

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета

\_\_\_\_\_ Юнаков Л. П.  
(подпись) ФИО  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ МЕХАНИКИ

Направление/специальность подготовки	24.04.05 Двигатели летательных аппаратов
Специализация/профиль/программа подготовки	Авиационная и ракетно-космическая теплотехника
Уровень высшего образования	Магистратура
Форма обучения	Очная
Факультет	А Ракетно-космической техники
Выпускающая кафедра	А9 ПЛАЗМОГАЗОДИНАМИКА И ТЕПЛОТЕХНИКА
Кафедра-разработчик рабочей программы	А9 ПЛАЗМОГАЗОДИНАМИКА И ТЕПЛОТЕХНИКА

КУРС	СЕМЕСТР	ОБЩАЯ ТРУДОЁМКОСТЬ (ЗАЧЕТНЫХ ЕДИНИЦ)	ЧАСЫ (по наличию видов занятий)									ВИД ПРОМЕЖУТОЧНОГО КОНТРОЛЯ
			ОБЩАЯ ТРУДОЁМКОСТЬ	АУДИТОРНЫЕ ЗАНЯТИЯ				САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА				
				ВСЕГО	ЛЕКЦИИ	ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ	ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ	ВСЕГО	КУРСОВОЙ ПРОЕКТ	КУРСОВАЯ РАБОТА	ДРУГИЕ ВИДЫ САМОСТ. РАБОТЫ	
6	11	4	144	68	34	0	34	76	36	0	40	ЭКЗ.

*ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ*

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА СОСТАВЛЕНА В СООТВЕТСТВИИ С ТРЕБОВАНИЯМИ ФЕДЕРАЛЬНОГО  
ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО СТАНДАРТА ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ (ФГОС ВО)**

**24.04.05 Двигатели летательных аппаратов**

год набора группы: 2024

Программу составил:

Кафедра А9 ПЛАЗМОГАЗОДИНАМИКА И ТЕПЛОТЕХНИКА

Брыков Никита Александрович, к.т.н., доцент, доцент

Программа рассмотрена

на заседании кафедры-разработчика

рабочей программы **А9 ПЛАЗМОГАЗОДИНАМИКА И ТЕПЛОТЕХНИКА**

Заведующий кафедрой Тетерина И.В., к.т.н., доц.

Программа рассмотрена

на заседании выпускающей кафедры

**А9 ПЛАЗМОГАЗОДИНАМИКА И ТЕПЛОТЕХНИКА**

Заведующий кафедрой Тетерина И.В., к.т.н., доц.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ МЕХАНИКИ**

### **Разделы рабочей программы**

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ
2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО
3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ
4. ФОРМЫ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ
5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ
6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### **Приложения к рабочей программе дисциплины**

- Приложение 1. Аннотация рабочей программы
- Приложение 2. Технологии и формы обучения
- Приложение 3. Фонды оценочных средств

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ПСК-2.02 — способность проводить работы по вычислительному моделированию теплообмена изделий авиационной и ракетно-космической техники, анализировать и обобщать результаты

ПСК-2.03 — способность к профессиональной эксплуатации современных прикладных программных средств вычислительного моделирования процессов тепломассопереноса

Формированию компетенций служит достижение следующих результатов образования:

### **ПСК-2.02**

*знания:*

на уровне представлений: основные понятия и определения в области современных вычислительных технологий; основные понятия о реализации вычислительного эксперимента; понятия о сходимости, устойчивости и аппроксимации разностных схем; понятия о технологиях вычислительного моделирования в области механики сплошной среды – методах разностных схем, конечных объемов, конечных элементов; подготовка, планирование, организация и проведение вычислительного эксперимента; обработка результатов эксперимента, автоматизация экспериментальных исследований;

на уровне воспроизведения: законы сохранения в интегральной и дифференциальной форме, разностная аппроксимация дифференциальных и интегральных;

на уровне понимания: теоретические основы вычислительного моделирования процессов в гидроаэродинамике, механике деформируемого твердого тела и теплотехнике, методы и средства научных исследований, функциональная схема пакетов вычислительного моделирования;

*умения:*

теоретические: ставить краевые задачи в среде современных пакетов вычислительного моделирования;

практические: умение работать в среде современных пакетов вычислительного моделирования, умение строить сеточные структуры, способностью к профессиональной эксплуатации современных средств вычислительного эксперимента (в соответствии с целями магистерской программы);

*навыки:*

способностью и готовностью проводить работы по вычислительному моделированию задач механики сплошной среды, оценивать результаты исследований; способностью проводить вычислительный эксперимент и давать заключение о характере процессов в проектируемых объектах.

### **ПСК-2.03**

*знания:*

на уровне представлений: основные понятия и определения в области современных вычислительных технологий; основные понятия о реализации вычислительного эксперимента; понятия о сходимости, устойчивости и аппроксимации разностных схем; понятия о технологиях вычислительного моделирования в области механики сплошной среды – методах разностных схем, конечных объемов, конечных элементов; подготовка, планирование, организация и проведение вычислительного эксперимента; обработка результатов эксперимента, автоматизация экспериментальных исследований;

на уровне воспроизведения: законы сохранения в интегральной и дифференциальной форме, разностная аппроксимация дифференциальных и интегральных;

на уровне понимания: теоретические основы вычислительного моделирования процессов в гидроаэродинамике, механике деформируемого твердого тела и теплотехнике, методы и средства научных исследований, функциональная схема пакетов вычислительного моделирования;

*умения:*

теоретические: ставить краевые задачи в среде современных пакетов вычислительного моделирования;

практические: умение работать в среде современных пакетов вычислительного моделирования, умение строить сеточные структуры, способностью к профессиональной эксплуатации современных средств вычислительного эксперимента (в соответствии с целями магистерской программы);

*навыки:*

способностью и готовностью проводить работы по вычислительному моделированию задач механики сплошной среды, оценивать результаты исследований; способностью проводить вычислительный эксперимент и давать заключение о характере процессов в проектируемых объектах.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО

Дисциплина **ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ МЕХАНИКИ** является дисциплиной **обязательной части блока 1** программы подготовки по направлению *24.04.05 Двигатели летательных аппаратов*.

Содержание дисциплины является логическим продолжением дисциплин: **ВНУТРЕННЯЯ ГАЗОДИНАМИКА** **ЭНЕРГОУСТАНОВОК**.

Содержание дисциплины является основой для освоения дисциплин: **ПОДГОТОВКА К ПРОЦЕДУРЕ ЗАЩИТЫ И ЗАЩИТА ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ**.

Предварительные компетенции, сформированные у обучающегося до начала изучения дисциплины:

- ОПК-1 — Способен осуществлять подготовку научных публикаций, научно-технических отчетов, обзоров по результатам выполненных исследований и разработок
- ОПК-2 — Способен использовать современные информационные технологии при выполнении научных исследований и разработок; использовать стандартные пакеты прикладных программ; способен к алгоритмизации процесса вычислений при проведении исследований; организовывать и соблюдать требования информационной безопасности в профессиональной деятельности
- ПСК-2.02 — Способен проводить работы по вычислительному моделированию теплообмена изделий авиационной и ракетно-космической техники, анализировать и обобщать результаты

### 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 з.е., 144 ч.

#### 3.1. Содержание (дидактика) дисциплины

КУРС	СЕМЕСТР	Наименование разделов и дидактических единиц	ВСЕГО	Аудиторные занятия в контактной форме			Самостоятельная работа студентов	Формируемая компетенция, %	
				ВСЕГО	Лекции	Практические занятия		ПСК-2.02	ПСК-2.03
6	11	<b>Раздел 1. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент.</b> История развития вычислительной газодинамики. Триада математического моделирования. Методика математического моделирования. Особенности вычислительных задач аэрогазодинамики и тепломассопереноса. Возможности современных информационных технологий в задачах вычислительного моделирования. Численное моделирование в задачах аэрокосмической техники. Современные системы численного моделирования и пакеты прикладных программ. Достигнутые результаты и проблемные разработки.	10	6	2	4	4	5	5
6	11	<b>Раздел 2. Законы сохранения.</b> Законы сохранения для материального объема и балансовые соотношения. Понятия материального объема: подвижный объем, неподвижный в пространстве объем, перемещающийся в пространстве объем. Физико-механические характеристики материальной частицы. Поток через поверхность контрольного объема. Поток через поверхность контрольного объема. Внутренние напряжения. Формулировка законов сохранения. Формулировка законов сохранения для подвижного объема. Формулировка законов сохранения для фиксированного объема. Балансовые уравнения. Балансовые соотношения для перемещающегося объема. Эквивалентность двух форм записи интегральных законов сохранения. Дифференциальная форма законов сохранения для фиксированного контрольного объема. Закон сохранения массы. Закон изменения количества движения. Закон сохранения энергии. Консервативная форма системы уравнений динамики сплошной среды. Замыкающие соотношения.	10	8	6	2	2	10	10
6	11	<b>Раздел 3. О методах решения дифференциальных уравнений.</b> Основы метода конечных разностей. Основы метода контрольного объема. Основы метода конечных элементов.	10	4	2	2	6	5	5
6	11	<b>Раздел 4. Введение в построение расчетных сеток.</b> Основы построения сеток. Структурированные сетки. Блочные сетки. Криволинейные сетки. Методы автоматической генерации криволинейных эллиптических сеток. Неструктурированные сетки. Структуры данных для хранения информации о сетках. Методы построения неструктурированных сеток: метод пространственной декомпозиции, метод продвигаемого фронта, метод триангуляции Делоне. Методы повышения качества сетки.	14	10	4	6	4	10	10
6	11	<b>Раздел 5. Свойства разностных схем.</b> Основные разностные схемы газовой динамики. Свойства разностных схем: сходимость, аппроксимация, устойчивость, монотонность, порядок точности, невязка, аппроксимация, устойчивость. Волновые решения. Модифицированное уравнение. Дисперсия, диссипация. Искусственная вязкость.	10	4	2	2	6	10	10
6	11	<b>Раздел 6. Метод контрольных объемов.</b> Метод контрольного объема для нестационарного уравнения теплопроводности. Метод контрольного объема для задач газовой динамики. Особенности выбора контрольного объема. Особенности постановки граничных условий. Решение задачи о распаде произвольного разрыва. Метод Годунова. Приближенные решения задачи Римана. Разностные схемы повышенной точности (TVD). Разностные схемы повышенной точности (ENO).	48	32	16	16	16	30	30
6	11	<b>Раздел 7. Двухфазные течения.</b> Особенности моделирования двухфазных течений. Моделирование движения частицы в потоке газа. Моделирование течений со свободной поверхностью (VOF метод).	6	4	2	2	2	10	10
6	11	<b>Раздел 8. Курсовой проект.</b> Написание курсового проекта по индивидуальному заданию.	36	0	0	0	36	20	20
<b>Всего за 11 семестр</b>			144	68	34	34	76	100	100
<b>Всего по дисциплине</b>			144	68	34	34	76	100	100

#### 3.2. Аудиторный практикум

№ п/п	Номер и наименование раздела дисциплины	Тема практического занятия	Объем, ауд. часов
1	Раздел 1. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент.	Классификация дифференциальных уравнений, описывающих физические процессы и законы природы. Краевые задачи механики сплошной среды. Этапы постановки. Краевые условия. Интерполяция. Аппроксимация. Интегрирование ОДУ: метод Эйлера, методы Рунге-Кутты.	4
2	Раздел 2. Законы сохранения.	Понятие материального объёма. Физико-механические характеристики материальной частицы.	2
3	Раздел 3. О методах решения дифференциальных уравнений.	Моделирование колебание струны.	2
4	Раздел 4. Введение в построение расчетных сеток.	Хранение структурированной сетки в файле. Чтение сетки из файла.	2
5		Визуализация расчетов. Численные теневые изображения. Численный шлирен. Численная интерферограмма.	4
6	Раздел 5. Свойства разностных схем.	Определение погрешности аппроксимации разностной схемы	2
7	Раздел 6. Метод контрольных объемов.	Особенности моделирования нестационарного уравнения теплопроводности методом контрольных элементов.	4
8		Особенности моделирования нестационарной газовой динамики методом контрольных элементов.	12
9	Раздел 7. Двухфазные течения.	Особенности моделирования движения частиц в потоке газа.	2
<b>Всего за 11 семестр</b>			<b>34</b>

### 3.3. Самостоятельная работа студента (СРС)

№ п/п	Номер и наименование раздела дисциплины	Содержание учебного задания	Объем, часов
1	Раздел 1. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент.	Изучение материала раздела.	4
2	Раздел 2. Законы сохранения.	Изучение материала раздела.	2
3	Раздел 3. О методах решения	Изучение материала раздела.	2
4	дифференциальных уравнений.	Выполнение практического задания №1 «Моделирование колебания мембраны».	4
5	Раздел 4. Введение в построение расчетных сеток.	Изучение материала раздела.	4
6	Раздел 5. Свойства разностных схем.	Изучение материала раздела.	6
7	Раздел 6. Метод контрольных объемов.	Выполнение практического задания №3 «Нестационарная газовая динамика методом контрольных объемов».	6
8		Изучение материала раздела.	4
9		Выполнение практического задания №2 «Нестационарная теплопроводность методом контрольных объемов в двумерной постановке».	6
10	Раздел 7. Двухфазные течения.	Изучение материала раздела.	2
11	Раздел 8. Курсовой проект.	Выполнение курсового проекта по индивидуальному заданию. Анализ процессов и формирование математических моделей. Проведение вычислительного моделирования. Анализ результатов. Подготовка пояснительной записки, доклада и презентации.	36
<b>Всего за 11 семестр</b>			<b>76</b>

### 3.4. Курсовой проект

СОДЕРЖАНИЕ ЭТАПА	ПЕРИОД ИСПОЛНЕНИЯ (недели семестра)	ПЛАНИРУЕМОЕ ВРЕМЯ (час)
Этап 1. Обсуждение с руководителем содержания работы. Определение целей и постановка задач работы. Разработка плана работы над проектом	1 - 2	6
Этап 2. Анализ литературы по тематике курсового проекта. Анализ протекающих процессов и формирование математических моделей.	3 - 8	11
Этап 3. Проведение вычислительного моделирования. Анализ результатов численного моделирования.	9 - 16	14
Этап 4. Подготовка пояснительной записки, доклада и презентации.	17 - 17	5
<b>Всего за 11 семестр</b>		<b>36</b>

## 4. ФОРМЫ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

СЕМЕСТР	НЕДЕЛИ СЕМЕСТРА																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
11			КВ		КВ	ДР		Отч. по ПЗ	КВ	ДР	КВ		Отч. по ПЗ		Отч. по ПЗ	ДР	КП

Условные обозначения:

- ДР – диагностическая работа;
- КВ – контрольные вопросы;
- Отч. по ПЗ – отчет по практическому заданию;
- КП – курсовой проект.

**Текущий контроль успеваемости** студентов проводится в дискретные временные интервалы в следующих формах:

- диагностическая работа;
- контрольные вопросы;
- отчет по практическому заданию;
- курсовой проект.

**Промежуточная аттестация** проводится в формах:

- экзамен.

## 5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 5.1. Основная литература по дисциплине:

1. В. Н. Емельянов. . Численные методы: введение в теорию разностных схем. Москва: Юрайт, 2020, эл. рес.
2. К. Н. Волков, В. Н. Емельянов. . Вычислительные технологии в задачах механики жидкости и газа. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012, 63 экз.
3. К. Н. Волков, В. Н. Емельянов. . Моделирование крупных вихрей в расчётах турбулентных течений. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008, 7 экз.
4. К. Н. Волков, В. Н. Емельянов, В. А. Зазимко. . Турбулентные струи - статистические модели и моделирование крупных вихрей. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013, 30 экз.
5. К. Н. Волков, В. Н. Емельянов, И. В. Тетерина. . Газовые течения в соплах энергоустановок. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2017, 50 экз.
6. К. Н. Волков, Ю. Н. Дерюгин, В. Н. Емельянов. . Разностные схемы в задачах газовой динамики на неструктурированных сетках. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014, 10 экз.
7. Н. Н. Фёдорова, С. А. Вальгер, М. Н. Данилов. . Основы работы в ANSYS 17. М.: ДМК Пресс, 2017, эл. рес.

### 5.2. Дополнительная литература по дисциплине:

не требуется.

### 5.3. Периодические издания:

не требуются.

### 5.4. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины, электронные библиотечные системы:

1. <https://urait.ru/> — Образовательная платформа «Юрайт». Для вузов и ссузов.;
2. <https://e.lanbook.com/> — ЭБС Лань;
3. [http://library.voenmeh.ru/jirbis2/index.php?option=com\\_irbis&view=irbis&Itemid=474](http://library.voenmeh.ru/jirbis2/index.php?option=com_irbis&view=irbis&Itemid=474) — Фундаментальная библиотека БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова.

### Современные профессиональные базы данных:

1. <https://rusneb.ru> – Национальная электронная библиотека (НЭБ);
2. <https://cyberleninka.ru/> - Научная электронная библиотека «Киберленинка»;  
<http://www.rfbr.ru/rffi/ru/library> - Полнотекстовая электронная библиотека Российского фонда фундаментальных исследований.

### Информационные справочные системы:

1. Техэксперт – Информационный портал технического регулирования: Нормы, правила, стандарты РФ;
2. [http://library.voenmeh.ru/jirbis2/index.php?option=com\\_irbis&view=irbis&Itemid=457](http://library.voenmeh.ru/jirbis2/index.php?option=com_irbis&view=irbis&Itemid=457) - БД ГОСТов собственной генерации БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова;
3. <http://www.consultant.ru/>- КонсультантПлюс- информационный портал правовой информации.

### 5.5. Программное обеспечение:

1. Matlab 2015a SP1.

### 5.6. Информационные технологии:

взаимодействие с обучающимися посредством ЭИОС Moodle БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова.



## **6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **6.1. Лекционные занятия:**

специализированные требования по оборудованию отсутствуют; аудитория с посадочными местами по количеству студентов; доска.

### **6.2. Практические занятия:**

1. Проектор;
2. Matlab 2015a SP1.

### **6.3. Прочее:**

1. рабочее место преподавателя, оснащенное компьютером с доступом в Интернет;
2. рабочие места студентов, оснащенные компьютерами с доступом в Интернет, предназначенные для работы в электронной образовательной среде.

### **Аннотация рабочей программы**

Дисциплина **ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ МЕХАНИКИ** является дисциплиной **обязательной части блока 1** программы подготовки по направлению *24.04.05 Двигатели летательных аппаратов*. Дисциплина реализуется на факультете А Ракетно-космической техники БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д.Ф. Устинова кафедрой А9 ПЛАЗМОГАЗОДИНАМИКА И ТЕПЛОТЕХНИКА.

Дисциплина нацелена на формирование *компетенций*:

ПСК-2.02 способность проводить работы по вычислительному моделированию теплообмена изделий авиационной и ракетно-космической техники, анализировать и обобщать результаты;

ПСК-2.03 способность к профессиональной эксплуатации современных прикладных программных средств вычислительного моделирования процессов тепломассопереноса.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с методами и технологиями современного вычислительного моделирования процессов различной физической природы применительно к решению практических задач создания и проектирования космических аппаратов и комплексов военного и гражданского назначения, артиллерийских систем и других высокотехнологичных отраслей промышленности.

Программой дисциплины предусмотрены следующие **виды контроля**:

**Текущий контроль успеваемости** студентов проводится в дискретные временные интервалы в следующих формах:

- диагностическая работа;
- контрольные вопросы;
- отчет по практическому заданию;
- курсовой проект.

**Промежуточная аттестация** проводится в формах:

- экзамен.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 4 з.е., **144 ч**. Программой дисциплины предусмотрены лекционные занятия (**34 ч.**), практические занятия (**34 ч.**), самостоятельная работа студента (**76 ч.**).

## ТЕХНОЛОГИИ И ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ

### Рекомендации по освоению дисциплины для студента

Трудоемкость освоения дисциплины составляет 144 ч., из них 68 ч. аудиторных занятий, и 76 ч., отведенных на самостоятельную работу студента.

Рекомендации по распределению учебного времени по видам самостоятельной работы и разделам дисциплины приведены в таблице.

Контроль освоения дисциплины производится в соответствии с Положением о текущем, рубежном контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

Формы контроля и критерии оценивания приведены в приложении 3 к Рабочей программе.

Наименование работы	Рекомендуемая литература	Трудоемкость, час.
Раздел 1. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент.		
Изучение материала раздела.	К. Н. Волков, В. Н. Емельянов, И. В. Тетерина. . Газовые течения в соплах энергоустановок: М.: ФИЗМАТЛИТ, 2017 (Введение, 1) К. Н. Волков, В. Н. Емельянов. . Вычислительные технологии в задачах механики жидкости и газа: М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012 (Введение, 1.1)	4
Итого по разделу 1		4
Раздел 2. Законы сохранения.		
Изучение материала раздела.	В. Н. Емельянов. . Численные методы: введение в теорию разностных схем: Москва: Юрайт, 2020 (1) К. Н. Волков, В. Н. Емельянов. . Вычислительные технологии в задачах механики жидкости и газа: М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012 (2)	2
Итого по разделу 2		2
Раздел 3. О методах решения дифференциальных уравнений.		
Изучение материала раздела.	В. Н. Емельянов. . Численные методы: введение в теорию разностных схем: Москва: Юрайт, 2020 (4.2)	2
Выполнение практического задания №1 «Моделирование колебания мембраны».		4
Итого по разделу 3		6
Раздел 4. Введение в построение расчетных сеток.		
Изучение материала раздела.	К. Н. Волков, Ю. Н. Дерюгин, В. Н. Емельянов. . Разностные схемы в задачах газовой динамики на неструктурированных сетках: М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014 (1.1, 1.2) В. Н. Емельянов. . Численные методы: введение в теорию разностных схем: Москва: Юрайт, 2020 (2, 3)	4
Итого по разделу 4		4
Раздел 5. Свойства разностных схем.		
Изучение материала раздела.	В. Н. Емельянов. . Численные методы: введение в теорию разностных схем: Москва: Юрайт, 2020 (2) К. Н. Волков, В. Н. Емельянов. . Вычислительные технологии в задачах механики жидкости и газа: М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012 (1.7)	6
Итого по разделу 5		6
Раздел 6. Метод контрольных объемов.		
Выполнение практического задания №3 «Нестационарная газовая динамика методом контрольных объемов».	В. Н. Емельянов. . Численные методы: введение в теорию разностных схем: Москва: Юрайт, 2020 (7) К. Н. Волков, Ю. Н. Дерюгин, В. Н. Емельянов. . Разностные схемы в задачах газовой динамики на	6
Изучение материала раздела.		4
Выполнение практического задания №2 «Нестационарная теплопроводность методом контрольных объемов в двумерной постановке».		6

	неструктурированных сетках: М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014 (2, 3)	
Итого по разделу 6		16
<b>Раздел 7. Двухфазные течения.</b>		
Изучение материала раздела.	К. Н. Волков, В. Н. Емельянов, В. А. Зазимко. . Турбулентные струи - статистические модели и моделирование крупных вихрей: М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013 (1) К. Н. Волков, В. Н. Емельянов. . Моделирование крупных вихрей в расчётах турбулентных течений: М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008 (5)	2
Итого по разделу 7		2
<b>Раздел 8. Курсовой проект.</b>		
Выполнение курсового проекта по индивидуальному заданию. Анализ процессов и формирование математических моделей. Проведение вычислительного моделирования. Анализ результатов. Подготовка пояснительной записки, доклада и презентации.	Н. Н. Фёдорова, С. А. Вальгер, М. Н. Данилов. . Основы работы в ANSYS 17: М.: ДМК Пресс, 2017 (Все главы) К. Н. Волков, В. Н. Емельянов. . Вычислительные технологии в задачах механики жидкости и газа: М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012 (Все главы)	36
Итого по разделу 8		36

## ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Фонд оценочных средств, позволяющие оценить результаты обучения по данной дисциплине, включают в себя:

- диагностическая работа
- контрольные вопросы;
- отчет по практическому заданию;
- курсовой проект;
- экзамен.

### Критерии оценивания

#### Диагностическая работа

Диагностическая работа проводится в форме теста в ЭИОС Moodle:

- при правильном ответе менее чем на 60% вопросов - не аттестация;
- при правильном ответе на 60% вопросов и более - аттестация.

#### Контрольные вопросы

Критерии оценивания ответов на контрольные вопросы

Ответы на контрольные вопросы по определенным разделам дисциплины осуществляются в устной форме. Студенту задаются 3 вопроса в рамках изучаемого раздела, для успешной аттестации необходимо правильно ответить на 2 и выше вопросов. Ответ на вопрос должен быть правильным, содержательным, аргументированным.

Список контрольных вопросов:

1. Математическое моделирование физических процессов. Технологии и этапы.
2. Законы сохранения в интегральной форме.
3. Законы сохранения в дифференциальной форме.
4. Классификация дифференциальных уравнений с частными производными.
5. Постановка краевых задач. Корректность краевой задачи.
6. Системы уравнений механики, используемые в численных методах.
7. Модельные уравнения. Модельные задачи.
8. Методы дискретизации уравнений.
9. Метод конечных разностей.
10. Метод конечных объемов.
11. Метод конечных элементов.
12. Разностные схемы: явные и неявные.
13. Дискретизация по времени.
14. Дискретизация по пространству.
15. Свойства разностных схем.
16. Сетки и сеточные функции.
17. Классификация расчетных сеток.
18. Методы построения расчетных сеток в физической области.
19. Многосеточные технологии.
20. Параллельные технологии вычислений.
21. Вычисления на графических процессорах.
22. Алгоритм численного решения уравнений механики сплошной среды.
23. Постановка задачи вычислительного моделирования.
24. Метод контрольного объема. Особенности выбора КО.
25. Метод контрольного объема. Особенности постановки граничных условий.
26. Метод контрольного объема. Определение потоков через грани КО.
27. Точное решение задачи Римана.
28. Метод Годунова.
29. Приближенные методы решения задачи Римана: метод HLL и HLLC
30. Приближенные методы решения задачи Римана: метод Roe
31. Квазимонотонные разностные TVD схемы: схема ван Лира
32. Квазимонотонные разностные TVD схемы: схема Чакраварти-Ошера
33. Монотонные противоточные схемы для законов сохранения MUSCL TVD
34. Ограничители полной вариации
35. Квазимонотонные разностные ENO-схемы

#### Отчет по практическому заданию

Отчет по ПЗ представляется в печатном виде в формате, предусмотренном шаблоном отчета по ПЗ. Отчет по ПЗ должен содержать:

- постановку задачи, математическую модель и основные расчетные соотношения используемых методов решения;
- схему расчетной области с характеристиками сетки, краевыми и начальными условиями, реализованными в решаемом варианте;
- графическое представление полученных результатов;
- содержание исследовательского задания, результаты вычислительного моделирования, анализ и выводы по проведенным исследованиям.

Защита ПЗ проходит в форме доклада студента по выполненной работе и ответов на вопросы преподавателя. Процедура

защиты включает ответы на вопросы преподавателя по работе и разделу курса. В ходе защиты ПЗ обучающиеся должны продемонстрировать знания, умения и навыки:

- культуру речи при изложении своих мыслей, логичность в постановке и изложении материала,
- понимание постановки задачи, знание основных элементов математической модели, формулировка начальных и граничных условий, обоснование основных упрощающих положений;
- умение определить место исследованного явления в конкретных технических процессах и устройствах;
- умение анализировать полученные результаты и умение прогнозировать характер процессов в технических устройствах на основании полученных данных;
- умение самостоятельно модифицировать математические модели и программные средства для целей конкретизации или расширения области приложения моделей, использованных в работе.

Оценка защиты работы выставляется по 100 бальной шкале с учётом:

- выполнение ПЗ – 40 баллов,
- оформление пояснительной записки – 20 баллов,
- защита результатов, ответы на вопросы и их логика, культура речи – 40 баллов.

ПЗ считается принятой при наборе более 80 баллов.

### **Курсовой проект**

Курсовой проект представляется в печатном виде в формате, соответствующим «Положению по содержанию, оформлению, организации выполнения и защиты курсовых проектов и курсовых работ БГТУ. Защита курсового проекта проходит в форме доклада студента по выполненной работе и ответов на вопросы членов комиссии. В ходе защиты КП обучающиеся должны продемонстрировать культуру речи при изложении своих мыслей, логичность в постановке и изложении материала, необходимые начальные знания по существу обсуждаемой темы.

В случае, если оформление курсового проекта и поведение студента во время защиты соответствуют указанным требованиям, студент получает оценку:

- оценка «отлично» выставляется, при правильном выполнении курсового проекта, правильных ответов студента на вопросы преподавателя от 90 до 100%;
- оценка «хорошо» выставляется, при незначительных ошибках в содержании курсового проекта, правильных ответов студента на вопросы преподавателя от 75 до 90%;
- оценка «удовлетворительно» выставляется, при незначительных ошибках в содержании курсового проекта, правильных ответов студента на вопросы преподавателя от 50 до 75%.
- оценка «не защитил» выставляется, при значительных ошибках в содержании курсового проекта, при допущении принципиальных ошибок в ответах на вопросы преподавателя - правильных ответов менее 50%.

Основаниями для снижения оценки за курсовой проект могут служить:

- небрежное выполнение,
- низкое качество графического материала (неверный выбор масштаба чертежей, отсутствие указания единиц измерения на графиках),
- незначительные ошибки при ответах на теоретические вопросы.

Курсовой проект не может быть принят и подлежит переработке в случае:

- несоответствия заданию на курсовое проектирование,
- отсутствия необходимых разделов,
- отсутствия необходимого графического материала,
- некорректной обработки результатов вычислений.

Примеры тем для курсового проектирования:

- Газовая динамика поворотного управляющего сопла.
- Численное моделирование ударно-волновых структур в канале воздухозаборника перспективного реактивного двигателя.
- Численное моделирование процессов тепломассопереноса в двигателе ЛА.
- Моделирование процессов в прямоточном воздушно-реактивном двигателе.
- Моделирование газодинамических течений вихреразрешающими методами.
- Анализ взаимодействия ударных волн в пульсирующих детонационных двигателях.
- Газодинамика начального участка сверхзвуковых струй.
- Численное моделирование процессов в камере сгорания газотурбинного двигателя.
- Исследование ударно-волновой структуры в воздухозаборнике ГЛА.
- Вычислительное моделирование струйных и сопловых течений.
- Вычислительное моделирование высокоскоростного турбокомпрессора.
- Моделирование газодинамических процессов, сопровождающих работу систем управления вектором тяги.
- Численное решение задач газовой динамики с учетом физико-химических превращений.

### **Экзамен**

Допуск к экзамену возможен только при условии успешной защиты заданий аудиторного практикума и получения положительной оценки (отлично, хорошо или удовлетворительно) за защиту курсового проекта. Экзамен, включает в себя два контрольных вопроса по выбору преподавателя из списка вопросов для собеседования по разделам дисциплины. Знания, умения и навыки студентов определяются следующим образом:

- Оценки «отлично» заслуживает студент, обнаруживший всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоивший основную и знакомый с дополнительной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка «отлично» выставляется студентам, усвоившим взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявившим творческие способности в понимании, изложении и использовании учебного материала.
- Оценки «хорошо» заслуживает студент, обнаруживший полное знание учебного материала, успешно выполняющий предусмотренные в программе задания, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе. Как правило, оценка «хорошо» выставляется студентам, показавшим систематический характер знаний по дисциплине и способным к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.
- Оценки «удовлетворительно» заслуживает студент, обнаруживший знания основного учебного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по специальности, справляющийся с выполнением заданий,

предусмотренных программой, знакомый с основной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка «удовлетворительно» выставляется студентам, допустившим погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.

- Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, обнаружившему пробелы в знаниях основного учебного материала, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании вуза без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

КУРС	СЕМЕСТР	Наименование разделов и дидактических единиц	ВСЕГО	Аудиторные занятия в контактной форме			Самостоятельная работа студентов	Формируемая компетенция, %		НАИМЕНОВАНИЕ ОЦЕНОЧНОГО СРЕДСТВА
				ВСЕГО	Лекции	Практические занятия		ПСК-2.02	ПСК-2.03	
6	11	Раздел 1. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент.	10	6	2	4	4	5	5	Контрольные вопросы
6	11	Раздел 2. Законы сохранения.	10	8	6	2	2	10	10	Контрольные вопросы
6	11	Раздел 3. О методах решения дифференциальных уравнений.	10	4	2	2	6	5	5	Контрольные вопросы
6	11	Раздел 4. Введение в построение расчетных сеток.	14	10	4	6	4	10	10	Контрольные вопросы
6	11	Раздел 5. Свойства разностных схем.	10	4	2	2	6	10	10	Отчет по практическому заданию
6	11	Раздел 6. Метод контрольных объемов.	48	32	16	16	16	30	30	Отчет по практическому заданию
6	11	Раздел 7. Двухфазные течения.	6	4	2	2	2	10	10	Контрольные вопросы
6	11	Раздел 8. Курсовой проект.	36	0	0	0	36	20	20	Курсовой проект
Всего за 11 семестр			144	68	34	34	76	100	100	
Всего по дисциплине			144	68	34	34	76	100	100	



## Критерии оценивания

### ПСК-2.02

Вопросы открытого типа:

№ 1 Фамилию какого ученого носит численный метод решения нестационарных газодинамических уравнений, базирующийся на решении задачи о распаде произвольного разрыва?

№ 2

Законы сохранения каких параметров представлены ниже:

а - 
$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho dV = - \iint_S \rho (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS$$

б - 
$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho \mathbf{v} dV = - \iint_S (p \mathbf{n} + \rho \mathbf{v} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n})) dS$$

в - 
$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho \left( \varepsilon + \frac{\mathbf{v}^2}{2} \right) dV = - \iint_S \left( p + \rho \left( \varepsilon + \frac{\mathbf{v}^2}{2} \right) \right) \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS$$

№ 3 Рассматривается контрольный объем, движущийся со скоростью  $\mathbf{v}_s$ . Через элемент поверхности этого объема среда протекает со скоростью  $\mathbf{v}$ . В этом случае поток среды через поверхность объема в данной точке будет определяться как ...

Используйте следующие обозначения:

$\mathbf{v}_s$  - скорость контрольного объема

$\mathbf{v}$  - скорость среды через элемент контрольного объема

$\mathbf{n}_1$  - местная внешняя нормаль,

$\mathbf{n}_2$  - местная внутренняя нормаль

№ 4 Верно ли утверждение: в изолированной системе с течением времени прекращается видимый макроскопический обмен энергией и веществом между различными её частями и система приходит в такое состояние, при котором во всех её частях устанавливаются одинаковые параметры.

№ 5 Верно ли утверждение, что под сходимостью решения понимается стремление решения конечно-разностного аналога уравнения в частных производных к решению исходного уравнения при измельчении сетки

№ 6 Задать последовательность действий при использовании метода прогонки для одномерной задачи теплопроводности

№ 7 Верно ли утверждение, что в схеме Годунова для вычисления величин потоков через грани контрольного элемента используется решение задачи о распаде произвольного разрыва?

№ 8 Верно ли утверждение, что при использовании метода конечных разностей решается на самом деле не исходное уравнение в частных производных, а модифицированное уравнение.

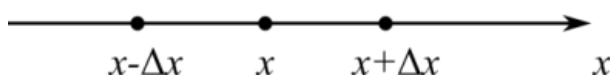
№ 9

Верно ли утверждение, что условие устойчивости Куранта-Фридрихса-Леви для явной разностной схемы уравнения переноса имеет вид:

$$0 < \frac{a \Delta t}{\Delta x} \leq 1$$

№ 10

Запишите разностные аналоги для производной первого порядка  $\frac{\partial y}{\partial x}$ , используя следующие точки



Вопросы закрытого типа:

№ 1 Обобщенный закон сохранения можно сформулировать следующим образом

- изменение некоторой сохраняемой величины, связанной с выделенной порцией сплошной среды, происходит только за счет источников этой субстанции, действующих внутри объема.

- изменение любой величины, связанной с выделенной порцией сплошной среды, происходит только за счет источников этой субстанции, действующих внутри объема.

- изменение некоторой сохраняемой величины, связанной с выделенной порцией сплошной среды, происходит за счет потока, приносящего через границы материального объема эту субстанцию внутрь объема, и за счет источников, действующих внутри объема.

- изменение некоторой сохраняемой величины, связанной с выделенной порцией сплошной среды, происходит только за счет потока, приносящего через границы материального объема эту субстанцию внутрь объема.

№ 2 Что такое математическая модель?

- точное представление реальных объектов, процессов или систем, выраженное в математических терминах и сохраняющее существенные черты оригинала

- точное представление реальных объектов, процессов или систем, выраженное в физических терминах и сохраняющее существенные черты оригинала

- приближенное представление реальных объектов, процессов или систем, выраженное в математических терминах и сохраняющее существенные черты оригинала

- приближенное представление реальных объектов, процессов или систем, выраженное в физических терминах и сохраняющее существенные черты оригинала

№ 3 Метод конечных разностей относится к классу ... методов решения уравнений математической физики.

- вариационных

- проекционных

- вероятностных

- численных

№ 4

К какому типу относится данное уравнение

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f(x, y)$$

- эллиптический тип

- параболический тип

- гиперболический тип

- смешанного типа

№ 5 Основой метода конечных разностей является:

- замена непрерывной области изменения независимых переменных совокупностью изолированных точек

- представление решения в виде разности двух и более функций

- поиск решения на конечных отрезках интегрирования

- определение потоков через поверхность контрольного объема

№ 6 Искусственная вязкость изменяет градиенты всех параметров независимо от причины возникновения этих градиентов следующим образом:

- уменьшает градиенты

- увеличивает градиенты

- оказывает влияние только на градиенты скорости

- не влияет на изменение этих градиентов

№ 7 Метод позволяющий получить корни системы с заданной точностью путем сходящихся бесконечных процессов

- итерационный метод

- точный метод

- приближенный метод

- относительный метод

№ 8

К какому типу относится данное уравнение

$$\frac{\partial u}{\partial t} - a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$$

- эллиптический тип
  - параболический тип
  - гиперболический тип
  - смешанного типа
- 

№ 9

К какому типу относится данное уравнение

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$$

- эллиптический тип
  - параболический тип
  - гиперболический тип
  - смешанного типа
- 

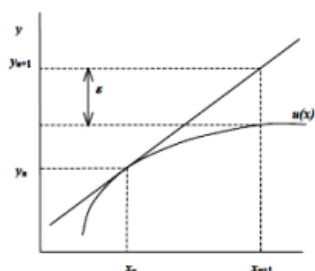
№ 10 Триада моделирования

- Модель – Алгоритм – Программа
- Эксперимент – Модель – Программа
- Алгоритм – Программа – Эксперимент
- Модель – Эксперимент – Программа

### ПСК-2.03

Вопросы открытого типа:

- № 1 Необходимое условие устойчивости явного численного решения дифференциальных уравнений в частных производных, называется...
- № 2 Верно ли утверждение, что измельчение сетки, снижая погрешность аппроксимации, может увеличивать погрешность округления
- № 3 Верно ли утверждение, что измельчение сетки, снижая погрешность округления, тем самым снижает погрешность аппроксимации
- № 4 Верно ли утверждение, что измельчение сетки, снижая погрешность округления, тем самым снижает погрешность аппроксимации
- № 5 При распаде произвольного разрыва могут реализовываться определённые конфигурации течения, укажите какие
- № 6 Верно ли утверждение, что метод Эйлера, представленные на рисунке, аппроксимирует исходное дифференциальное уравнение с первым порядком точности?



№ 7

Верно ли утверждение, что модифицированный метод Эйлера 2 порядка точности основывается на вычислении функции  $u^{n+1}$  в последующей точке  $x^{n+1}$  по значению угла наклона касательной в точке  $(x^{n+1/2}, u^{n+1/2})$ , расположенной посередине между точками  $x^n$  и  $x^{n+1}$ .

- № 8 Верно ли утверждение, что под сходимостью решения понимается стремление решения конечно-разностного аналога уравнения в частных производных к решению исходного уравнения при измельчении сетки?
- № 9 Свойство разностной схемы, обусловленное наличием в выражении для погрешности аппроксимации производных четного порядка, называют
- № 10 Свойство разностной схемы, обусловленное наличием в выражении для погрешности аппроксимации производных нечетного порядка, называют

Вопросы закрытого типа:

№ 1

Полная энергия единицы объема определяется как:

Здесь:

$\rho$  - плотность

$\varepsilon$  - внутренняя энергия

$v$  - скорость

$c$  - теплоёмкость

$$\begin{aligned} & \rho \left( \varepsilon + \frac{\bar{v}^2}{2} \right) \\ & \rho c \left( \varepsilon + \frac{\bar{v}^2}{2} \right) \\ & \rho c \left( \frac{\bar{v}^2}{2} \right) \\ & \left( \varepsilon + \frac{\bar{v}^2}{2} \right) \end{aligned}$$

№ 2 В правой части выражения

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u(t, x + \Delta x) - u(t, x - \Delta x)}{2\Delta x} - \frac{(\Delta x)^2}{3!} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + \dots$$

второе и последующие слагаемые называются

- конечно-разностным аналогом производной
- погрешностью аппроксимации производной
- порядком аппроксимации производной
- погрешностью округления

№ 3 Выберите закон изменения количества движения

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho \mathbf{v} dV = - \iint_S \rho \mathbf{v} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS + \iint_S \boldsymbol{\sigma}_n dS + \iiint_V \rho \mathbf{f} dV. \\ & \frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{\partial \rho v_x \mathbf{v}}{\partial x} + \frac{\partial \rho v_y \mathbf{v}}{\partial y} + \frac{\partial \rho v_z \mathbf{v}}{\partial z} = \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_x}{\partial x} + \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_y}{\partial y} + \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_z}{\partial z} + \rho \mathbf{f}. \\ & \frac{\partial e}{\partial t} + \frac{\partial e v_x}{\partial x} + \frac{\partial e v_y}{\partial y} + \frac{\partial e v_z}{\partial z} = \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_x \cdot \mathbf{v}}{\partial x} + \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_y \cdot \mathbf{v}}{\partial y} + \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_z \cdot \mathbf{v}}{\partial z} + \rho \mathbf{f} \cdot \mathbf{v}. \\ & \frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho \left( \frac{1}{2} \mathbf{v}^2 + \epsilon \right) dV = - \iint_S \rho \left( \frac{1}{2} \mathbf{v}^2 + \epsilon \right) (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS + \\ & \quad + \iint_S \boldsymbol{\sigma}_n \cdot \mathbf{v} dS + \iiint_V \rho \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} dV. \end{aligned}$$

№ 4 Выберите закон сохранения энергии

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho \mathbf{v} dV = - \iint_S \rho \mathbf{v} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS + \iint_S \boldsymbol{\sigma}_n dS + \iiint_V \rho \mathbf{f} dV. \\
& - \frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{\partial \rho v_x \mathbf{v}}{\partial x} + \frac{\partial \rho v_y \mathbf{v}}{\partial y} + \frac{\partial \rho v_z \mathbf{v}}{\partial z} = \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_x}{\partial x} + \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_y}{\partial y} + \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_z}{\partial z} + \rho \mathbf{f}. \\
& - \frac{\partial e}{\partial t} + \frac{\partial e v_x}{\partial x} + \frac{\partial e v_y}{\partial y} + \frac{\partial e v_z}{\partial z} = \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_x \cdot \mathbf{v}}{\partial x} + \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_y \cdot \mathbf{v}}{\partial y} + \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_z \cdot \mathbf{v}}{\partial z} + \rho \mathbf{f} \cdot \mathbf{v}. \\
& - \frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho \left( \frac{1}{2} \mathbf{v}^2 + \epsilon \right) dV = - \iint_S \rho \left( \frac{1}{2} \mathbf{v}^2 + \epsilon \right) (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS + \\
& \quad + \iint_S \boldsymbol{\sigma}_n \cdot \mathbf{v} dS + \iiint_V \rho \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} dV. \\
& -
\end{aligned}$$

№ 5

Порядок аппроксимации производной  $\frac{\partial u}{\partial x}$  в формуле  $\frac{\partial u}{\partial x} \approx \frac{u(t, x) - u(t, x - \Delta x)}{\Delta x}$  равен

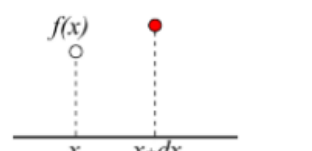
- первый
- второй
- третий
- четвертый

№ 6

Для производной  $\frac{\partial u}{\partial x}$  можно построить следующее количество конечно-разностных аппроксимаций

- единственное
- не более двух
- не более трех
- бесконечное множество

№ 7 Каким образом можно оценить изменение скалярной величины  $f(x)$ , известной в точке  $x$ , в точке  $(x + dx)$ , где  $dx$  малая величина



$$\begin{aligned}
& f(x) + \frac{\partial f(x)}{\partial x} \frac{dx}{2} \\
& - f(x) - \frac{\partial f(x)}{\partial x} dx \\
& - f(x) + \frac{\partial f(x)}{\partial x} dx \\
& - f(x) + \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} dx
\end{aligned}$$

№ 8 Каким образом можно оценить изменение векторной величины  $\mathbf{u}(x)$ , известной в точке  $x$ , в точке  $(x + dx)$ , где  $dx$  малая величина

$$\begin{aligned}
 & \bar{u} - \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} dx \\
 - & \bar{u} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \frac{dx}{2} \\
 - & \bar{u} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} dx \\
 - & \bar{u} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} dx
 \end{aligned}$$

№ 9 Сеточной функцией называется

- множество значений решения конечно-разностного аналога в узлах разностной сетки
- множество значений решения исходного дифференциального уравнения в узлах разностной сетки
- множество значений решения конечно-разностного уравнения во всей области изменения непрерывных аргументов
- непрерывное распределение функции в области решения

№ 10 Как иначе называют метод бисекций?

- Метод половинного деления
- Метод хорд
- Метод пропорциональных частей
- Метод «начального отрезка»