величину производственного риска / Финоченко Т.А., Переверзев И.Г., Финоченко Т.А. // Электронный научный журнал «Инженерный вестник Дона», № 4, 2017 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive

110. **Баланова М.В.** Оценка условий труда и профессиональный риск / Т. А. Финоченко, М. В. Баланова, А. С. Козлюк, Д. В. Мотренко, Л. В. Положенцева // Научно-технический журнал: «Труды РГУПС» № 4 (49), 2019 с. по результатам 11-й Международной научно-практич конф. "Перспективы развития локомотиво- и вагоностроения и технологии обслуживания подвижного состава"

111. Состояние промышленной безопасности при эксплуатации подъемных сооружений в 2016 г. // Информационный бюллетень Ростехнадзора. – 2017. №1. – С. 2-11.

112. **Котельников, В.С.** Оценка безопасности при эксплуатации кранов мостового типа: Автореф. дис. канд. техн. наук. – Новочеркасск: НГТУ. – 1998. – 24 с.

113. **Чичерин С.С.** Повышение безопасности мостовых кранов на основе анализа и оценки риска эксплуатации конструктивных элементов металлоконструкции: Автореф. дис. канд. техн. наук. – Новочеркасск: ЮРГТУ (НПИ). – 2003. – 24 с.

114. ГОСТ ССБТ 12.1.050-86. Методы измерения шума на рабочих местах : утвержден Постановлением Госстандарта СССР от 28 марта 1986 г. № 790 ; введен в действие 01.01.1987 (с Изменением № 1, утвержденным в мае 2005 г. (ИУС 8-2005)). – Текст : электронный. – URL: <https://docs.cntd.ru/document/1200005186> (дата обращения: 17.03.2023).

115. ГОСТ 12.1.023-80. Шум. Методы установления значений шумовых характеристик стационарных машин : утвержден и введен в действие Постановлением Госстандарта СССР от 20 марта 1980 г. № 1257. – Текст : электронный. – URL: <https://docs.cntd.ru/document/5200315> (дата обращения: 17.03.2023).

116. ГОСТ 27408-87 (СТ СЭВ 5711-86). Шум. Методы статистической обработки результатов определения контроля уровней шума, излучаемого машинами. : утвержден Постановлением Госстандарта СССР от 23.09.87 № 3619 ; введен в действие 01.07.1988. – Текст : электронный. – URL: <https://docs.cntd.ru/document/1200009804> (дата обращения: 17.03.2023).

117. ГОСТ Р 51400-99 (ИСО 3743-1-94, ИСО 3743-2-94). Шум машин. Определение уровней звуковой мощности источников шума по звуковому давлению. Технические методы для малых переносных источников шума в реверберационных полях в помещениях с жесткими стенами и в специальных реверберационных камерах : принят Постановлением Госстандарта России от 17 декабря 1999 г. № 542-ст ; введен в действие 01.07.2000. – Текст : электронный. – URL: <https://docs.cntd.ru/document/1200008495> (дата обращения : 17.03.2023).

118. ГОСТ Р 51401-99 (ИСО 3744-94). Шум машин. Определение уровней звуковой мощности источников шума по звуковому давлению. Технический метод в существенно свободном звуковом поле над звукоотражающей плоскостью : принят Постановлением Госстандарта России от 17 декабря 1999 г. № 543-ст ; введен в действие 01.07.2000. – Текст : электронный. – URL: <https://docs.cntd.ru/document/1200008662> (дата обращения : 17.03.2023).

119. ГОСТ Р 51402-99 (ИСО 3746-95). Шум машин. Определение уровней звуковой мощности источников шума по звуковому давлению. Ориентировочный метод с использованием измерительной поверхности над звукоотражающей плоскостью : принят Постановлением Госстандарта России от 17 декабря 1999 г. № 544-ст ; введен в действие 01.07.2000. – Текст : электронный. – URL: <https://docs.cntd.ru/document/1200008661> (дата обращения: 17.03.2023).

120. СанПиН 2.2.4./2.1.8.582- 96. Гигиенические требования при работах с источниками воздушного и контактного ультразвука промышленного, медицинского и бытового назначения. Санитарные правила и нормы : утверждены и введены в действие Постановлением Госкомсанэпиднадзора России от 31 октября

1996 г. № 51. – Текст : электронный. – URL: <https://docs.cntd.ru/document/1200000154> (дата обращения: 17.03.2023).

121. ГОСТ 16519-2006 (ИСО 20643:2005). Вибрация. Определение параметров вибрационной характеристики ручных машин и машин с ручным управлением. Общие требования. : принят Межгосударственным советом по стандартизации, метрологии и сертификации (протокол № 29 от 24 июня 2006 г.) ; введен в действие 01.07.2008. – Текст : электронный. – URL: <https://docs.cntd.ru/document/1200061589> (дата обращения: 17.03.2023).

122. ГОСТ 12.1.012-90. ССБТ. Вибрационная безопасность. Общие требования : утвержден Постановлением Госстандарта СССР от 13.07.90 № 2190 ; введен в действие 01.07.1991. – Текст : электронный. – URL: <https://docs.cntd.ru/document/5200329> (дата обращения: 17.03.2023).

123. ГОСТ 12.1.043-84. ССБТ. Вибрация. Методы измерения на рабочих местах в производственных помещениях : утвержден Постановлением Госстандарта СССР от 31.03.84 № 1205 ; введен в действие 01.07.1985. – Текст : электронный. – URL: <https://internet-law.ru/gosts/gost/59299> (дата обращения: 17.03.2023).

124. ГОСТ 12.4.012-83. ССБТ. Вибрация. Средства измерения и контроля на рабочих местах : утвержден Постановлением Госстандарта СССР от 28.01.83 № 490 ; введен в действие 01.01.1984. – Текст : электронный. – URL: <https://docs.cntd.ru/document/1200000250> (дата обращения : 17.03.2023).

125. **Чукарин, А. Н.** Экспериментальные исследования уровней шума, создаваемых мостовыми кранами в производственных помещениях / А. Н. Чукарин, В. А. Бондаренко // Вестник РГАТУ имени П.А. Соловьева. – 2017. – № 4(43).

126. **Бондаренко, В. А.** Расчет спектра вибраций в рабочей зоне обкатки редукторов / В. А. Бондаренко // Транспорт-2013 : труды Международной научно-практической конференции. Ч. 2. – Ростов-на-Дону : РГУПС, 2013. – С. 128–129.

127. **Chukarin, A.** Generation regularities of vibration and noise spectra of the gearboxes of overhead traveling crane / A. Chukarin, V. Bondarenko // Akustika. Studio D. – Akustika s.r.o. České Budějovice. – 2019. – Vol. 32. – P. 120–122. – ISSN 1801-9064.

128. **Крутова, В. А.** Влияние акустического излучения мостовых кранов на шум на рабочих местах станочного оборудования / В. А. Крутова, И. А. Яицков // Отечественный и зарубежный опыт обеспечения качества в машиностроении : сборник докладов II Всероссийской научно-технической конференции, 8–9 октября 2020 г. – Тула : Изд-во ТулГУ, 2020. – 385 с. – С. 117–120.

129. **Крутова, В. А.** Влияние акустического излучения мостовых кранов на формирование спектров шума на рабочих местах станочников / В. А. Крутова, И. А. Яицков // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. Вып. 2. – Тула : Издательство ТулГУ, 2021. – 683 с. – С. 611–614.

130. **Крутова, В. А.** Идентификация и оценка факторов производственной среды при работе грузоподъемных машин / В. А. Крутова // Инженерный вестник Дона. – 2021. – № 8. – URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n8y2021/7126 (дата обращения: 18.04.2023).

131. **Финоченко, Т. А.** Профессиональный риск на основе специальной оценки условий труда / Т. А. Финоченко, Е. А. Семиглазова // Инженерный вестник Дона. – 2017. – № 3. – URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2017/4355 (дата обращения: 16.04.2023).

132. **Кирищикова, В. И.** Социально-экономическая эффективность приведения рабочих мест к требованиям норм охраны труда. – Текст : электронный / В. И. Кирищикова, В. А. Финоченко // Инженерный вестник Дона. – 2013. – № 1. – URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2013/1511 (дата обращения: 16.04.2023).

133. Условия труда, производственный травматизм (по отдельным видам экономической деятельности). – Текст : электронный // Федеральная служба государственной статистики [сайт]. – URL: https://rosstat.gov.ru/working_conditions (дата обращения: 03.04.2023).

134. **Баланова, М. В.** Экспериментальные исследования шума кранов на железнодорожном ходу. – Текст : электронный / М. В. Баланова // Инженерный вестник Дона. – 2018. – № 1. – URL: ivdon.ru/magazine/archive/n3y2018/1579 (дата обращения: 10.03.2023).

135. **Пушенко, С. Л.** Принципы выработки стратегии управления рисками охраны труда. – Текст : электронный / С. Л. Пушенко // Инженерный вестник Дона. – 2012. – № 1. – URL: ivdon.ru/magazine/archive/n1y2012/634 (дата обращения: 10.03.2023).

136. **Vincent, N.** Rolling noise control at source: state-of-the-art survey / N. Vincent // Journal of Sound and Vibration. – USA, 2000. – Vol. 231(3). – P. 865–876.

137. **Balanova, M.** Physical factors affecting the reliability of rail crane operators / M. Balanova, I. Pereverzev, T. Finochenko // Dependability. – 2019. – Vol. 19(1). – P. 36–39. – DOI 10.21683/1729-2646-2019-19-1-36-39.

138. **Бондаренко, В. А.** Способы снижения вибраций в рабочей зоне обкатки редукторов / В. А. Бондаренко // Сборник тезисов докладов 72-й студенческой научно-практической конференции РГУПС. – Ростов-на-Дону, 2013.

139. **Кобзев, К. О.** Обоснование параметров системы снижения вибраций на рабочих местах операторов козловых кранов. – Текст : электронный / К. О. Кобзев // Интернет-журнал «Науковедение». – 2016. – № 5. – eISSN 2223-5167. – URL: <http://naukovedenie.ru/PDF/76tvn516.pdf> (дата обращения: 02.03.2023).

140. **Шишкарев, М. П.** Элементы теории отрицательно-нулевой обратной связи в адаптивных фрикционных муфтах / М. П. Шишкарев, К. О. Кобзев // Вестник Донского государственного технического университета. – 2014. – № 1. – С. 180–191. – ISSN 1992-5980.

141. **Кобзев, К. О.** Исследование точности срабатывания адаптивных фрикционных муфт с комбинированной обратной связью (часть 1). – Текст : электронный / К. О. Кобзев // Интернет-журнал «Науковедение». – 2013. – № 4(17). – URL: <http://naukovedenie.ru/PDF/02tvn413.pdf> (дата обращения: 03.03.2023). – eISSN 2223-5167.

142. **Шишкарёв, М. П.** Исследование точности срабатывания адаптивных фрикционных муфт с комбинированной обратной связью (часть 2). – Текст : электронный / М. П. Шишкарёв, К. О. Кобзев // Интернет-журнал «Науковедение». – 2013. – № 4(17). – URL: <http://naukovedenie.ru/PDF/03tvn413.pdf> (дата обращения: 04.03.2023). – eISSN 2223-5167.

143. **Шишкарёв, М. П.** Распределение нагрузки в адаптивных фрикционных муфтах второго поколения (часть 1). – Текст : электронный / М. П. Шишкарёв, К. О. Кобзев // Инженерный вестник «Дона». – 2013. – № 3. – URL: <http://www.ivdon.ru/magazine/archive/n3y2013/1784> (дата обращения: 06.03.2023).

144. **Шишкарёв, М. П.** Распределение нагрузки в адаптивных фрикционных муфтах второго поколения (часть 2). – Текст : электронный / М. П. Шишкарёв, К. О. Кобзев // Инженерный вестник «Дона». – 2013. – № 3. – URL: <http://www.ivdon.ru/magazine/archive/n3y2013/1785> (дата обращения: 06.03.2023).

145. **Кобзев, К. О.** Исследование спектров шума в кабинах козловых кранов / К. О. Кобзев, А. Н. Чукарин, В. А. Бондаренко // Вестник Донского государственного технического университета. – 2016. – № 3(86). – С. 148–154. – ISSN 1992-5980.

146. **Бондаренко, В. А.** Повышение быстродействия и улучшение условий эксплуатации козлового крана / В. А. Бондаренко, К. О. Кобзев // Охрана и экономика труда. – 2016. – № 2(23). – С. 32–40. – ISSN 2221-9951.

147. **Шишкарёв, М. П.** Исследование нагрузочной характеристики адаптивных фрикционных муфт с комбинированной обратной связью / М. П. Шишкарёв, К. О. Кобзев // Инновационные технологии в машиностроении и металлургии : сборник статей V Научно-практической конференции в рамках IX Промышленного конгресса юга России, 11–13 сентября 2013 г. – Ростов-на-Дону, 2013.

148. **Шишкарёв, М. П.** Расчет и проектирование управляющего устройства адаптивной фрикционной муфты с переменным коэффициентом усиления / М. П. Шишкарёв, К. О. Кобзев // Состояние и перспективы развития

сельскохозяйственного машиностроения : материалы 7-й Международной научно-практической конференции в рамках 17-й Международной агропромышленной выставки «Интерагромаш-2012», 25–27 февраля 2014 г. – Ростов-на-Дону, 2014. – С. 295–300.

149. **Krutova, V.** Vibrations of the closed frame structures in a steady-state condition / Veronika A. Krutova, Besarion Meskhi // AKUSTIKA, Studio D – Akustika s.r.o., České Budějovice. – 2021. – Vol. 41. – P. 4–7. – ISSN 1801-9064.

150. **Krutova, V.** Theoretical study of the closed bar system loss factor / Veronika A. Krutova, Besarion Meskhi // A AKUSTIKA, Studio D – Akustika s.r.o., České Budějovice. – 2021. – Vol. 41. – P. 8–12. – ISSN 1801-9064.

151. **Пронников, Ю. В.** О расчете составляющей шума в кабинах машинистов подвижного состава, создаваемой вибрацией элементов остекления / Ю. В. Пронников // Транспорт. Безопасность. Логистика : труды Международной научно-практической конференции. – Ростов-на-Дону, 2010. – С. 8–14.

152. **Пронников, Ю. В.** Совершенствование методов виброакустического расчета и проектирования кабин : автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук : 05.02.02, 05.26.01 / Пронников Юрий Викторович. – Ростов-на-Дону, 2012. – 18 с.

153. **Спиридонов, В. М.** Применение энергетического метода для расчета уровней звуковой вибрации / В. М. Спиридонов // Борьба с шумом на судах : сборник статей / научный редактор Н. Р. Четыркин. – Ленинград, 1965. – 108 с.

154. **Пронников, Ю. В.** Моделирование структурной составляющей шума в кабинах машинистов подвижного состава / Ю. В. Пронников // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2010. – № 3. – С. 64–68. – ISSN 0201-727X.

155. **Груничев, Н. С.** Пути снижения шума в кабинах локомотивов на железнодорожном транспорте / Н. С. Груничев, С. А. Аксенов, Т. А. Хоренко // Безопасность жизнедеятельности. – 2010. № 2. – С. 2–5.

156. **Колесников, И. В.** Звукоизолирующие и звукопоглощающие характеристики кабин локомотивов / И. В. Колесников, Ю. В. Пронников // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2011. – № 2. – С. 13–16.

157. **Подуст, С. Ф.** Увеличение звукоизоляции элементов остекления электровозов / С. Ф. Подуст // Известия института управления и инноваций авиационной промышленности. – 2011. – № 104. – С. 104-109.

158. **Ржевкин, С. Н.** Курс лекций по теории звука / С. Н. Ржевкин. – Москва : Изд-во МГУ, 1960. – 335 с.

159. **Бондаренко, В. А.** Уточнение расчета спектров структурной составляющей шума в кабинах с большой площадью остекления / В. А. Бондаренко, Т. А. Финоченко // Вестник Донского государственного технического университета. – 2017. – № 3(90). – С. 96–102. – ISSN 1992-5980.

160. **Подуст, С. Ф.** Экспериментальные исследования диссипативной функции элементов остекления электровозов / С. Ф. Подуст, Ю. В. Пронников // IX Промышленный конгресс юга России : сборник статей (11–13 сентября 2013 г., г. Ростов-на-Дону). – Ростов-на-Дону : Издательский центр ДГТУ, 2013. – 776 с. – С. 215–221.

161. Подуст С.Ф. Анализ закономерностей шумообразования электропоездов / Вестник РГУПС, № 4 (48). – 2012. – С. 42-45.

162. **Жорник, М.** Технический эксперимент: теория и практика / М. Жорник. – LAP, LAMBERT Academic Publishing, 2015. – 224 с.

163. **Красовский, Г. И.** Планирование эксперимента / Г. И. Красовский, Г.Ф. Филаретов. – Минск : Изд-во БГУ, 1982. – 302 с.

164. **Ермаков, С. М.** Математическая теория планирования эксперимента / С. М. Ермаков. – Москва : Наука, 1983. – 392 с.

165. **Крутова, В. А.** О расчете коэффициентов потерь колебательной энергии узлов колесных пар мостовых кранов / В. А. Крутова // Известия Тульского

государственного университета. Технические науки. – 2021. – № 6. – С. 213–217. – DOI 10.24412/2071-6168-2021-6-213-217.

166. **Крутова, В. А.** Вывод регрессионных зависимостей частотно-зависимых коэффициентов потерь колебательной энергии узлов колесных пар мостовых кранов / В. А. Крутова // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2021. – № 6. – С. 232–236. – DOI 10.24412/2071-6168-2021-6-232-236.

167. **Бондаренко В. А.** Экспериментальные исследования коэффициентов потерь энергии колебаний узлов колесных пар / В. А. Бондаренко, С. Ф. Подуст // Вестник Донского государственного технического университета. – 2016. – Т. 16, № 1(84). – С. 127–135. – DOI 10.12737/18274.

168. Способы снижения шума и вибраций при проектировании, производстве и эксплуатации железнодорожного подвижного состава : монография / И. В. Колесников, С. Ф. Подуст, С. С. Подуст, А. Н. Чукарин. – Москва : ВИНТИ РАН, 2015. – 216 с.

169. **Самарский, А. А.** Математическое моделирование: идеи, методы, примеры / А. А. Самарский, А. П. Михайлов. – 2-е изд., испр. – Москва : Физматлит, 2005. – 320 с. – ISBN 5-9221-0120-X (в пер.).

170. **Моисеев, Н. Н.** Численные методы в теории оптимальных систем / Н. Н. Моисеев. – Москва : Наука, 1971. – 424 с.

171. **Гилл, Ф.** Практическая оптимизация : перевод с английского / Ф. Гилл, У. Мюррей, М. Райт. – Москва : Мир, 1985. – 509 с.

172. **Гельман, В. Я.** Решение математических задач средствами Excel / В. Я. Гельман. – Санкт-Петербург : Питер, 2003. – 240 с.

173. Методы оптимизации в примерах в пакете MathCAD 15. Ч. 1 : учебное пособие / И. В. Кудрявцева, С. А. Рыков, С. В. Рыков, Е. Д. Скобов. – Санкт-Петербург : НИУ ИТМО ; ИХиБТ, 2014. – 166 с.

174. **Панасенко, Н. Н.** Проблема вероятностного анализа безопасности транспортно-технологических систем / Н. Н., Панасенко И. А. Шестакова //

Прогрессивные технологии машиностроения и современность : сборник трудов Международной. научно-технической конференции, 9–12 сентября 1997 г. – Севастополь – Донецк : ДонГТУ, 1997. – С. 190.

175. **Krutova, V. A.** The influence of dynamic phenomena in gear reductions of bridge cranes on the intensity of acoustic radiation / V. A. Krutova // *Akustika, Studio D – Akustika s.r.o., České Budějovice.* – 2021. – Vol. 39. – P. 134–136. – ISSN 1801-9064.

176. **Бондаренко, В. А.** Снижение шума и вибрации редукторов : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук : 05.26.01 / Бондаренко Вероника Александровна. – Ростов-на-Дону, 2014. – 150 с.

177. **Балабаева, И. А.** Шумопоглощающие материалы / И. А. Балабаева // *Автомобильная промышленность.* – 1987. – № 9. – С. 38–39. – ISSN 0005-2337.

178. **Тюрина, Н. В.** Решение проблемы снижения шума на селитебных территориях и рабочих местах в помещениях акустическими экранами : автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора технических наук : 01.04.06 / Тюрина Наталья Васильевна. – Санкт-Петербург, 2014. – 54 с.

179. ГОСТ 33329-2015. Экраны акустические для железнодорожного транспорта. Технические требования. – Москва : Стандартинформ, 2016. – 12 с.

180. Справочник проектировщика. Защита от шума / под редакцией Е. Я. Юдина. – Москва : Стройиздат, 1974. – 134 с.

181. **Зюзликова, Н. В.** Снижение шума на рабочих местах в помещениях акустическими экранами : автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук : 05.26.01 / Зюзликова Наталья Васильевна. – Санкт-Петербург, 1999. – 24 с.

182. **Кудаев, А. В.** Снижение шума силовых установок строительно-дорожных машин звукоизолирующими капотами : автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук : 01.04.06 / Кудаев Александр Владимирович. – Санкт-Петербург, 2011. – 25 с.

183. **Тюрина, Н. В.** Расчёт эффективности акустических экранов сложной формы / Н. В. Тюрина, Ю. И. Элькин // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2005. – Спец. выпуск «ELPIT-2005», Т. 2. – С. 86–88.

184. СП 51.13330.2011 Свод правил. Защита от шума. Актуализированная редакция СНиП 23-03-2003. – Москва : Минрегион России, 2011. – 41 с.

185. **Баланова М.В., Переверзев И.Г., Финоченко Т.А., Яицков И.А.** Проблемы шумового дискомфорта на рабочих местах машинистов кранов на железнодорожном ходу // Сб. науч. тр. «Актуальные проблемы и перспективы развития транспорта, промышленности и экономики России» («ТрансПромЭк-2018») – Ростов н/Д: Рост. гос. ун-т. путей сообщения, 2017. – С. 182–184.

186. Акустические экраны: конструкция, материалы, эффективность // Мир дорог. – 2008. – № 35. – С. 64–66.

187. **Тюрина, Н. В.** Классификация акустических экранов / Н. В. Тюрина // Новое в теоретической и прикладной акустике : сборник трудов 2-й Всероссийской школы-семинара, г. Санкт-Петербург, 17–18 октября 2002 г. / под редакцией Н. И. Иванова. – Санкт-Петербург, 2002. – С. 115–121.

188. **Тупов, В. Б.** Опыт снижения шума энергетических установок / В. Б. Тупов // Защита населения от повышенного шумового воздействия : сборник докладов II Всероссийской научно-практической конференции, г. Санкт-Петербург, 17–19 марта 2009 г. / под редакцией Н. И. Иванова. – Санкт-Петербург : БГТУ, 2009. – С. 190–200.

189. **Иванов, Н. И.** Снижение технологического шума акустическими экранами / Н. И. Иванов, Н. В. Тюрина // Безопасность жизнедеятельности. – 2003. – № 6. – С. 19–24.

190. ГОСТ 33328-2015. Экраны акустические для железнодорожного транспорта. Методы контроля. – Москва : Стандартинформ, 2016. – 12 с.

191. **Шубин, И. Л.** Акустический расчет и проектирование шумозащитных экранов : автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора технических наук : 05.23.01 / Шубин Игорь Любимович. – Москва, 2011. – 46 с.

192. **Тюрина, Н. В.** Проблема снижения шума акустическими экранами / Н. В. Тюрина, Н. И. Иванов // Дорожная держава. – 2008. – № 12. – С. 38–40.

193. **Котани, Ю.** Современное состояние и перспективы развития звукопоглощающих и виброизолирующих материалов в автомобилестроении / Ю. Котани, К. Тасииро // Дзюдося Гидзяцу. – 1972. – Т. 26, № 3. – С. 345–356.

194. **Watzl, A.** Anlagen zur Herstellung von Fliesstoffen für die Automobilindustrie / A. Watzl // Textil Praxis Intern. – 1987. – Bd. 42. – N. 11. – S. 1344–1354.

195. Теплошумопоглощающие материалы из синтетических волокон / В. А. Быков, А. Д. Шуляк, Г. Г. Шерстнева [и др.] // Автомобильная промышленность. – 1982. – № 7. – С. 8–11. – ISSN 0005-2337.

196. **Кальдина, М. Ю.** Использование отходов полиамидных нитей при выработке полотен для прокладок в автомобилестроении / М. Ю. Кальдина, С. В. Конюхова // Текстильная промышленность. – 1985. – № 3. – С. 31. – ISSN 0040-2397.

197. **Шерстнева, Г. Г.** Материал для ковриков пола / Г. Г. Шерстнева, Л. Н. Васильева // Автомобильная промышленность. – 1988. – № 9. – С. 6. – ISSN 0005-2337.

198. **Бондаренко, В. А.** Способы повышения вибродемпфирования и звукоизоляции колесных пар мостовых кранов / В. А. Бондаренко, А. Н. Чукарин // Вестник РГАТА имени П.А. Соловьева. – 2016. – № 2(37). – С. 72–78. – ISSN 2073-8072.

199. **Бондаренко, В. А.** Снижение шума и вибраций редукторов мостовых кранов повышенной грузоподъемности / В. А. Бондаренко, А. Н. Чукарин // Вестник РГАТА имени П.А. Соловьева. – 2017. – № 2(41). – С. 308–314. – ISSN 2073-8072.

200. Перечень вибропоглощающих материалов и конструкций, рекомендованных к применению в народном хозяйстве / АКИН АН. – Москва, 1978. – С. 31.

201. **Bondarenko, V. A.** Methods of noise reduction of bridge crane rails / V. A. Bondarenko, A. N. Chukarin // *Akustika, Studio D – Akustika s.r.o., České Budějovice*, 2019. – Vol. 32. – P. 3–6. – ISSN 1801-9064.

202. **Тартаковский, Б. Д.** Научные и практические вопросы создания и серийного производства вибропоглощающих материалов и покрытий и вибродемпфированных конструкций / Б. Д. Тартаковский // *Материалы Всесоюзного совещания по проблемам улучшения акустических характеристик машин, Звенигород, 27–29 окт.* – Москва, 1988. – С. 36–47.

203. **Cremer, L.** Theorie der Schalldämmung dünner Wände der Schrägen Einfall / L. Cremer // *Akustische Zeitschrift*. – 1942. – N. 7. – S. 81.

204. **Крокер, М. Дж.** Расчет прохождения звука и вибрации через перегородки и соединительные стержни при помощи статистического энергетического метода / М. Дж. Крокер, М. К. Батгачерия, А. Дж. Прайс // *Конструирование и технология машин : перевод с английского*. – 1971. – 93 В, 3. – С. 11–18.

205. **Седов, М. С.** Теория инерционного прохождения звука / М. С. Седов // *Известия вузов. Сер. : Строительство и архитектура*. – 1990. – № 2. – С. 37–42.

206. **Седов, М. С.** Решение некоторых основных задач о собственных колебаниях упругих тел / М. С. Седов. – Горький : ГГУ им. Н. И. Лобачевского, 1970. – 64 с.

207. **Ляшев, Л. М.** Отражение звука тонкими пластинами и оболочками в жидкости / Л. М. Ляшев. – Москва : Изд-во АН СССР, 1955. – 73 с.

208. **Седов, М. С.** Проектирование звукоизоляции / М. С. Седов. – Горький : ГГУ им. Н. И. Лобачевского, 1980. – 54 с.

209. **Gesele, K.** Schallabstrahlung von Platten? Die zu Biegeschwingungen angesagt sind / K. Gesele // *Acustica*. – 1953. – В. 3. – N. 4. – S. 243.

210. **Седов, М. С.** Расчет звукоизоляции облегченных ограждающих конструкций : учебное пособие / М. С. Седов, В. И. Юлин, А. А. Кочкин. – Горький : ГГУ им. Н. И. Лобачевского, 1985. – 55 с.

211. **Седов, М. С.** Акустический расчет тентовых сооружений: учебное пособие / М. С. Седов, Л. В. Едукова. – Горький : ГГУ им. Н. И. Лобачевского, 1988. – 47 с.

212. **Лалаев, Э. М.** Исследование и интерпретация одного эффекта повышения звукоизоляции многослойных ограждений / Э. М. Лалаев, Р. Ю. Винокур // Звукоизоляция и защита от шума жилых и общественных зданий. – Москва : ГлавПУ Мосгорисполкома, 1987. – С. 5–15.

213. **Крутова В. А.** Система снижения шума узлов колесных пар мостовых кранов / В. А. Крутова // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2022. – № 4. – С. 26–31. – DOI 10.46973/0201–727X_2022_4_26.

ПРИЛОЖЕНИЕ

«УТВЕРЖДАЮ»
 Проректор по учебной
 работе и международной
 деятельности
 ФГБОУ ВО ДГТУ
 д.т.н., профессор



А.Н. Бескопыйный
 «14» 02 2023г.

«УТВЕРЖДАЮ»
 Президент ассоциации
 производителей станко-
 инструментальной продукции
 «СТАНКОИНСТРУМЕНТ»
 К.Т.Н.



К.В. Самодуров
 «07» 02 2023г.

ОТРАСЛЕВОЙ АКТ ВНЕДРЕНИЯ

Комиссия в составе представителей кафедры «Безопасность жизнедеятельности и защита окружающей среды» ФГБОУ ВО ДГТУ заведующего кафедрой «Безопасность жизнедеятельности и защита окружающей среды», к.х.н., доцента О.В. Дымниковой, к.т.н., доцента, докторанта кафедры «Безопасность жизнедеятельности и защита окружающей среды» В.А. Крутовой и представителей ассоциации «СТАНКОИНСТРУМЕНТ» директора по связям со станкостроительными заводами к.т.н. И.Ю. Поспелова составила настоящий акт в том, что для отрасли машиностроения приняты к внедрению результаты исследований по снижению уровней вибрации и шума мостовых кранов различной грузоподъемности.

Эффективность снижения виброакустических характеристик включает комплекс инженерных решений, охватывающих следующие источники шума и вибрации:

- снижение шума рельсов и узлов колесных пар обеспечивается установкой вибропоглощающих элементов, одновременно выполняющих функцию звукоизоляции;

- снижение шума и вибрации редукторов достигается путем замены подшипников качения на блочно-модульные подшипники скольжения, которые используются и в узлах колесных пар.

Для мостовых кранов грузоподъемностью более 150 тонн всех типов кранов, эксплуатируемых в соразмерных производственных помещениях, разработана локально устанавливаемая звукопоглощающая конструкция.

Разработанный комплекс мероприятий обеспечивает снижение шума в производственных помещениях, а также вибраций на рабочих местах крановщиков и может быть использован как при проектировании мостовых кранов, так и при модернизации в условиях эксплуатации.

Ожидаемый социально-экономический эффект, полученный за счет улучшений условий труда может быть оценен после широкого внедрения на предприятиях машиностроения.

ФГБОУ ВО ДГТУ
к.х.н., доцент, заведующий
кафедрой
«Безопасность
жизнедеятельности и
защита окружающей
среды»

ФГБОУ ВО ДГТУ
к.т.н., доцент, докторант
кафедры «Безопасность
жизнедеятельности и
защита окружающей
среды»

Ассоциация производителей
станкоинструментальной
продукции
«СТАНКОИНСТРУМЕНТ»
к.т.н. директор по связям со
станкостроительными
заводами

 О.В. Дымникова

«06» 02 2023г.

 В.А. Крутова

«06» 02 2023г.

 И.Ю. Пospelов

«04» 02 2023г.

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по научной работе
ФГБОУ ВО РГУПС

д.т.н., профессор

А.Н. Гуда

«03» 06 2019 г.



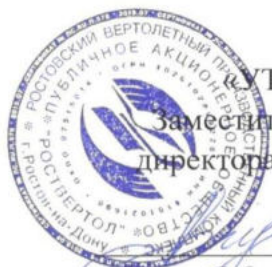
«УТВЕРЖДАЮ»

Заместитель управляющего
директора ОАО «Роствертол»

к.т.н.

А.П. Чучукалов

«03» 06 2019 г.



ТЕХНИЧЕСКИЙ АКТ ВНЕДРЕНИЯ

Настоящий акт составлен в том, что в результате совместных научно-исследовательских работ в ФГБОУ ВО «Ростовский государственный университет путей сообщения» на кафедре «Основы проектирования машин» к.т.н., доцентом В.А. Бондаренко разработаны и внедрены мероприятия по снижению уровней шума, создаваемых в условиях линейного производства на 30 тонном мостовом кране. Снижение интенсивности звукового излучения достигнуто путем установки систем шумо-виброзащиты рельсов и узлов колесных пар, а также системы звукопоглощения звукового излучения от корпуса редуктора механизма подъема.

Предложенные инженерные решения просты, технологичны и обеспечили снижение уровней звукового давления, создаваемых самим краном в производственном помещении до предельно-допустимых значений.

Ожидаемый экономический эффект в данном случае является социально-экономическим. Получен за счет улучшения условий труда работающих и может быть оценен только ориентировочно в размере 12 тысяч рублей на один кран.

ФГБОУ ВО РГУПС

к.т.н, доцент кафедры «Основы
проектирования машин»

В.А. Бондаренко

ОАО «Роствертол»

к.т.н., главный металлург

В.А. Замшин

УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по учебной работе и подготовке
кадров высшей квалификации
ДГТУ, д.т.н., профессор

Бескопильный А.Н.

«15» ноября 2021 г.

**УТВЕРЖДАЮ**

Заместитель генерального директора
по капитальному строительству и
эксплуатации

Клопов Ю.Д.

«02» 11 2021 г.

**ТЕХНИЧЕСКИЙ АКТ ИСПЫТАНИЙ**

Комиссия в составе представителей завода: начальника У ОТ, П и ЭБ Кудашева П.А., главного механика Прокофьева А.С. и представителей ФГБОУ ВО «Донской государственной технической университет»: к.т.н., доцента Крутовой В.А. – докторанта кафедры «Безопасность жизнедеятельности и защиты окружающей среды» составила настоящий акт о результатах промышленных испытаний мероприятий по снижению уровней шума мостовых кранов в производственных помещениях. Разработанные мероприятия включают: снижение основных источников, таких как: редукторов механизмов подъема груза и перемещения тележки и опор барабана путем замены подшипников качения на оригинальные блочно-модульные подшипники скольжения с повышенными виброизолирующими свойствами; установки локальных акустических экранов и вибропоглощающих вставок шейки рельса. Результаты показали, что уровни звукового давления, создаваемые непосредственно мостовыми кранами, понижены до уровня фонового шума производственного помещения.

ФГБОУ ВО ДГТУ:



к.т.н., доцент, докторант кафедры

 В.А. Крутова

АО «Обуховский завод»:

Начальник У ОТ, П и ЭБ

Главный механик

 П.А. Кудашев
 А.С. Прокофьев



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение
высшего образования
«Донской государственный
технический университет»
(ДГТУ)

344003, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1
Приемная ректора т.8(863) 273-85-25
Общий отдел т.8(863) 273-85-11
Факс т. 8(863) 232-79-53

E-mail: reception@donstu.ru
ОКПО 02069102 ОГРН 1026103727847
ИНН/КПП 6165033136/616501001

№ _____
На № _____ от _____

УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по учебной работе и подготовке
кадров высшей квалификации
Донского государственного технического
университета, д.т.н., профессор

Бескопильный А.Н.

« 01 » января 2021 г.



АКТ

внедрения научных разработок в учебный процесс

Материалы диссертационных исследований Крутовой В.А. докторанта кафедры «Безопасность жизнедеятельности и защита окружающей среды» федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Донской государственный технический университет» внедрены и используются в учебном процессе по направлению 20.03.01 «Техносферная безопасность».

Результаты исследований являются основополагающими при разработке курсов лекций и практических работ по дисциплине "Производственная безопасность" (в разделе: "Безопасность производства в его жизненном цикле").

Заведующий кафедрой «БЖиЗОС»

О.В. Дымникова